

1- المكثف - Le condensateur

تعريف، الرمز الاصطلاحي للمكثف

تعريف : يتكون المكثف من موصلين أو لبوسين (Armatures) يفصل بينهما عازل استقطابي (diélectrique).
الرمز الاصطلاحي لمكثف :



كل مكثف يتميزه مقدار يسمى سعة المكثف ونرمز لها بـ C وحدثها في النظام العالمي للوحدات هي الفاراد F

العلاقة بين التوتر و شدة التيار.	العلاقة بين الشحنة و التوتر	العلاقة بين الشحنة و شدة التيار.	شحنة المكثف
العلاقة بين الشحنة و شدة التيار. $i = \frac{dq_A}{dt}$ العلاقة بين الشحنة و التوتر $q(t) = C.U_C(t)$ العلاقة بين التوتر و شدة التيار. $i(t) = C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt}$	تتناسب شحنة المكثف اطرادا مع التوتر بين مربطيه $q(t) = C.U_C(t)$ حيث C سعة المكثف	شدة التيار الكهربائي هي سبب الشحن الكهربائي، و كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثف في وحدة الزمن $i = \frac{dq_A}{dt}$	نسمي شحنة المكثف، كمية الكهرباء q التي يتوفر عليها أحد لبوسيه. لتكن qA شحنة اللبوس A، (qA > 0) و qB شحنة اللبوس B، (qB < 0)، في هذه الحالة : $q = q_A = -q_B$

2 - تعبير الطاقة المخزونة في المكثف

القدرة الكهربائية المكتسبة من طرف المكثف هي : $P = u_C(t) \cdot i(t)$ واذن تعبير الطاقة $dE_e = P dt$ اذن $dE_e = u_C(t) \cdot i(t) dt$

بما ان $i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ فان $dE_e = C \cdot u_C \cdot du_C$

و هكذا : $dE_e = d\left(\frac{1}{2} C \cdot u_C^2 + k\right)$

أي أن تعبير الطاقة المخزونة بالمكثف هي : $E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 + k$ (k = Cte) تمثل الطاقة البدئية بالمكثف

عند (t=0)، يكون المكثف غير مشحون و بالتالي $E_e(t=0) = 0$ و $u_C(t=0) = 0$ أي أن $k=0$ $E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2$

3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر

1-3 المعادلة التفاضلية للدائرة

- قبل غلق الدارة $u_C = 0$ (المكثف مفرغ).

- عند لحظة $t = 0$ نغلق الدارة .

حسب قانون إضافية التوترات نكتب :

مع $u(t) = E$ $u(t) = u_R(t) + u_C(t)$

حسب قانون أوم $u_R(t) = R \cdot i(t)$ مع $i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

و هكذا نجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي مكثف : $R C \cdot \frac{d u_C}{d t} + u_C = E$

2-3 تعبير التوتر U_C(t)

حل هذه المعادلة التفاضلية، على شكل : $u_C(t) = A \cdot e^{-k \cdot t} + B$ و A و B و k ثوابت .

نحدد B: المشتقة الأولى ل $u_C(t)$ هي : $\frac{d u_C}{d t} = -k \cdot A \cdot e^{-k \cdot t}$

نعوض في المعادلة التفاضلية : $-\tau k \cdot A \cdot e^{-k \cdot t} + A \cdot e^{-k \cdot t} + B = E$ أي أن :

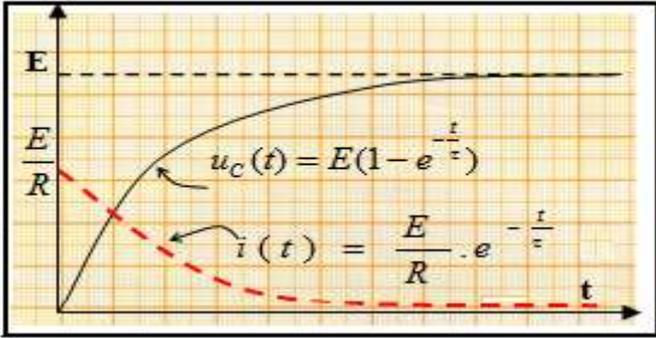
لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كانت t ($\forall t$) يجب أن يكون $(1 - k \cdot \tau) = 0$ أي : $k = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{R C}$ و بالتالي B=E و $\tau = R \cdot C$

و هكذا : $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + E$

نحدد A: عند الشروط البدئية، أي عند (t=0) المكثف مفرغ بدئيا : $u_C(t=0) = A + E = 0$ و منه $A = -E$

بالتالي : $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

<p>+ معادلة الأبعاد للجداء $R.C$: $[\tau] = [R].[C]$ و هكذا : $[R].[C] = [t]$ المقدار $\tau = R.C$ له بعد زمن ، نسميه ثابتة الزمن</p>	<p>- بعد C ، $[C]$: بالنسبة للمكثف : $[C] = \frac{[I].[t]}{[U]} \Leftarrow i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$</p>	<p>- بعد R ، $[R]$: حسب قانون أوم : $[R] = \frac{[U]}{[I]} \Leftarrow R = \frac{U}{I}$</p>
--	--	---



3-3- تعبير شدة التيار الكهربائي المار في الدارة :

من العلاقة $i(t) = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ مع $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ و $(\tau = R.C)$

نجد : $i(t) = C \cdot E \left[0 - \left(-\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \right] = E \cdot C \cdot \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}}$

ومنه $i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

تحدد τ ثابتة الزمن بالطرق التالية

- * المستقيم المماس عند $t=0$ حيث نقطة تقاطع المماس مع محور الافاصيل يمثل τ
- * المقدار عند اللحظة $t=\tau$ حيث نسقط الكمية $U_C(\tau) = 0,63 \cdot E$
- * بتحديد زمن النصف $t_{1/2}$ حيث نستعين بالعلاقة $t_{1/2} = \tau \cdot \ln(2)$

3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة نازلة للتوتر

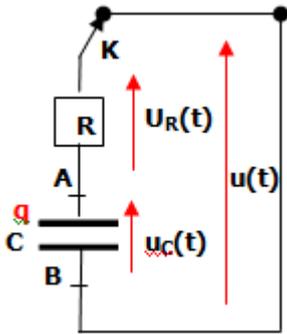
1-3- المعادلة التفاضلية:

- في لحظة $t=0$ ، نضع قاطع التيار K في الموضع (2) ، حيث المكثف مشحون أي : $u_C(0) = E$
 حسب قانون إضافة التوترات نكتب : $u_C(t) + u_R(t) = u(t) = 0$

مع $u_R(t) = R \cdot i(t)$ و $i(t) = \frac{dq}{dt}$ و $q = C u_C(t) \Leftarrow u_R(t) = R \cdot C \frac{du_C}{dt}$

وبالتالي : $u_C(t) + \tau \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = 0$ مع $(\tau = R.C)$

" المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي مكثف خلال تفريغه في موصل أومي "



2-3- تعبير التوتر بين مربطي المكثف

تعبير التوتر بين مربطي المكثف حل المعادلة التفاضلية و يكتب على شكل : $u_C(t) = A \cdot e^{-k \cdot t} + B$ مع A و B و k ثابتة .

نعوض في المعادلة التفاضلية : $\frac{du_C}{dt} = -k \cdot A \cdot e^{-k \cdot t}$

$$\begin{cases} -R.C.k.Ae^{-k.t} + Ae^{-k.t} + B = 0 \\ Ae^{-k.t}(1 - R.C.k) + B = 0 \end{cases}$$

تتحقق هذه المعادلة ، يوافق $1 - R.C.k = 0$ أي أن : $k = \frac{1}{R.C} = \frac{1}{\tau}$ ، و بالتالي :

$B = 0$

عند $(t=0)$: $u_C(0) = E = A \cdot e^0$ أي أن : $A = E$

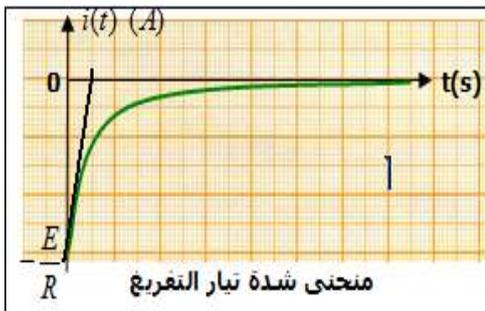
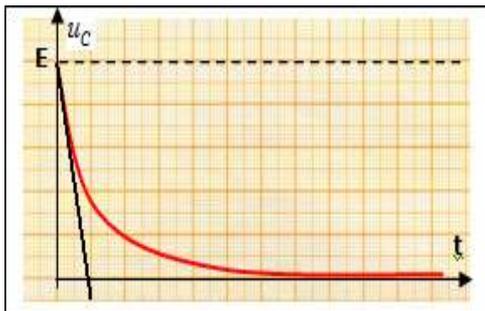
وهكذا : $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ مع $\tau = R.C$

3-3- تعبير شدة تيار التفريغ :

لدينا $i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$ مع $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ و هكذا :

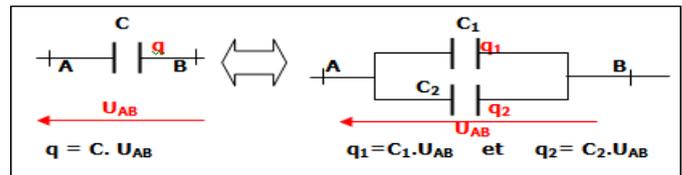
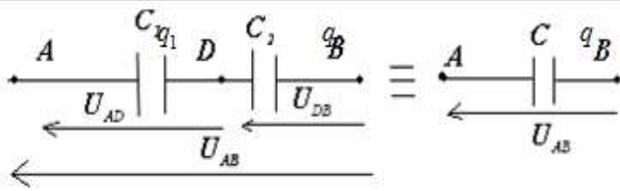
$$i(t) = -\frac{E}{\tau} C \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

الإشارة - تدل على ان المكثف يلعب دور المولد في الدارة لكن منحى التيار ليس في منحاه الحقيقي



التجميع على التوالي:

التجميع على التوازي:



$$q = q_1 = q_2$$

$$U_{AB} = U_{AD} + U_{DB}$$

$$\frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \text{ و بالتالي:}$$

تعميم: سعة المكثف المكافئ لعدة مكثفات مركبة على التوالي .

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i} \text{ كل مكثف إذا استعمل لوحده}$$

هذا التركيب يُضَعِّفُ السعة

: الشحنة الكلية للمكثف : q

$$q = q_1 + q_2$$

$$C \cdot U_{AB} = C_1 \cdot U_{AB} + C_2 \cdot U_{AB}$$

$$C = C_1 + C_2 \text{ و بالتالي:}$$

تعميم: سعة المكثف المكافئ لعدة مكثفات مركبة على التوازي .

$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

هذا التركيب يرفع السعة

انتهى