2

ثنـــــائـي القطـــــب RL

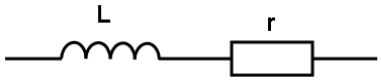
Dipole RL

I – الوشيعة : bobine

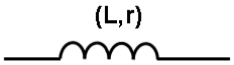
1 – تعريف :

الوشيعة ثنائي قطب يتكون من لفات , سلك من النحاس , غير متصلة يفصل بينها عازل كهربائي (برنيق).

❖ الرمز الاصطلاحي للوشيعة :



أو



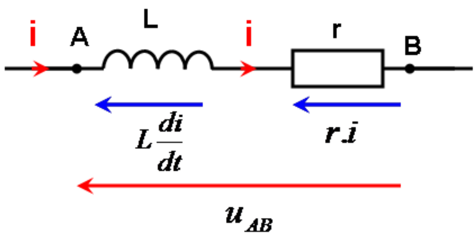
r : مقاومة الوشيعة

L : معامل يميز الوشيعة تسمى معامل التحريض الذاتي يتعلق بعدة عوامل (طول الوشيعة, مساحة اللفات وعددها و طبيعة الوسط العازل

وحدته في (SI) هي الهنري Henry نرمز له بالحرف H .

و تقاس بواسطة جهاز مقياس معامل التحريض الذاتي inductance mètre

2 – التوتر بين مربطي الوشيعة :



يعبر عن التوتر بين مربطي الوشيعة بالعلاقة :

$$u_L(t) = r.i(t) + L\frac{di(t)}{dt}$$

- إذا كان التيار مستمر فإن i ثابتة إذن $\frac{di}{dt}=0$ ومنه $u_L(t) = r.i(t)$ في هذه الحالة تتصرف الوشيعة كموصل أومي.

- إذا كانت مقاومة الوشيعة مهملة نقول أنها مثالية idéal $r=0$ و يصبح التوتر $u_L(t)$ $u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$.

- إذا كانت شدة التيار $i(t)$ تتزايد $\frac{di(t)}{dt} > 0$ فإن $u_L(t)$.
- إذا كان تغير شدة التيار سريعا جدا فإن الاشتقاق و $\frac{di(t)}{dt}$ يأخذ قيمة كبيرة جدا و $u_C(t)$ تأخذ قيمة كبيرة جدا و بالتالي يظهر بين الوشيعة فرط التوتر و تستعمل هذه الظاهرة مثلا لإحداث شرارات بين مربطي شمعة المحرك الذي يستعمل بالبنزين أو إضاءة مصابيح أو القوس الكهربائي arc électrique (soudure).
- دورة الوشيعة في الدارة :

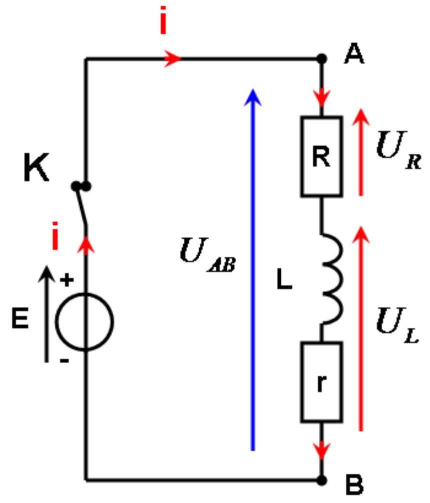
الوشيعة تؤخر إقامة أو انعدام التيار الكهربائي الذي يمر فيها , أي أن الوشيعة تقاوم تغير شدة التيار الذي يمر فيها و هذا ناتج عن تأثير الجداء $L\frac{di(t)}{dt}$.

II – ثنائي القطب R.L

1 – استجابة ثنائي القطب RL لرتبة صاعدة للتوتر :

يتكون ثنائي القطب RL من موصل أومي مقاومته R مركب على التوالي مع وشيعة مقاومتها r و معامل تحريضها الذاتي L :

نعتبر الدارة RL في التركيب التالي :



عند إغلاق الدارة في اللحظة $t = 0$ يأخذ التوتر u_{AB} بين مربطي RL لحظية التوتر E :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB} = E$$

$$u_L + u_R = E$$

حسب قانون أوم :

$$u_R(t) = R.i(t)$$

و لدينا :

$$u_L(t) = r.i(t) + L\frac{di}{dt}$$

$$r.i + L\frac{di}{dt} + R.i = E$$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)i = E$$

$$\frac{L}{R_T}\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$$

المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$: $\tau\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$ مع $\tau = \frac{L}{R_T}$ و $R_T = R + r$

يكتب حل المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى كالتالي : $i(t) = A.e^{-\alpha.t} + B$

مع A و B و α ثوابت يتم تحديدها :

اشتقاق حل المعادلة : $\frac{di}{dt} = -\alpha.e^{-\alpha.t}$

نعوض i و $\frac{di}{dt}$ في المعادلة :

$$-\tau.\alpha.Ae^{-\alpha.t} + A.e^{-\alpha.t} + B = \frac{E}{R_R}$$

$$A.e^{-\alpha.t}(1-\tau.\alpha)=\frac{E}{R_T}-B$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما تكن t يجب أن يكون المعامل $e^{-\alpha.t}$ منعدم و $A \neq 0$

$$1-\tau.\alpha=0 \quad و \quad \frac{E}{R_T}-B=0$$

$$\alpha=\frac{1}{\tau} \quad و \quad B=\frac{E}{R_T}$$

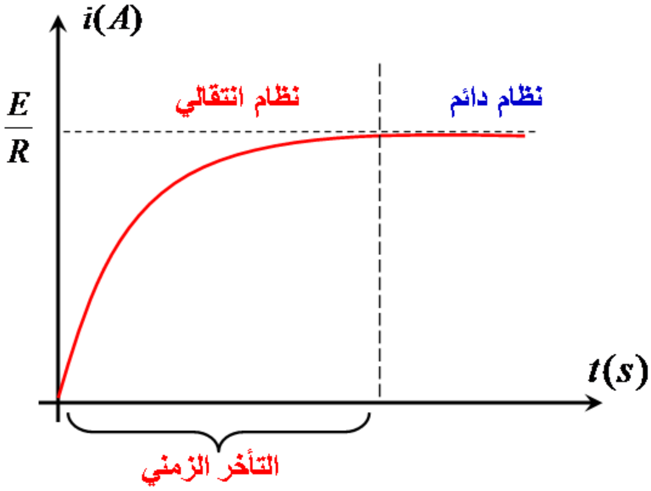
وبالتالي : $i(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{E}{R_T}$

نحدد A بالاعتماد على الشروط البدئية : $i(t=0)=0$:

$$i(t=0)=A+\frac{E}{R_T}=0 \Rightarrow A=-\frac{E}{R_T}$$

و بالتالي :
$$i(t)=-\frac{E}{R_T}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{E}{R_T}$$

$$i(t)=-\frac{E}{R_T}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \Rightarrow \boxed{i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)} \quad مع \quad \boxed{I_0=\frac{E}{R_T}}$$



يبين الجدول التالي التأخر الزمني الذي يحدث عند إقامة التيار في دارة تضم و شيعة (نظام انتقالي).

❖ **ملحوظة :**

يتم استعمال الموصل الأومي R لمعرفة شكل منحنى شدة التيار i حيث تكون له نفس هيأة التوتر المعاين u_R و ذلك حسب قانون أوم $u=R.i$.

2 – تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة :

لدينا : $u_L=r.i+L\frac{di}{di}$

و لدينا : $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$$\frac{di}{dt}=\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{مع} \quad \tau=\frac{L}{R_T} \quad \text{و} \quad I_0=\frac{E}{R_T}$$

نعوض i و $\frac{di}{dt}$:

$$u_L=r.I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)+L\left(\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$u_L=r.I_0-r.I_0e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{L.I_0}{\tau}e^{\frac{t}{\tau}}$$

$$u_L=r.\frac{E}{R_T}-r.\frac{E}{R_T}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{L.E}{R_T.\frac{L}{R_T}}e^{\frac{t}{\tau}}$$

$$u_L=E\left(1-\frac{r}{R_T}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}-\frac{r.E}{R_T}$$

مع $R_T=R+r$ عندما تكون $r=0$ منعدمة فإن : $u_L=E.e^{-\frac{t}{\tau}}$

3 – ثابتة الزمن $\tau=\frac{L}{R_T}$

أ – معادلة الأبعاد :

$$u=L\frac{di}{dt} \quad\Rightarrow\quad [U]=[L].\frac{[I]}{[t]} \quad\Rightarrow\quad [L]=\frac{[L].[t]}{[I]}$$

$$[R]=\frac{[U]}{[I]}$$

$$[\tau]=\frac{[U].[t]}{[I]}.\frac{[I]}{[U]}=[t]$$

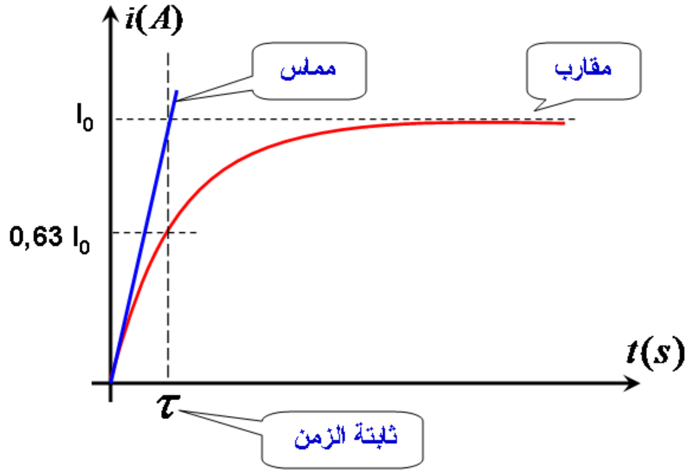
أذن $\tau=\frac{L}{R_T}$ مقدار له بعد زمني.

ب – طريقة تحديد τ :

- الحساب بالاعتماد على العلاقة : $\tau=\frac{L}{R_T}$

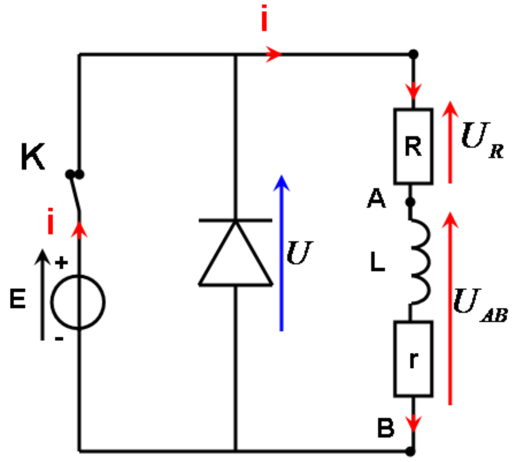
- τ هي أفصول تقاطع المماس للمنحنى $i=f(t)$ و المقارب $i(t)=I_0$ عند اللحظة $t=0$.

- τ هي الأفصول الذي يوافق الأرتوب $i(t)=I_0\left(1-e^{-1}\right) \Rightarrow i(t=\tau)=0{,}63I_0$



4 – انعدام التيار في دارة تضم ثنائي القطب RL :

يمثل التركيب الدارة المكافئة خلال انقطاع التيار و التي توجد في النظام الدائم حيث شدة التيار مستقرة عند القيمة I_0 حيث يتغير التوتر بين مربطي RL من القيمة E إلى الصفر :



يتم استعمال الصمام الثنائي المؤمثل $(u_D = 0)$ لتفادي ظهور شرارات في القاطع K الناتجة عن فرط التوتر الذي تحدث لحظة فتحها.

حسب قانون إضافية التوترات : $u_{AB} + u_R = 0$

$$r.i + L\frac{di}{dt} + R.i = 0$$

$$rL\frac{di}{dt} + (R+r).i = 0$$

المعادلة التفاضلية : $\boxed{\tau\frac{di}{dt} + i = 0}$ و $R_T = R + r$ و $\tau = \frac{L}{R_L}$

يكتب حل هذه المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $i(t) = Ae^{-\alpha.t} + B$

اشتقاق : $\frac{di}{dt} = -\alpha.Ae^{-\alpha.t}$

نعوض : $-\alpha.A.\tau.e^{-\alpha.t} + Ae^{-\alpha.t} + B = 0$

$$Ae^{-\alpha.t}(1 - \alpha\tau) = -B$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما تكن t يجب أن يكون المعامل $e^{-\alpha.t}$ منعدم و $A \neq 0$

$$1-\tau.\alpha = 0 \quad \text{و} \quad B=0$$

$$\alpha = \frac{1}{\tau} \quad \text{و} \quad B=0$$

$$i(t) = Ae^{-\frac{\alpha}{\tau}}$$

نحدد **A** بالاعتماد على الشروط البدئية : $i(t=0) = Ae^{0} = I_0$

$$\boxed{i(t) = I_0 e^{-\frac{\alpha}{\tau}}}$$

❖ ***ملحوظة :***

- τ هي الأفصول الذي يوافق الأرتوب $i(t=\tau) = I_0 e^{-1} = 0{,}37 I_0$.

- كلما كانت τ صغيرة كلما مدة إقامة أو انعدام التيار صغيرة.

III – الطاقة المخزونة في الوشيعة :

تكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي :

$$E = R.i + L\frac{di}{dt}$$

نضرب هذه العلاقة في المقدار i :

$$E.i = R.i.i + L.i\frac{di}{dt}$$

تكتب الحصيلة الطاقية خلال المدة الزمنية dt :

$$E.idt = R.i^2dt + L.idi$$

- $E.idt$: الطاقة التي يمنحها المولد للوشيعة خلال dt
- $R.i^2dt$: الطاقة المبددة على شكل حرارة بمفعول جول
- $L.idi$: الطاقة التي تخزنها الوشيعة

إذن خلا المدة الفاصلة بين **0** و t تختزن الوشيعة طاقة مغنطيسية E_m حيث :

$$E_m = \int_0^t L.idi$$

$$E_m = \int_0^t d\left(\frac{1}{2}L.i^2\right)$$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}L.i^2}$$