الأستاذ أيوب مرضي	مـــــــــادة الــــــفـــــيــــزيـــــاء	7 صفحات
مستوى الثانية بكالوريا علوم تجريبية	الـجـزء الثالث: الكهرباء	
شعبة: علوم الحياة و الأرض – ع ف	مدة الإنجاز (درس+تمارين): 5 س + 2 س	

الدرس السابع

ثنائي القطب RL

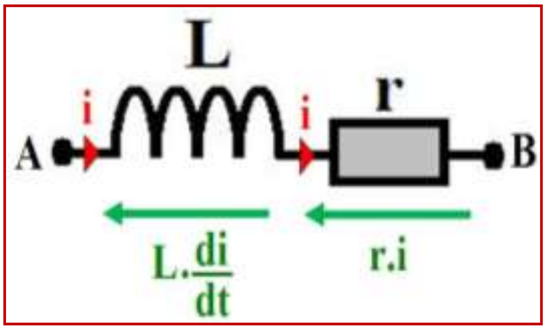
Le dipôles RL

I. الوشيعة la bobine.

1. تعريف الوشيعة:

الوشيعة ثنائي قطب يتكون أساسا من سلك موصل (نحاس)،ملفوف حول أسطوانة عازلة، كما أن هذه اللفات غير متصلة فيما بينها لكونها مطلية ببرنيق عازل كهربائيا. وتوجد الوشيعة في أشكال و أحجام مختلفة حسب الاستعمال، و يرمز لها في الاصطلاح كما هو مبين في الصورة أسفله. حيث **r المقاومة الداخلية** للوشيعة، و **L** معامل يميز الوشيعة و يسمى **معامل تحريض الوشيعة** وحدته في النظام العالمي للوحدات هي **الهنري** و يرمز لها بالرمز **(H)**.

2. التوتر بين مربطي الوشيعة:



يعبر عن التوتر $u_L(t)$ بين مربطي وشيعة في اصطلاح المستقبل بالعلاقة التالية:

$$u_L(t) = L.\frac{di}{dt} + r.i$$

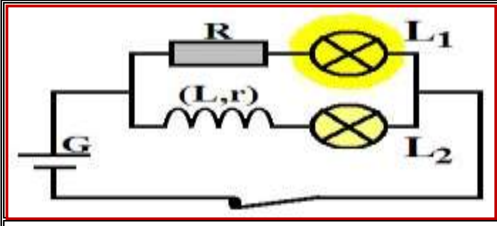
بحيث: **$u_L(t)$** بالفولط (V) - **i** شدة التيار بالأمبير (A) - **r** مقاومة الوشيعة بالأوم (Ω) - **L** معامل تحريض الوشيعة بالهنري (H) و يتعلق بطول الوشيعة ومساحتها و عدد لفاتها و كذلك بطبيعة الوسط الذي توجد فيه.

ملاحظات:

- يوافق الطرف r.i التوتر الناتج عن المقاومة الداخلية للوشيعة.
- يتعلق الطرف $L.\frac{di}{dt}$ بتغيرات شدة التيار.
- عند تزايد i فإن $L.\frac{di}{dt} > 0$ تتصرف الوشيعة كمستقبل.
- عند تناقص i فإن $L.\frac{di}{dt} < 0$ تتصرف الوشيعة كمولد.
- في النظام المستمر (الدائم) حيث $i = cte$ أي $\frac{di}{dt} = 0$ أن يصير قانون أوم لوشيعة كالتالي **$u_L = r.I$** ، وفي هذه الحالة **تتصرف الوشيعة كموصل أومي.**
- إذا كانت المقاومة الداخلية للوشيعة مهملة (r=0) فإن الوشيعة تنعت بالمثالية، فيصبح التوتر: $u_L(t) = L.\frac{di}{dt}$.
- إذا كان تغير شدة التيار سريعا جدا، يأخذ اشتقاق i بدلالة الزمن قيمة كبيرة جدا وبدوره التوتر بين مربطي الوشيعة، مما يؤدي إلى ظهور شرارات بين مربطي الوشيعة، و تعرف هذه الظاهرة بظاهرة **فرط التوتر**.

3. دور الشيعة في الدارة:

أ. نشاط تجريبي 1:

نعتبر التركيب التجريبي الممثل جانبة و المكون من مولد، وشيعة ، موصل أومي ، مصباحين L_1 و L_2، و قاطع تيار. نقوم بغلق قاطع التيار وبعد مدة قصيرة نقوم بفتحه.	

1) ماذا تلاحظ؟

نلاحظ أنه عند غلق قاطع التيار k يتأخر المصباح L_2 في الإضاءة مقارنة مع المصباح L_1.

ب. خلاصة:

مما سبق، نخلص إلى أن الوشيعة تؤخر إقامة التيار الكهربائي، و عموما تقاوم الوشيعة كل تغير في شدة التيار الكهربائي المار فيها.

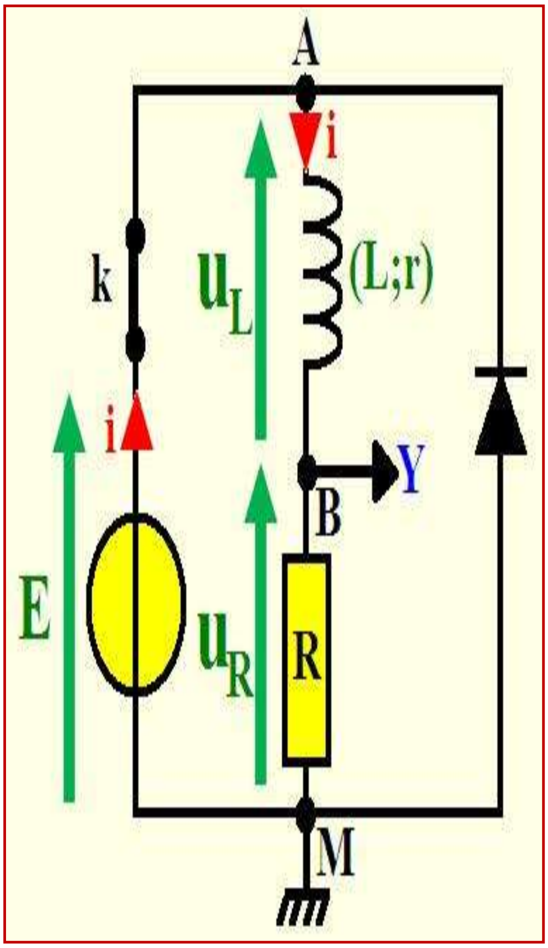
II. استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر.

- ثنائي القطب RL هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته R و وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها الداخلية r.
- المقاومة الكلية لثنائي القطب RL هي: **R' = R + r**.

1. استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر صاعدة (إقامة التيار):

أ. المعادلة التفاضلية للدارة:

نعتبر التركيب التجريبي جانبه، نغلق قاطع التيار K إلى الموضع في لحظة $t = 0$.



حسب قانون إضافية التوترات

لدينا: $(1)\ u_L + u_R = E$

حسب قانون أوم: $u_R = R.i$ و $u_L = L.\frac{di}{dt} + r.i$

و بتعويض u_R و u_L بتعبيريهما في المعادلة (1)

نحصل على المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i(t) المار في دارة خاضعة لرتبة توتر صاعدة (إقامة التيار):

$$L.\frac{di}{dt} + r.i + R.i = E \quad \text{مع} \quad R' = R + r$$

أي أن: $\frac{di}{dt} + \frac{R'}{L}.i = \frac{E}{L}$

بوضع $\tau = \frac{L}{R'}$ نجد: $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}.i = \frac{E}{L}$

ب. حل المعادلة التفاضلية:

إن حل المعادلة التفاضلية $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}.i = \frac{E}{L}$ يكتب على الشكل التالي: $i(t) = Ae^{-\alpha t}+B$ بحيث

A، B، و α ثوابث يجب تحديدها كما يلي:

♦ **تحديد B و α باستعمال المعادلة التفاضلية:**

لدينا $i(t) = Ae^{-\alpha t}+B$ و بالاشتقاق نجد: $\frac{di}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$

و بتعويض $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$ بتعبيريهما في المعادلة التفاضلية

نجد: $-\alpha A.e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau}(A.e^{-\alpha t} + B) = \frac{E}{L}$

أي: $-\alpha A.e^{-\alpha t} + \frac{A.e^{-\alpha t}}{\tau} + \frac{B}{\tau} - \frac{E}{L} = 0$

أي: $A.e^{-\alpha t}(-\alpha + \frac{1}{\tau}) + \frac{B}{\tau} - \frac{E}{L} = 0$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كان t يجب أن يتحقق ما يلي: $\frac{B}{\tau} - \frac{E}{L} = 0$ أي $B = \frac{E}{R'}$

و $-\alpha + \frac{1}{\tau} = 0$ أي أن: $\alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{R'}{L}$

♦ **تحديد A باستعمال الشروط البدئية:**

شدة التيار المار في الدارة دالة متصلة و بالتالي عند اللحظة $t = 0$ يكون $i(0) = 0$.

اعتمادا على حل المعادلة التفاضلية و بتعويض t بـ 0، فنجد: $i(0) = Ae^{-\alpha 0}+ \frac{E}{R'} = 0$

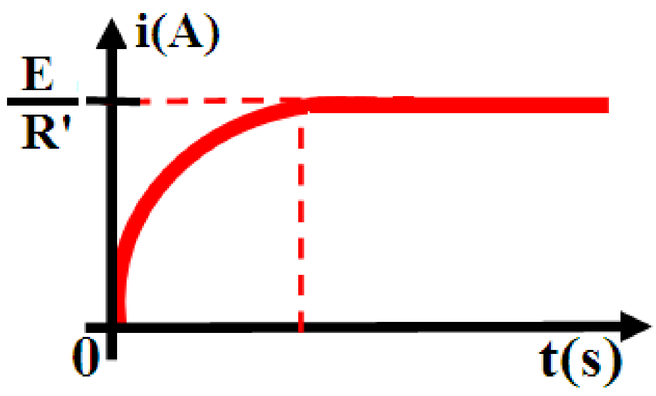
أي أن: $A = -\frac{E}{R'}$

و منه تعبير شدة التيار المار في الدارة هو:

$$i(t) = \frac{E}{R'}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Leftrightarrow i(t) = -\frac{E}{R'}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R'}$$

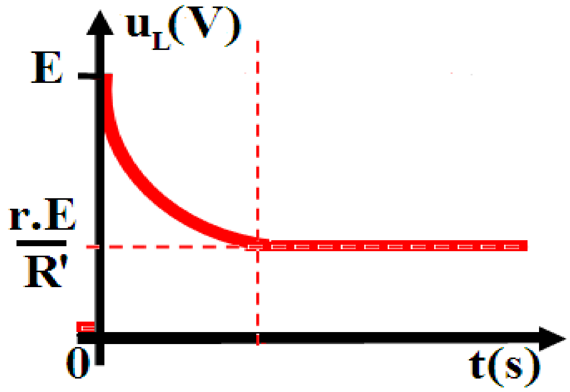
ج. منحنى تغيرات $i(t)$ و $u_L(t)$:

منحنى تغيرات i بدلالة الزمن



$$i(t) = \frac{E}{R'}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

منحنى تغيرات u_L بدلالة الزمن



$$u_L(t) = E\, e^{-t/\tau} + \frac{r.E}{R'}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

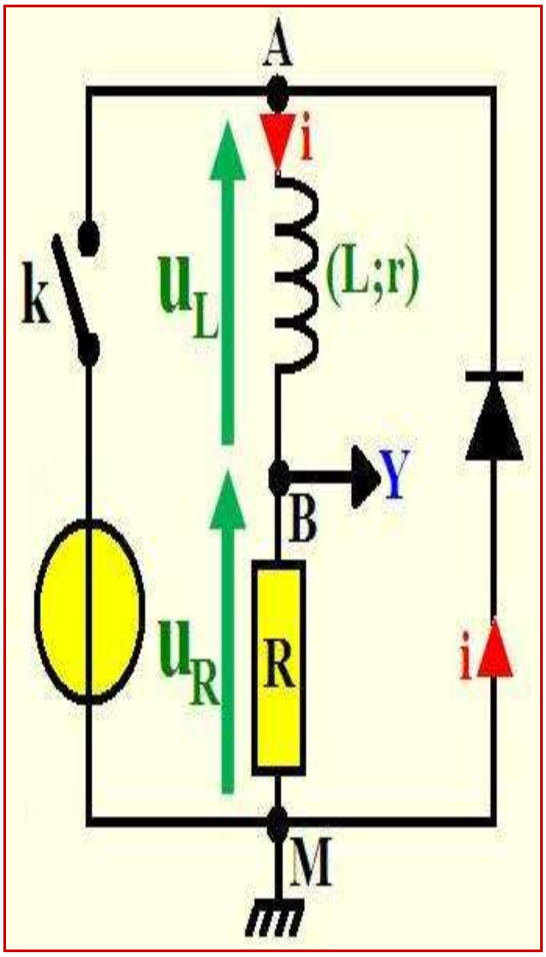
ملاحظة:

- تبرز هذه المنحيات وجود نظامين أساسيين:
  - ✓ **نظام انتقالي:** تتغير خلاله i (أو u_L) مع الزمن.
  - ✓ **نظام دائم:** تأخذ فيه i (أو u_L) قيمة ثابتة.

2. استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر نازلة (انقطاع التيار):

أ. المعادلة التفاضلية للدارة:

نعتبر التركيب التجريبي جانبه، نفتح قاطع التيار K في لحظة $t = 0$.



حسب قانون إضافية التوترات

لدينا: $(1)\ u_L + u_R = 0$

حسب قانون أوم: $u_R = R.i$ و $u_L = L.\frac{di}{dt} + r.i$

و بتعويض u_R و u_L بتعبيريهما في المعادلة (1)
نحصل على المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$ المار في دارة خاضعة لرتبة توتر نازلة (انقطاع التيار):

$$L.\frac{di}{dt} + r.i + R.i = 0 \quad \text{مع} \quad R' = R + r$$

أي أن: $\frac{di}{dt} + \frac{R'}{L}.i = 0$

بوضع $\tau = \frac{L}{R'}$ نجد: $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}.i = 0$

ب. حل المعادلة التفاضلية:

إن حل المعادلة التفاضلية $\frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}.i=0$ يكتب على الشكل التالي: $i(t) = Ae^{-\alpha t}+B$ بحيث A، B، و α ثوابت يجب تحديدها كما يلي:

♦ **تحديد B و α باستعمال المعادلة التفاضلية:**

لدينا $i(t) = Ae^{-\alpha t}+B$ و بالاشتقاق نجد: $\frac{di}{dt}=-\alpha Ae^{-\alpha t}$

و بتعويض $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$ بتعبيريهما في المعادلة التفاضلية

نجد: $-\alpha A.e^{-\alpha t}+\frac{1}{\tau}(A.e^{-\alpha t}+B)=0$

أي: $-\alpha A.e^{-\alpha t}+\frac{A.e^{-\alpha t}}{\tau}+\frac{B}{\tau}=0$

أي: $A.e^{-\alpha t}(-\alpha+\frac{1}{\tau})+\frac{B}{\tau}=0$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كان t يجب أن يتحقق ما يلي: $\frac{B}{\tau}=0$ أي $B=0$

و $-\alpha+\frac{1}{\tau}=0$ أي أن: $\alpha=\frac{1}{\tau}=\frac{R'}{L}$

♦ **تحديد A باستعمال الشروط البدئية:**

شدة التيار المار في الدارة دالة متصلة و بالتالي عند اللحظة $t = 0$ يكون $i(0)=\frac{E}{R'}$.

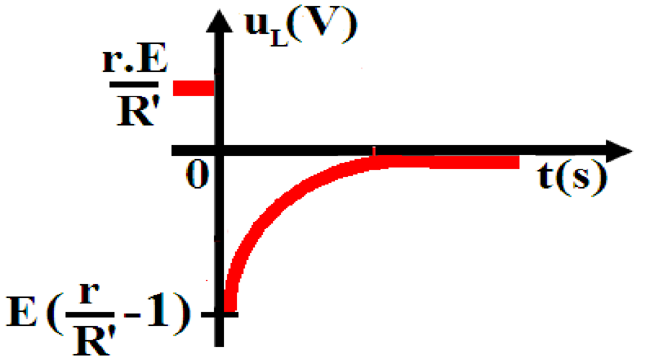
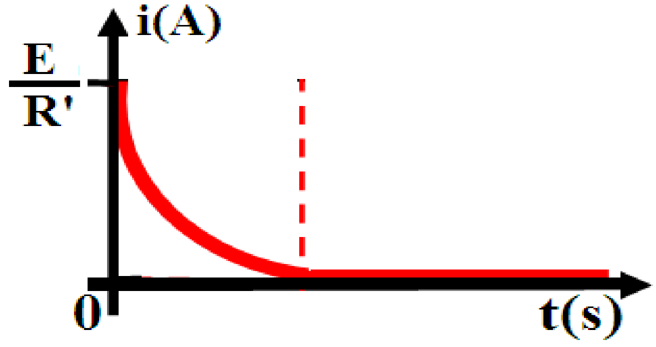
اعتمادا على حل المعادلة التفاضلية و بتعويض t بـ 0، فنجد: $i(0) = Ae^{-\alpha 0}=\frac{E}{R'}$

أي أن: $A=\frac{E}{R'}$

و منه تعبير شدة التيار المار في الدارة هو: $i(t)=\frac{E}{R'}e^{-\frac{t}{\tau}}$

ثنائي القطب RL

ج. منحنى تغيرات $i(t)$ و $u_L(t)$:

منحنى تغيرات u_L بدلالة الزمن	منحنى تغيرات i بدلالة الزمن
 $u_L(t) = E(\frac{r}{R'}-1)e^{-t/\tau}$	 $i(t) = \frac{E}{R'}e^{-t/\tau}$

3. ثابتة الزمن τ:

أ. تعريف:

تعرف ثابتة الزمن لثنائي القطب RL بالعلاقة التالية:

$$\tau = \frac{L}{R'}$$

ب. تحليل معادلة الأبعاد لثابتة الزمن لثنائي القطب RL :

يعرف التحليل البعدي لـ τ بتحديد وحدتها في النظام العالمي للوحدات، بحيث: $[\tau] = \frac{[L]}{[R]}$

- يعرف التوتر بين مربطي وشيعة مقاومتها مهملة بالعلاقة التالية: $u_L = L.\frac{di}{dt}$

أي أن: $[U] = [L] \times \frac{[I]}{[T]}$ و منه بعد L هو: $(1)\ [L] = [T] \times \frac{[U]}{[I]}$

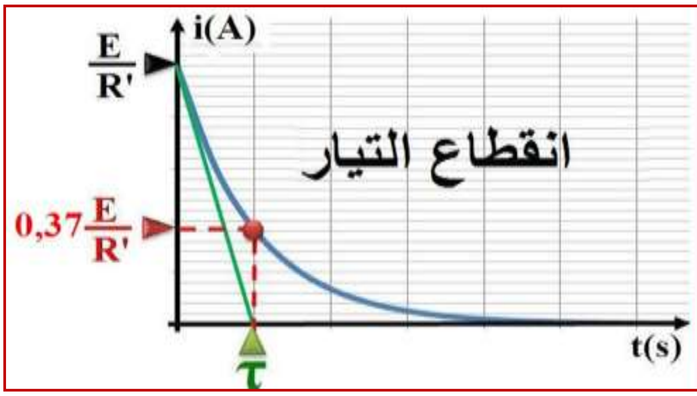
- حسب قانون أوم لدينا: $u_R = R.i$ أي أن: $[U] = [R].[I]$ و منه بعد R هو: $(2)\ [R] = \frac{[U]}{[I]}$

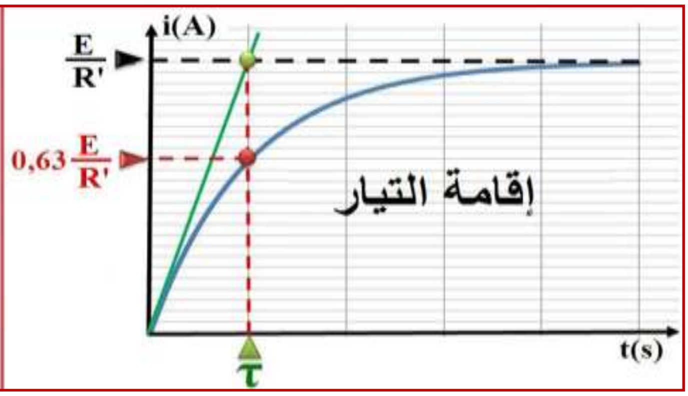
- من (1) و (2) نستنتج أن: $[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[T]\times\frac{[U]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} = [T]$

و منه فإن للمقدار $\tau = \frac{L}{R}$ بعد زمني، وحدته في النظام العالمي للوحدات هي الثانية(s).

ج. طرق تحديد ثابتة الزمن τ:

(نفس الطرق المعتمدة في تحديد ثابتة الزمن لثنائي القطب RC)

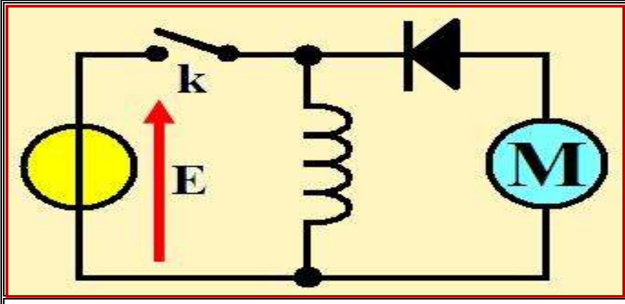




III. الطاقة المخزونة في الوشيعة.

أ. نشاط تجريبي 2:

نعتبر التركيب التجريبي جانبه، و المكون من وشيعة معامل تحريضها L و محرك M ومولد G. نغلق قاطع التيار k فيمر في الوشيعة تيارا كهربائيا، في حين أن الصمام الثنائي المركب في المنحى الحاجز يمنع مرور التيار الكهربائي للمحرك، و بعد فتح قاطع التيار يشتغل المحرك لمدة زمنية.



1) ما مصدر الطاقة التي تدير المحرك؟

مصدر الطاقة التي تدير المحرك هي الطاقة التي خزنتها الوشيعة عند إقامة التيار.

2) كيف تتغير الطاقة المخزونة في الوشيعة عند ارتفاع قيمة L أو شدة التيار المار في الدارة؟

عند ارتفاع قيمة L أو شدة التيار المار في الدارة، تزداد الطاقة المخزونة في الوشيعة و يمكن إبرازها من خلال عدد دورات المحرك.

ب. خلاصة:

نعتبر وشيعة معامل تحريضها L يجتازها تيارا كهربائيا شدته i، و التوتر بين مربطيها هو u_L. القدرة الكهربائية المكتسبة من طرف الوشيعة هي: $P=u_L.i$

أي أن: $P = r.i^2 + i.L\frac{di}{dt}$ أي أن: $P = r.i^2 + \frac{d(\frac{1}{2}L.i^2)}{dt}$ ، بحيث أن: $r.i^2$ القدرة المبددة بمفعول جول في الوشيعة و $\frac{d(\frac{1}{2}L.i^2)}{dt}$ القدرة المخزونة في الوشيعة و تسمى القدرة المغناطيسية ،

و لدينا $P = \frac{dE_m}{dt}$ ومنه نستنتج **الطاقة المغناطيسية** المخزونة في الوشيعة التي وحدتها الجول (J) وهي كما يلي:

$$E_m = \frac{1}{2}L.i^2$$