

EXERCICES ET PROBLÈMES

Exercice 1 :

On tire simultanément 3 boules d'une urne qui contient 5 boules rouges, 3 boules blanches et 7 boules noires.

- Calculer la probabilité des événements suivants :

- A:** « Obtenir **une** boule de chaque couleur »
B: « Obtenir trois boules de même couleur »
C: « Obtenir **deux** boules rouges et **une** boule d'une autre couleur »
D: « Obtenir au moins deux boules noires »

Exercice 2 :

Une urne contient deux boules blanches numérotées 1,2 et trois boules rouges numérotées 1,2,2 toutes les boules sont indiscernables au toucher .

- 1) On tire **simultanément deux** boules de l'urne.
 a) Calculer la probabilité des événements suivants :
A « Tirer deux boules de couleurs différentes »
B « Tirer deux boules de même numéro »
 b) Sachant que les deux boules tirées sont de couleurs différents calculer la probabilité pour qu'elles portent le même numéro.
 2) Dans cette question, l'épreuve consiste à tirer **successivement et sans remise deux** boules de l'urne soit X l'aléa défini par le nombre des boules rouges tirées, déterminer la loi de probabilité de X et calculer $E(X)$.

Exercice 3 : (nationale)

Une urne contient 9 boules blanches indiscernables au toucher : 5 boules **rouges** numérotées 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 et quatre boules blanches portant les nombres 1 ; 2 ; 2 ; 2. On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

- 1) Calculer la probabilité des événements suivants :
A « Les trois boules tirées sont de même couleur »
B « Les trois boules tirées portant le même nombre »
C « Les trois boules tirées sont de même couleur et portant le même nombre »
 2) On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire X qui égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A .

- a) Déterminer les paramètres de la variable aléatoire X .
 b) Montrer que $P(X = 1) = \frac{25}{72}$ et calculer $P(X = 2)$.

Exercice 4 :

Une urne contient 6 boules blanches et 4 boules noires, indiscernables au toucher.

Les boules blanches sont numérotées -1, -1, 0, 1, 1, 1 et les boules noires sont numérotées -1, 0, 1, 1

On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne, et on considère les événements suivants :

A « Les 3 boules tirées sont de même couleur »

B « Les 3 boules tirées sont de même numéro »

C « Les 3 boules tirées sont de même numéro et de même couleurs »

1)a) Calculer $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.

b) En déduire que $p(A \cup B) = \frac{17}{60}$.

2) Déterminer les probabilités des événements

D « Obtenir au moins une boule numérotée 1 »

E « La somme de numéros inscrit sur les boules tirée est égale à 0 »

3) On considère l'épreuve suivante qui consiste à tirer au hasard 2 boules de l'urne de la manière suivante :

On tire une première boule :

▪ Si elle porte le numéro 0, on ne la remet dans l'urne et on tire une deuxième boule

▪ Si elle ne porte pas le numéro 0, on la remet dans l'urne et on tire une deuxième boule et on considère les événements :

M « La première boule tirée porte le numéro 0 »

N « La deuxième boule tirée porte le numéro 1 »

Calculer alors $p(N)$. (Indication : utiliser un arbre de probabilité)

Exercice 5 :

1) Un groupe de 26 personnes dont 10 sont des femmes doit élire un comité de 3 personnes.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants

A « Le comité contient au moins une femme ».

B « Le comité contient au moins 2 hommes ».

C « Le comité ne contient pas à la fois Madame X et Monsieur Y ».

2) Ce groupe de 26 personnes doit élire un comité composé d'un président d'un vice-président et d'un secrétaire.

▪ Calculer la probabilité de chacun des événements suivants

E « Le poste de président doit être occupé par un homme »

F « Le président est un homme, le secrétaire est une femme »

G « Les deux sexes figurent dans le comité ».

Exercice 6 :

Une urne contient 2 boules noires et 8 boules blanches.

1) Un joueur tire successivement 5 boules en remettant la boule dans l'urne après chaque tirage. S'il tire une boule blanche, il gagne 2 points dans le cas contraire il perd trois points. Soit X le nombre de points obtenus par le joueur en une partie.

a) Dresser le tableau définissant la loi de X .

b) Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

2) Le joueur tire 5 boules simultanément, les 10 boules de l'urne étant numérotées de 1 à 10.

- Soit Y le plus grand des numéros tirés. Déterminer la loi de probabilité de Y et calculer $E(Y)$.

Exercice 7 :

Dans une usine, on produit chaque jour mille pièces du même modèle. Chacune de ces pièces est susceptible de présenter un défaut **A**, un défaut **B** ou simultanément les deux défauts **A** et **B**.

On admet que :

8 % des pièces présentent le défaut **A**.

Parmi les pièces qui ont le défaut **A**, 15 % ont le défaut **B**

Parmi les pièces qui n'ont pas le défaut **A**, 5 % ont le défaut **B**.

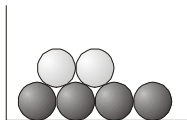
Déterminer, parmi la production d'un jour, le nombre de pièces qui :

- Présentent simultanément les défauts **A** et **B**
- Présentent le défaut **B** mais pas le **A**
- Présentent le défaut **B** et peut-être le **A**
- Ne présentent ni le défaut **A**, ni le défaut **B**

Exercice 8 :

Une urne contient 2 boules blanches et 4 boules noires.

Ces six boules sont indiscernables au toucher.



- 1) On tire simultanément 4 boules de l'urne.
Calculer la probabilité d'obtenir une seule boule blanche.
- 2) On effectue 4 tirages successifs d'une boule, sans remise.
 - a. Calculer la probabilité de tirer dans l'ordre une boule noire, une boule noire, une boule noire et une boule blanche.
 - b. Calculer la probabilité de tirer une seule boule blanche au cours de ces quatre tirages.
- 3) On effectue maintenant quatre tirages successifs d'une boule avec remise.
- 4) Calculer la probabilité de tirer dans l'ordre une boule noire, une boule noire, une boule noire et une boule blanche.
 - a. Calculer la probabilité de tirer une seule boule blanche au cours de ces quatre tirages.
 - b. Calculer la probabilité de n'obtenir aucune boule blanche au cours des quatre tirages.
 - c. Calculer la probabilité de tirer au moins une boule blanche au cours de ces quatre tirages.

Exercice 9 :

Une urne contient 5 boules rouges dont 2 ont une tache noire et 4 boules jaunes dont une a une tache noire.

On extrait une boule au hasard.

Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants ?

A : « la boule extraite est jaune »

B : « la boule extraite a une tache noire »

C : « la boule extraite n'est pas jaune et sans tache noire. »

Exercice 10 :

Une urne **A** contient 2 boules rouges et 3 boules noires.

Une urne **B** contient 3 boules rouges et 2 boules noires.

On tire au hasard une boule de l'urne **A** :

- Si elle est noire, on la place dans l'urne **B**,
- Sinon, on l'écarte du jeu.

On tire au hasard ensuite une boule de l'urne **B**.

On considère les événements suivants :

R₁ : « la boule tirée de **A** est rouge »

N₁ : « la boule tirée de **A** est noire »

R₂ : « la boule tirée de **B** est rouge »

N₂ : « la boule tirée de **B** est noire »

a) Calculer $P(R_1)$; $P(N_1)$; $P_{R_1}(R_2)$ et $P_{N_1}(R_2)$

b) En déduire que $P(R_2) = \frac{27}{50}$.

c) Calculer $P(N_2)$.

Exercice 11 :

Un élève répond au hasard aux dix questions d'un Q.C.M. Pour chaque question, cinq réponses sont proposées dont une seule est exacte. **X** est la variable aléatoire égale au nombre de bonnes réponses.

- 1) Montrer que la loi de probabilité de **X** est une loi binomiale.
- 2) Calculer la probabilité d'avoir au moins cinq bonnes réponses
- 3) Calculer l'espérance mathématique du nombre de bonnes réponses.

Exercice 12 :

Une urne contient une boule blanche numérotée 1, deux boules rouges numérotées 1 et 2 et trois boules vertes numérotées 1, 2 et 3. Les boules sont indiscernables.

On extrait successivement deux boules de l'urne sans remise dans l'urne de la première boule tirée.

Trouver la **probabilité** de chacun des événements suivants :

A : « les deux boules sont rouges »

B : « les deux boules sont de couleurs différentes »

C : « le tirage comporte au moins une boule rouge »

D : « le tirage comporte exactement une boule verte »

E : « le tirage comporte une boule verte et une boule numérotée 1 »

F : « le tirage comporte une boule rouge ou une boule numérotée 1 ».

