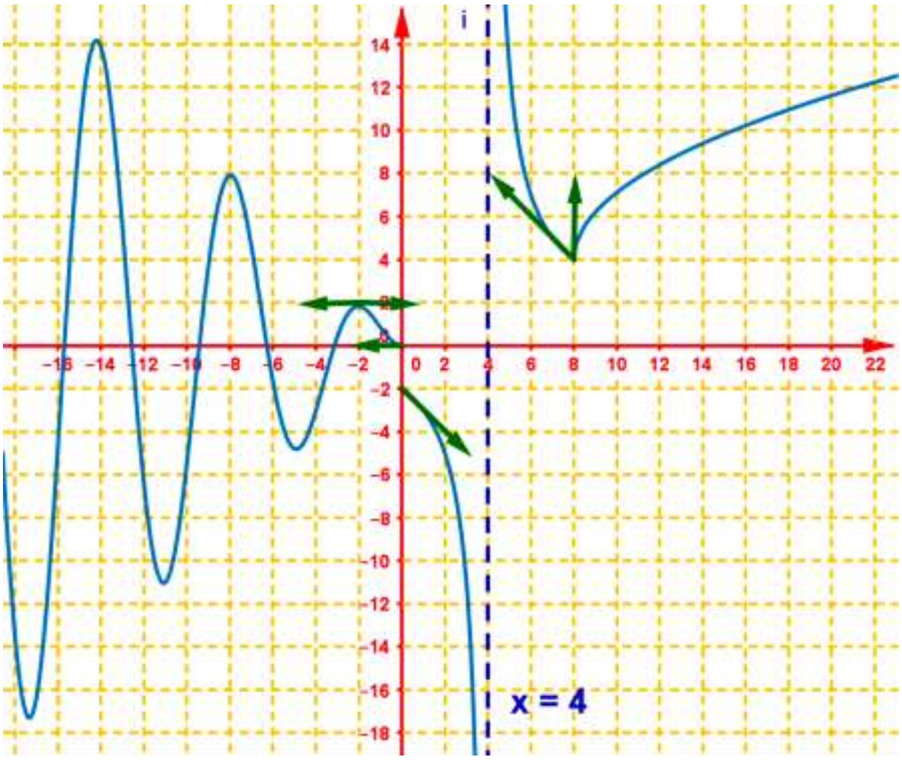
**1.**

La figure ci-contre représente $(C_f)$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.




**1.** En déduire graphiquement les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$.

b. $\lim\limits_{x\to8} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to4\\x<0}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to4\\x>0}} f(x)$

**2.** Que peut-on dire de la limite de f au voisinage de $-\infty$.

**3.** ..

a. Etudier graphiquement la continuité à droite de $x_0 = 0$.

b. Etudier graphiquement la continuité à gauche de $x_0 = 0$.

c. Est-ce que la fonction f est continue en $x_0 = 0$ .

**4.** ..

a. Est-ce que la fonction f est dérivable à droite de $x_0 = 0$.

b. Est-ce que la fonction f est dérivable à gauche de $x_0 = 0$.

c. Est-ce que la fonction f est dérivable en $x_0 = 0$.

d. Donner le nombre dérivé à gauche de $x_0 = 0$.

e. Donner $f'(-2)$ .

f. Donner l'équation réduite de la tangente en $x_0 = -2$ .

g. Donner l'équation réduite de la demi tangente à gauche $x_0 = 0$ .

4. .. On considère g la restriction de la fonction f sur $I_1 = [2,+\infty[$ .

a. Montrer que la restriction g admet une fonction réciproque $g^{-1}$ définie sur l'intervalle $J_1$ dont le déterminera .

b. Construire dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe représentative $(C_{g^{-1}})$ de la fonction $g^{-1}$ puis construire la demie tangente à droite de $x_0 = 4$ à la courbe $(C_{g^{-1}})$

5. .. On considère h la restriction de la fonction f sur $I_2 = ]0,4[$ .

a. Montrer que la restriction h admet une fonction réciproque $h^{-1}$ définie sur l'intervalle $J_2$ dont le déterminera .

b. Construire dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe représentative $(C_{h^{-1}})$ de la fonction $h^{-1}$ .

## 2.

Calculer $f'(x)$ la fonction dérivée de la fonction f pour chaque fonction s suivante :

1. $f(x) = 5x^3 - 7x^2 + \frac{7}{5}x + 9$ et $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{3x^2+1}{x}$ et $f(x) = \frac{7x+2}{3-x}$ et $f(x) = (5x+1)^4$ .

2. $f(x) = \sqrt{x} + 3x$ et $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ et $f(x) = x^3\sqrt{4x+1}$ et $f(x) = \sqrt{x+2} \times (5x-3)^4$

$f(x) = \frac{x+\sqrt{x}}{x+2}$ et $f(x) = \sqrt{\frac{3x-5}{2-x}}$ et $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x+7}}$ .

3. $f(x) = \sin(5x+2)$ et $f(x) = \sin^3(x)$ et $f(x) = \sin 2x \cos 3x$ et $f(x) = \tan(3x)$ et $f(x) = x^2 + 3\sin x$

4. $f(x) = \sqrt[5]{x}$ et $f(x) = \sqrt[3]{x^{11}}$ et $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 7x + 12}$ et $f(x) = (x^2 - 7x + 12)^{\frac{2}{5}}$ .

## 3.

Etudier la dérivabilité de la fonction f au point $x_0$ :

1.

a. $x_0 = 1$ avec $\begin{cases} f(x) = \frac{|x|\sqrt{x^2-2x+1}}{x-1} \\ f(0) = 1 \end{cases}$ .

b. $x_0 = 0$ avec $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}{x} \\ f(0) = 0 \end{cases}$ .

c. $x_0 = 1$ avec $\begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{7x+1} \quad , \ x < 0 \\ f(x) = \frac{3x^2+1}{x+1} \quad , \ x \geq 0 \end{cases}$ .

**2.** On considère la fonction numérique f définie par : $\begin{cases} f(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 + x + \dfrac{9}{2} & ; x \le 3 \\ f(x) = \dfrac{x}{x-2} & ; x > 3 \end{cases}$ .

a. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]-\infty,3[$ puis déduire le nombre dérivé en $x_0 = 2$ .

b. Donner la fonction affine approximative de la fonction f en $x_0 = 2$ .

c. En déduire une valeur approchée du nombre $f(1,999)$ .

d. Etudier la dérivabilité à gauche de f au point $x_0 = 3$ puis interpréter le résultat graphiquement .

e. Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point $A(3, f(3))$ .

**3.** On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \sqrt[3]{1-x^2}$

a. Etudier la dérivabilité en $x_0 = 0$ .

b. Donner la fonction affine approximative de la fonction f en $x_0 = 0$ .

c. En déduire une valeur approchée du nombre $f(0,01)$ .

## 4.

On considère la fonction numérique f définie sur $[0;1]$ par : $f(x) = \sqrt{x(1-x)}$ .

**1.** Etudier la dérivabilité à gauche de f au point $x_0 = 1$ puis interpréter le résultat graphiquement .

**2.** Etudier la dérivabilité droite de f au point $x_0 = 0$ puis interpréter le résultat graphiquement .

## 5.

On considère la fonction numérique f définie par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - 4} & ; x \ge 2 \\ f(x) = x^2 - 6x + 8 & ; x < 2 \end{cases}$ .

**1.** Vérifier que : la fonction numérique f est définie sur $\mathbb{R}$ .

**2.** ..

a. Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ .

b. Etudier la continuité de f au point $x_0 = 2$ .

**3.** ..

a. Etudier la dérivabilité à gauche de f au point $x_0 = 2$ puis interpréter le résultat graphiquement .

b. Calculer : $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{f(x)}{x-2}$ puis interpréter le résultat graphiquement .

c. Est-ce que la fonction f est dérivable en $x_0 = 2$.

**4.** ..

a. Pourquoi la fonction f est-elle dérivable sur l'intervalle $]2,+\infty[$.

b. Sur l'intervalle $]2,+\infty[$ calculer $f'(x)$ et déterminer les variations de f .

**5.** ..

a. Pourquoi la fonction f est-elle dérivable sur l'intervalle $]-\infty,2[$.

b. Sur l'intervalle $]-\infty,2[$ calculer $f'(x)$ et déterminer les variations de f .

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$ .

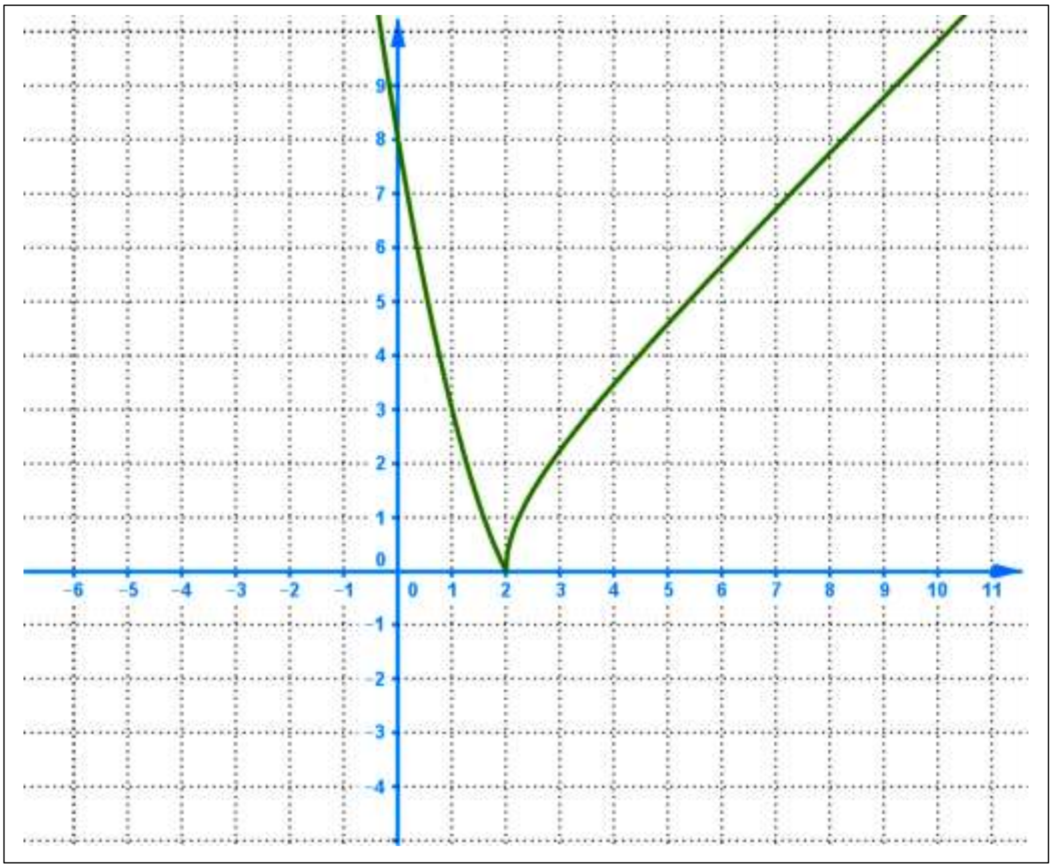
**6.** Donner l'équation de la tangente à $(C_f)$ au point $x_1 = 1$.

**7.** On considère g la restriction de la fonction f sur $I = [2,+\infty[$ .

a. Montrer que la restriction g admet une fonction réciproque $g^{-1}$ définie sur l'intervalle J dont le déterminera .

b. Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout x de J .

c. la figure suivante représente la courbe représentative de la fonction f Construire dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe représentative $(C_{g^{-1}})$ de la fonction $g^{-1}$ .




**8.** ..

a. Démontrer que l'équation $x \in ]-\infty,2[ \ : \ f(x) = 3$ admet une unique puis on déterminera graphiquement.

b. Démontrer que l'équation $x \in [2,+\infty[ \ : \ f(x) = 3$ admet une unique puis solution $\alpha$ dont on précisera dans le quel un intervalle $]a,b[$ avec a et b sont deux entiers naturels et $b - a = 1$ ?

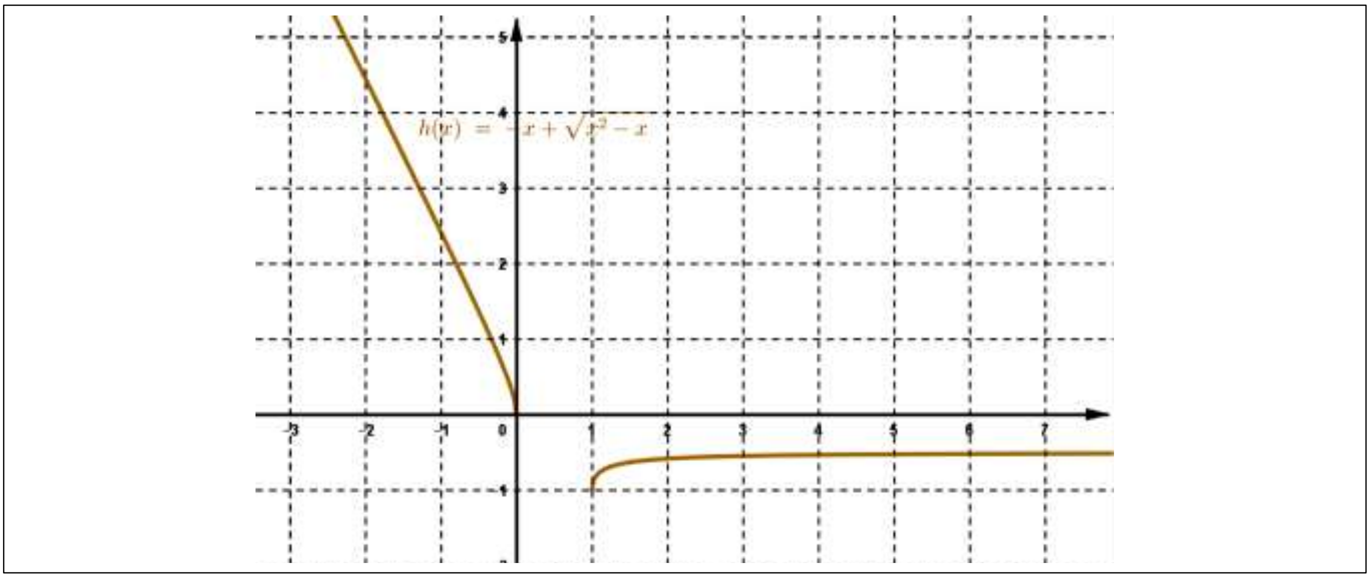
Note : dans cette question on ne demande pas de résoudre cette équation .

c. En déduire les solutions de l'équation $x \in \mathbb{R} \ : \ f(x) = 3$ .

**6.**

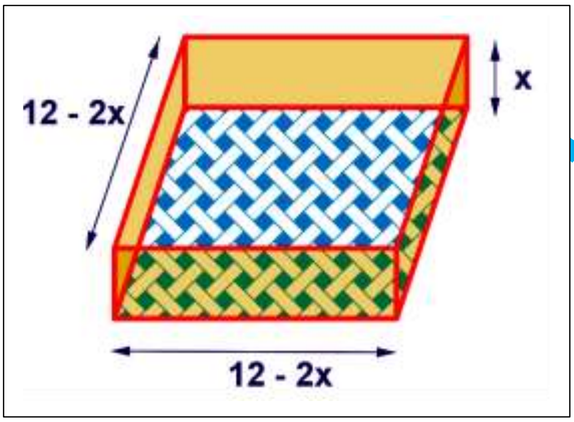
On considère la fonction numérique f définie par : $f(x)=-x+\sqrt{x^2-x}$ .

1. Déterminer $D_f$ le domaine de définition de la fonction f .
2. ..
   a. Calculer : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .
   b. Calculer : $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ .
3. ..
   a. Etudier la dérivabilité à gauche de f au point $x_0=0$ puis interpréter le résultat graphiquement .
   b. Calculer : $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{f(x)}{x-1}$ puis interpréter le résultat graphiquement .
4. ..
   a. Montrer que : pour tout x de $]-\infty,0[$ $f'(x)=-1+\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}$ puis déterminer son signe sur $]-\infty,0[$ .
   b. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]1,+\infty[$ puis déterminer son signe sur $]1,+\infty[$ .
   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $D_f$ .
5. ..Soit g la restriction de la fonction f à l'intervalle $]-\infty,0]$ .
   a. Montrer que la restriction g admet une fonction réciproque $g^{-1}$ définie sur l'intervalle J qu'on déterminera .
   b. Calculer : $g(2)$ et $\left(g^{-1}\right)'\left(-2+\sqrt{2}\right)$ .
   c. Expliciter $g^{-1}(x)$ .
   d. La figure ci-contre représente la courbe représentative de f dans un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. Tracer de 2 cm la courbe représentative de $g^{-1}$



## 7.

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=4x^3-48x^2+144x$ .

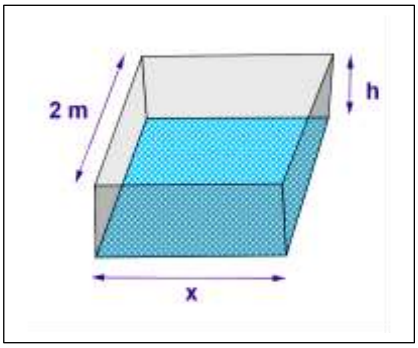



1. ..
   a. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ .
   b. déterminer son signe sur $\mathbb{R}$ .
   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$ .
   d. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0,20]$ .
2. Un fabriquant des boites en carton envisage la production de boites de pâtisseries de forme parallélépipédique rectangle tel que chaque boite :
   - Sa hauteur est de longueur x cm ( avec $0<x<6$ ) .
   - Sa base est de la forme d'un carré dont la longueur du coté est : $12-2x$ cm.

   a. Vérifier que : $V(x)$ le volume de chaque boite en fonction de x est : $V(x)=4x^3-48x^2+144x$.
   b. Donner la valeur de x qui corresponde à une volume maximale

## 8.

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}^*=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ par : $f(x)=2x+4+\dfrac{8}{x}$ .




1. ..
   a. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$ .
   b. déterminer son signe sur $\mathbb{R}^*$ .
   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$
   d. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0,5;4]$ .
   e. Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point $x_0=1$

On se propose de construire un réservoir en tole de forme parallélépipédique rectangle dont le volume intérieur soit $4\ m^3$ ( mètre cube ) .le nombre h est la mesure de la hauteur de ce parallélépipède rectangle et sa base a un coté mesure $x$ m et l'autre pour longueur $2$ m.

2. Déduire des informations données , une realtion entre h et x .
   a. Montrer que : la somme des aires des faces du parallélépipède rectangle ( sans le couvercle ) en fonction de x s'écrit: $S(x)=2x+4+\dfrac{8}{x}$.
   b. Déterminer les valeurs de x et de h qui correspondent à une aire minimale .

## 9.

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}^{+*}=]0,+\infty[$ par : $f(x)=0,06x+\dfrac{150}{x}$ .

1. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0,+\infty[$ .
2. déterminer son signe sur $]0,+\infty[$ .

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f $]0,+\infty[$ .

4. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[10,130]$ .

5. La consommation C d'un véhicule peut s'exprimer en fonction de la vitesse $v$ , pour une vitesse comprise entre 10 km / h et 130 km/ h , par l'expression suivante : $C(v)=0,06v+\frac{150}{v}$ .

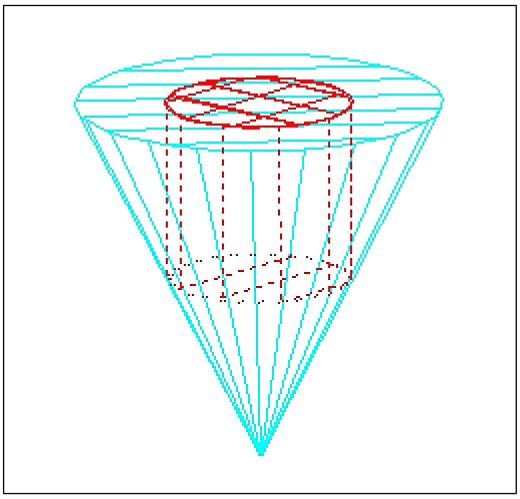
6. A quelle vitesse faut-il rouler pour que la consommation soit minimale ?

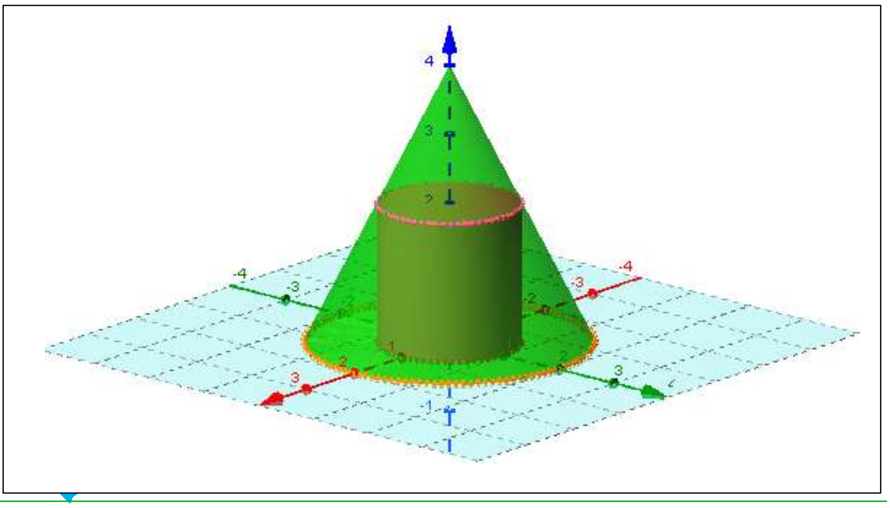
## 10.

Un ciylindre de révolution de rayon x cm est inscrit dans un cone de révolution de rayon 10 cm et de hauteur 30 cm . le volume de ce cylindre , exprimé en $cm^2$ , est donné par la formule suivante :

$$V(x)=30\pi x^2\left(1-\frac{x}{10}\right) \text{ où } 0\le x\le 10$$

1. Déterminer : x pour que le volume du cylindre soit maximale .





## 11.

Le nombre d'accident est donné par $A(r)=20000-10r^2$ ; c'est la fonction de cout .l'optimisation serait la recherche du nombre d'accident minimum $A_{min}$ et le nombre de radar $r_{opt}$ qui permet d'attendre ce minimum.