ثنائي القطب RC

I المكثفات Condensateurs :

1) تعريف مكثف :

المكثف ثنائي قطب ، يتكون من لبوسين (وهما عبارة عن موصلين متقابلين) يفصل بينهما عازل استقطابي(كالهواء أو الزجاج أو ورق مبلل بزيت البارافين ......وهي مواد عازلة ليست بموصلة للتيار الكهربائي).

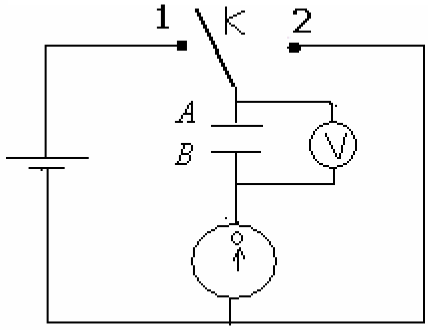
و يرمز للمكثف في دارة كهربائية بالرمز التالي:

ويمكن للبوسين أن يأخذا جميع الأشكال الهندسية الممكنة.

2) الإبراز التجريبي لشحن وتفريغ مكثف:

أ) شحن مكثف : تجربة :

نستعمل مولدا للتيار الكهربائي المستمر ، وننجز التركيب التالي:



نستعمل في هذه التجربة جهاز أمبيرمتر ذي الصفر في وسط المبناء .

أو جهاز ڭالفانومبتر .

نضع قاطع التيار الكهربائي في الموضع(1) بحيث يتم ربط المكثف بالمولد .

نلاحظ أن جهاز الأمبيرميتر يشير إلى مرور تيار كهربائي في الدارة وذلك خلال مدة وجيزة والفولطميتر يشير إلى كون التوتر بين مربطي المكثف $u_{AB} = E$. نقول أن المكثف أصبح مشحونا والتيار الذي مر في الدارة خلال هذه المدة الوجيزة يسمى<u>بتيار الشحن</u>.

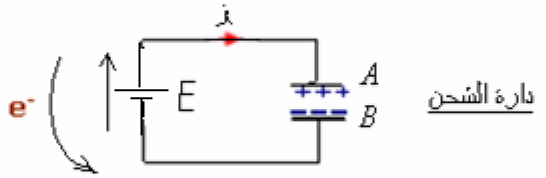
تعليل :

تيار الشحن ناتج عن انتقال الإلكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B ، ونظرا لوجود العازل الإستقطابي بين اللبوسين تتراكم الإلكترونات على اللبوس B ويفقد اللبوس A نفس عدد الإلكترونات التي اكتسبها اللبوسB <u>فيصبح المكثف مشحونا</u>.

ونسمي <u>شحنة مكثف</u> ، كمية الكهرباء q التي يحملها أحد اللبوسين . $q = q_A = - q_B$.

عند نهاية الشحن يصبح التوتر بين مربطي المكثف : $u_C = E$

E : القوة الكهرمحركة للمولد.



ب) تفريغ مكثف : تجربة :

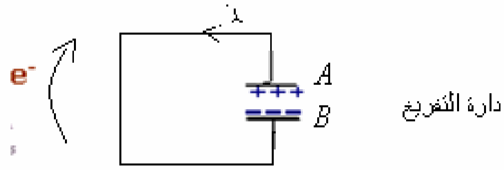
بعد شحن المكثف نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) . نلاحظ انحراف إبرة الأمبيرميتر في المنحى المعاكس خلال وقت وجيز والفولطميتر يشير إلى انعدام سريع للتوتر.

تعليل :

بوضع قاطع التيار في الموضع (2) يتم ربط اللبوسين فيما بينهما ، وبذلك الإلكترونات المتراكمة على اللبوس B تعود إلى اللبوس A.

وتيار التفريغ الذي يظهر في الدارة له عكس منحى تيار الشحن .

عندما يصبح المكثف مفرغا ينعدم التوتر بين مربطيه وينعدم التيار في الدارة.



3) العلاقة بين الشحنة وشدة التيار :

شدة التيار الكهربائي في الدارة تمثل صبيب الشحنات الكهربائية الذي يعبر الدارة خلال وحدة الزمن.

• <u>في التيار الكهربائي المستمر</u> لدينا: $I = \frac{q}{t}$ شدة التيار ثابتة.

• في التيار الكهربائي المتغير: $i=\frac{dq}{dt}$.

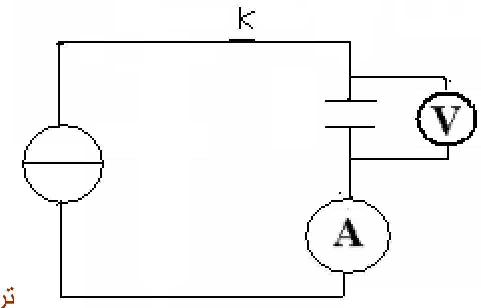
وبالنسبة للمكثف لدينا $i=\frac{dq_A}{dt}=\frac{dq}{dt}$

4) العلاقة بين الشحنة والتوتر : (شحن مكثف بتيار ثابت)

نعوض في التركيب السابق المولد بمولد مؤمثل للتيار الكهربائي (وهذا الأخير يمنح شدة ثابتة مهما كان التوتر بين مربطيه).

ثم نضع قاطع التيار في الموضع (1) ونشغل الميقت في نفس اللحظة.

نسجل شدة التيار الكهربائي في الدارة: $I_0=0{,}3uA$ ، ونقيس التوتر بين مربطي المكثف في كل خمس ثوان.



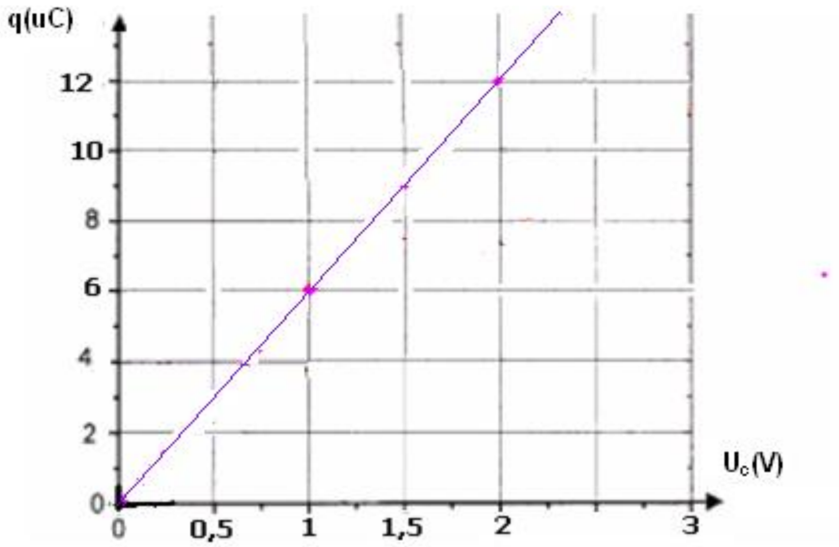
تركيب شحن مكثف بتيار ثابت.

جدول النتائج:

لدينا : $q=I_0.t$ نتمم ملء الجدول : بحيث نحدد شحنة المكثف بالنسبة لكل قياس.

t(s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
U_c(V)	0	0 ,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25
q(uC)	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5

نرسم المنحنى $q=f(u_c)$:



تتناسب شحنة المكثف مع التوتر المطبق بين مربطيه و معامل التناسب بينهما ثابتة تميز المكثف ،تسمى : سعة المكثف. ويرمز إليها ب C

$q=C.U_C$ وحدة سعة المكثف في النظام العالمي للوحدات هي الفاراد و نرمز إليه ب :F Farad

التحديد المبياني لسعة المكثف : سعة المكثف المستعمل في الدراسة التجريبية السابقة تمثل المعامل الموجه للمستقيم الذي يمثل تغيرات شحنة المكثف بدلالة التوتر المطبق بين مربطيه.

$$C=\frac{\Delta q}{\Delta U_C}=\frac{(13{,}5-1{,}5)\times10^{-6}C}{(2{,}25-0{,}25)V}=6.10^{-6}F=6\mu F$$

نعطي بعض أجزاء الفاراد:

$1mF=10^{-3}F$	الميليفاراد millifarad
$1uF=10^{-6}F$	الميكروفاراد microfarad
$1nF=10^{-9}F$	النانو فاراد nanofarad
$1pF=10^{-12}F$	البيكو فاراد picofarad

ملحوظة : المنحنى الذي تغيرات التوتر u_C بين مربطي المكثف بدلالة الزمن كذلك عبارة عن دالة خطية .

المنحنى عبارة عن مستقيم معامله الموجه :

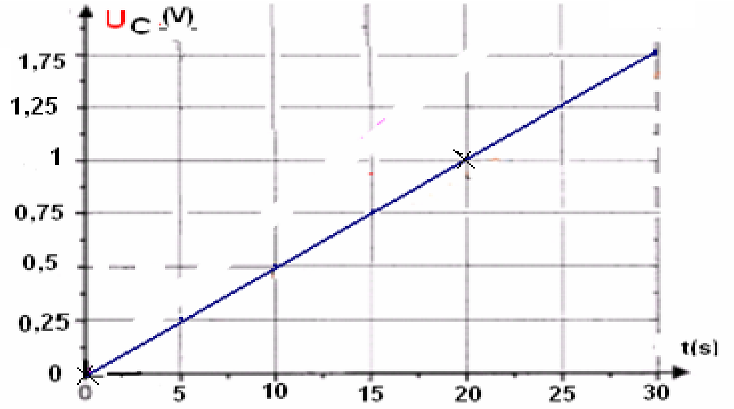
$k=\frac{\Delta Uc}{\Delta t}=\frac{1-0}{20-0}=0{,}05V/s$ إذن : $U_c=k.t$

لدينا : $q=I_o.t$ (1) ولدينا : $U_c=k.t$ (2)

ومن خلال : $\frac{(1)}{(2)}$ لدينا : $\frac{q}{U_c}=\frac{I_o}{k}$ ومنه :

$q=\frac{I_o}{k}\times U_c$ وهي على الشكل : $q=C\times U_c$

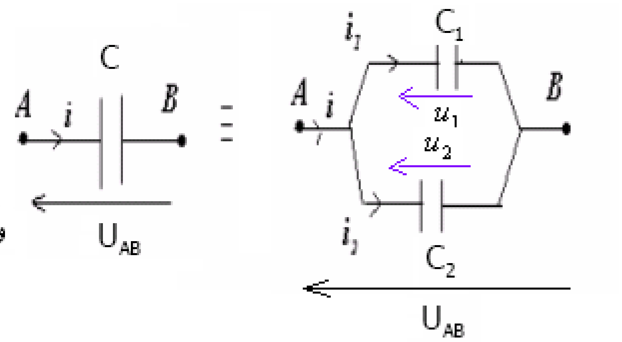
ومنه : $C=\frac{I_o}{k}=\frac{0{,}3.10^{-6}}{0{,}05}=6.10^{-6}F$



II تجميع المكثفات : Association des condensateurs

1) التركيب على التوازي :

نعتبر مكثفين مركبان على التوازي سعتاهما على C_1 و C_2 . لتكن C سعة المكثف المكافئ لهما (أي الذي يمكن أن يعوضهما ويلعب دورهما) .



حسب قانون العقد في النقطة A لدينا:

$q=q_A+q_B \Leftrightarrow i=i_1+i_2$

لدينا : $q_1=C_1u_1$ ، $q_2=C_2u_2$ ، $q=Cu_{AB}$

إذن : $Cu_{AB}=C_1u_1+C_2u_2$

وبما أنه في دارة متفرعة جميع الفروع تخضع لنفس التوتر فإن : $u_{AB}=u_1=u_2$

إذن : $Cu_{AB}=C_1u_{AB}+C_2u_{AB}$

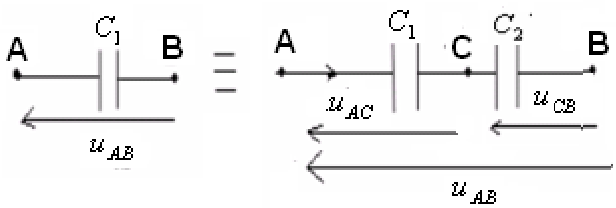
أي: $C\cancel{u_{AB}}=\cancel{u_{AB}}(C_1+C_2)$ إذن : $C=C_1+C_2$

وبصفة عامة بالنسبة لعدة مكثفات مركبة على التوازي ،سعة المكثف المكافئ : $C=\Sigma C_i$

الفائدة من هذا التركيب : تضخيم السعة.

2) التركيب على التوالي :

لتكن C سعة المكثف المكافئ لمكثفين مركبان على التوالي سعتاهما C_1 و C_2.



حسب قانون تجميع التوترات لدينا : $u_{AB}=u_{AC}+u_{CB}$ (1)

ولدينا : $q=C\ u_{AB} \Rightarrow u_{AB}=\frac{q}{C}$

$q_1=C_1u_{AC} \Rightarrow u_{AC}=\frac{q_1}{C_1}$

$q_2=C_2u_{CB} \Rightarrow u_{CB}=\frac{q_2}{C_2}$

بالتعويض في العلاقة (1) تصبح : $\frac{q}{C}=\frac{q_1}{C_1}+\frac{q_2}{C_2}$ (2)

وبما أن المكثفات المركبة على التوالي تحمل نفس الشحنة الكهربائية فإن : $q=q_1=q_2$ إذن العلاقة (2) تصبح كما يلي : $\frac{q}{C}=\frac{q}{C_1}+\frac{q}{C_2}$

أي : $\frac{\cancel{q}}{C}=\cancel{q}(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2})$ ومنه : $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$

وبصفة عامة بالنسبة لعدة مكثفات مركبة على التوالي ،سعة المكثف المكافئ : $\frac{1}{C}=\Sigma\frac{1}{C_i}$

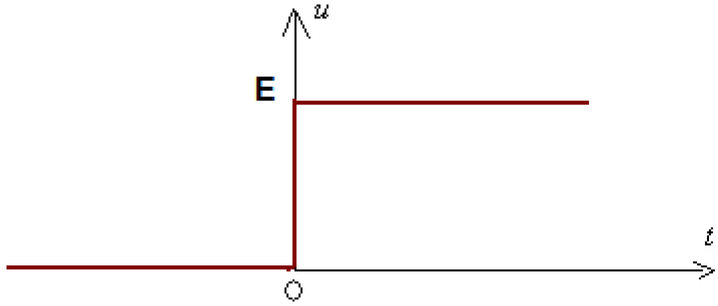
فائدة التركيب على التوالي : تخفيض السعة .

III استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر:

1) الاستجابة لرتبة صاعدة للتوتر:

أ) تجربة: شحن المكثف

نقول أن ثنائي قطب يخضع لرتبة صاعدة للتوتر عندما ينتقل التوتر بين مربطيه فجأة من قيمة منعدمة إلى قيمة ثابتة(E مثلا) .



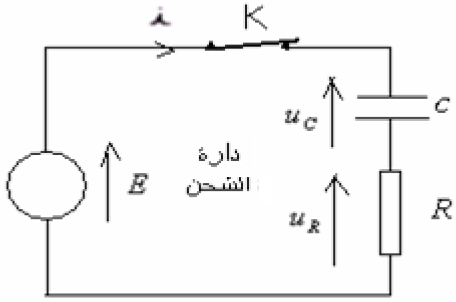
رتبة صاعدة للتوتر

عند $t \leq 0$ **يكون التوتر :** $u = 0$.

و عند $t \succ 0$ **يكون التوتر :** $u = E$.

نركب على التوالي موصلا أوميا مقاومته R **ومكثفا سعته** C **فنحصل على ثنائي قطب** RC **ثم نخضعه لرتبة صاعدة للتوتر.**

عند اللحظة t=0 نغلق قاطع التيار الكهربائي K



لدينا : $i = \dfrac{dq}{dt}$

و: $q = C u_C$

و: $u_R = Ri$

نمثل مختلف التوترات مع احترام اصطلاح المولد واصطلاح المستقبل

*في اصطلاح المولد التوتر u وشدة التيار i لهما نفس المنحى.

*في اصطلاح المستقبل التوتر u وشدة التيار i لهما منحيان متعاكسان.

بتطبيق قانون إضافية التوترات لدينا :

$u_R + u_C = E$

أي : $R.i + u_C = E$ $\Leftarrow$ $R.\dfrac{dq}{dt} + u_C = E$ إذن : $R.\dfrac{d(C.u_C)}{dt} + u_C = E$ $\Leftarrow$ $R.C.\dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$

العلاقة السابقة تصبح كما يلي: $\boxed{\tau \times \dfrac{du_c}{dt} + u_c = E}$ المعادلة التفاضلية التي يحققها لتوتر بين مربطي المكثف خلال الشحن.

ب) حل المعادلة التفاضلية:

حل المعادلة التفاضلية: $\tau \times \dfrac{du_c}{dt} + u_c = E$ **عبارة عن دالة أسية تكتب على النحو التالي:** $u_c(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ **(1) مع:** $A \neq 0$

الثوابت A ، α **و** B **يتم تحديدها بالتعويض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدنية.**

إذن: $\dfrac{du_c}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$ **ثم نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح:** $-\tau.\alpha.Ae^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} + B = E$

أي: $Ae^{-\alpha t}(1-\tau\alpha) = E - B$ **لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل** $e^{-\alpha t}$ **منعدما أي** $1 - \tau.\alpha = 0$ **لأن:** $A \neq 0$ **و** $E - B = 0$

إذن: $\alpha = \dfrac{1}{\tau}$ **و** $B = E$

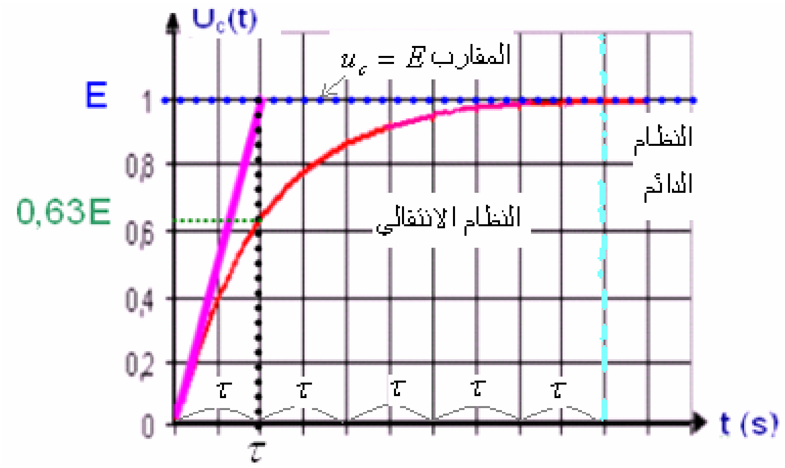
والحل (1) يصبح كما يلي: $u_c(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + E$ **(2)**

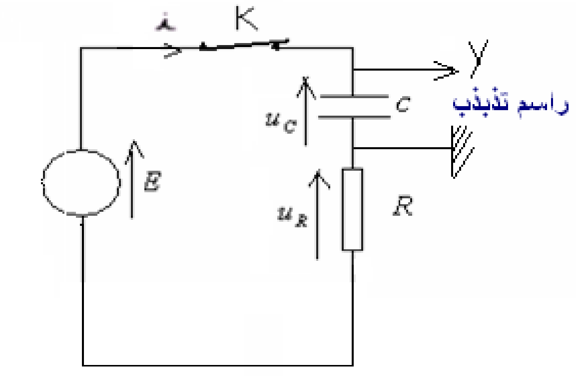
لتحديد الثابتة A **نستعمل الشروط البدنية** وهي : **عند اللحظة** $t = o$ لدينا $u_c = 0$.وبالتعويض في الحل (2) نجد : $0 = Ae^0 + E$ **ومنه :**

. $A = -E$

وبذلك الحل يكتب كما يلي: $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ **مع** $\tau = RC$

يمكن معاينة التوتر بين مربطي المكثف باستعمال راسم تذبذب ذاكراتي أو وسائط معلوماتية . نحصل على المنحنى: $u_c(t)=E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$





بيرز هذا المنحنى نظامين : - نظام انتقالي يتغير خلاله التوتر بين مربطي المكثف من0 إلىE.
- نظام دائم يصبح خلاله التوتر بين مربطي المكثف ثابتا $u_c = E$.

5τ يصبح المكثف مشحونا .

<u>ملحوظة:</u> المقدار $\tau = R.C$ الذي يسمى ثابتة الزمن لثنائي القطب $R.C$ له بعد زمني ويتضح ذلك من خلال معادلة الأبعاد التالية:

نعلم أن: $\begin{cases} q = I.t \\ q = c\ u_c \end{cases} \Leftarrow I.t = C\,u_c \Leftarrow C = \frac{I.t}{u_c}$ ومنه : $[C] = [I].[t].[U]^{-1}$

ولدينا : $u_R = Ri \Leftarrow R = \frac{u_R}{i}$ ومنه : $[R] = [U][I]^{-1}$

ولدينا : $\tau = R.C \Leftarrow [\tau]=[R].[C]=[U].[I]^{-1}.[I].[t].[U]^{-1}=[t]$

إذن ثابتة الزمن τ لها بعد زمني ووحدتها هي الثانية (s).

<u>ج) طريقة تحديد ثابتة الزمن</u> :

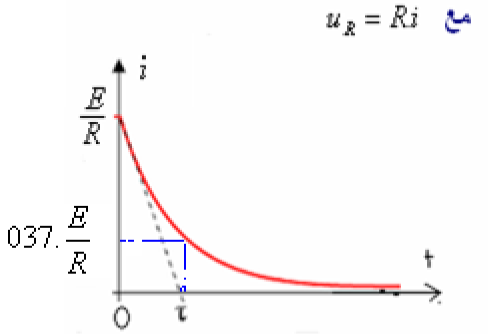
<u>الطريقة الأولى</u>:بالتعويض عند اللحظة $t=\tau$ في تعبير التوتر $u_c(t)=E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ نحصل على : $u_c = E(1-e^{-1}) \approx 0{,}63E$.

<u>الطريقة الثانية</u>: المماس للمنحنى عند اللحظة $t=o$ يتقاطع مع المقارب $u_c = E$ عند اللحظة $t=\tau$.(انظر الشكل).

<u>د) تعبير شدة تيار الشحن في الدارة</u>:

لدينا من خلال دارة الشحن السابقة : $u_R + u_c = E$ إذن: $u_R = E - u_c$ مع $u_R = Ri$

أي: $Ri = E - E(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه: $i = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$



<u>أو بطريقة أخرى</u>:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C\,u_c)}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$$

$$= C\frac{d\left[E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\right]}{dt} = C.\left[\frac{E}{\tau}\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= C\frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

التحديد المبياني لثابتة الزمن:

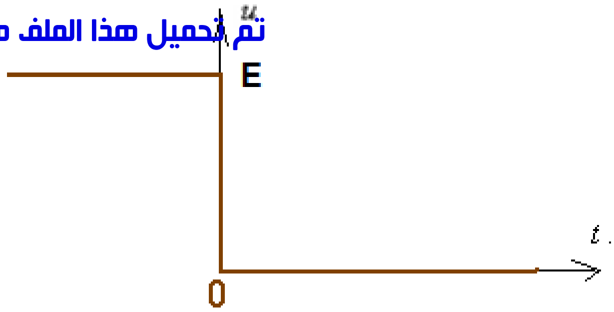
<u>الطريقة الأولى</u> بالتعويض عند اللحظة $t=\tau$ في تعبير شدة التيار نجد : $i = \frac{E}{R}.e^{-1} = 037.\frac{E}{R}$ (انظر الشكل).

<u>الطريقة الثانية</u> : المماس للمنحنى عند اللحظة $t=0$ يتقاطع مع محور الزمن عند اللحظة $t=\tau$.(انظر الشكل)

<u>2) استجابة ثنائي قطب RC لرتبة نازلة للتوتر</u>:

<u>أ) تجربة : تفريغ المكثف</u>:

نقول أن ثنائي قطب يخضع لرتبة نازلة للتوتر عندما ينتقل التوتر بين مربطيه فجأة من قيمة(E مثلا) إلى قيمة منعدمة ثابتة .

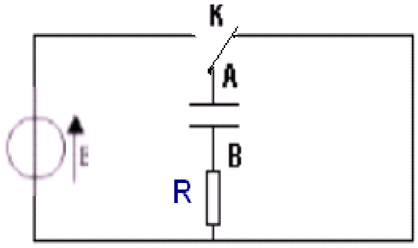


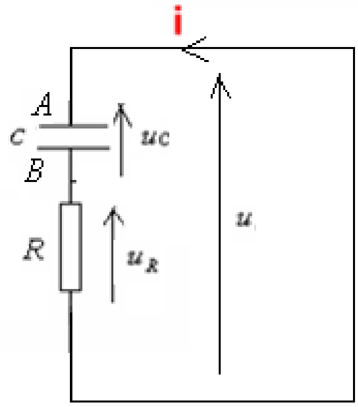
رتبة نازلة للتوتر .

عند $t \leq 0$ يكون التوتر ثابتا : $u = E$.

وعند $t \succ 0$ يكون التوتر منعدما: $u = 0$.

عندما يصبح المكثف مشحونا نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) فينتقل التوتر بين مربطي المكثف فجأة من E إلى 0 ،نقول أنه خضع إلى رتبة نازلة للتوتر.





بتطبيق قانون إضافية التوترات :

لدينا من جهة $u = 0$

ومن جهة أخرى: $u = u_R + u_C$

إذن : $u_R + u_C = 0$

أي : $Ri + u_C = 0$

ولدينا : $i = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{d(Cu_c)}{dt} = C\dfrac{du_c}{dt}$

إذن العلاقة السابقة تصبح:

$$RC\frac{du_c}{dt} + u_c = o$$

بما أن $\tau = R.C$: العلاقة تصبح : $\tau\dfrac{du_c}{dt} + u_c = 0$ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف خلال التفريغ.

ب) حل المعادلة التفاضلية:

حل المعادلة التفاضلية: $\tau.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = 0$ يكتب كما يلي : $u_c(t) = Ae^{-\alpha.t} + B$ مع $A \neq 0$ **(1)**

الثوابت A ، α و B يتم تحديدها بالتعويض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدئية.

إذن: $\dfrac{du_c}{dt} = -\alpha.Ae^{-\alpha.t}$ ثم نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح: $-\tau.\alpha.Ae^{-\alpha.t} + Ae^{-\alpha.t} + B = 0$

أي: $Ae^{-\alpha.t}(1-\tau.\alpha) + B = 0$ (2) لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل : $e^{-\alpha.t}$ منعدما أي $1-\tau.\alpha = 0$

إذن: $\alpha = \dfrac{1}{\tau}$. $B = 0$ و بذلك يصبح الحل (1) كما يلي :

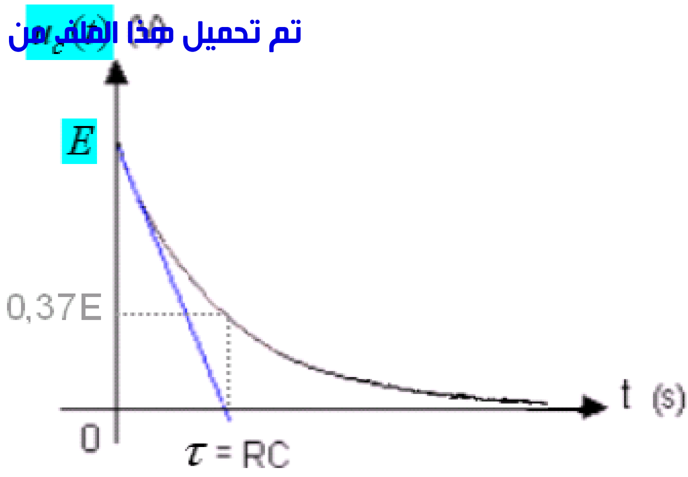
$$u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

لتحديد الثابتة A نستعمل الشروط البدئية وهي : عند اللحظة $t = o$ لدينا $u_c = E$.وبالتعويض في الحل لدينا : $E = Ae^0$ أي : $A = E$

وبذلك الحل النهائي يكتب كما يلي $u_c(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$. مع: $\tau = R.C$

هذا المنحنى يمثل الدالة :

$$u_c(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$



التحديد المبياني لقيمة ثابتة الزمن :

الطريقة الأولى: المماس للمنحنى عند اللحظة $t=o$ يتقاطع مع محور الزمن عند اللحظة $t=\tau$.(انظر الشكل).

الطريقة الثانية: بالتعويض في تعبير التوتر عند اللحظة $t=\tau$ يأخذ القيمة : $u_c = E.e^{-\frac{\tau}{\tau}} = E.e^{-1} = .0,37E$.

كلما كانت τ صغيرة كلما كانت مدة التفريغ أسرع .

ج) تعبير شدة التيار في دارة التفريغ:

لدينا من خلال علاقة تجميع التوترات في دارة التفريغ السابقة : $u_R + u_c = 0$ إذن: $u_R = -u_c$ مع $u_R = R.i$.

إذن : $R.i = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه : $i = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

الإشارة (-) تدل على أن تيار التفريغ له عكس منحى تيار الشحن.

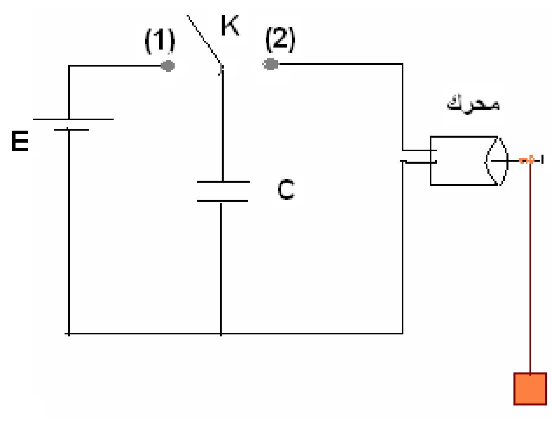
أو بطريقة أخرى:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_c)}{dt} = C\frac{du_c}{dt} = C\frac{d\left[Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right]}{dt} = C.\left[-\frac{E}{\tau}\right]e^{-\frac{t}{\tau}} = -C\frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

IV الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف :

1) الإبراز التجريبي:

نُنجز التركيب التالي :



نضع قاطع التيار K في الموضع (1) مدة كافية لشحن المكثف ثم ننقله للموضع (2)

نلاحظ اشتغال المحرك وصعود الكتلة المعلمة المعلقة في طرف خيط ملفوف حول مرود المحرك.

يفسر صعود الكتلة المعلمة واكتسابها طاقة وضع ثقالية إلى الطاقة الكهربائية التي اكتسبها المكثف أثناء شحنه .

نستنتج أن المكثف يمكنه تخزين الطاقة الكهربائية قصد استرجاعها واستغلالها عند الحاجة.

2) تعبير الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف :

لدينا من خلال تعبير القدرة للحظية $\frac{dE_e}{dt}$ $E_e = \int_0^{u_c} c.u_c.du_c = c\int_0^{u_c} u_c.du_c = \frac{1}{2}c.u_c^2$

الطاقة المخزونة في مكثف سعته **C** والتوتر بين مربطيه u_C تعطيها العلاقة التالية:

$$E_e = \frac{1}{2}C.u_C{}^2$$

E_e : الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف . بالجول: (J).

C : سعة المكثف بالفاراد (F).

u_c : التوتر بين مربطي المكثف بالفولط (V).

ولدينا : $q = C.u_C \Rightarrow C = \frac{q}{u_C} \Rightarrow \xi_e = \frac{1}{2}C.u_C{}^2 = \frac{1}{2}.\frac{q}{u_C}.u_C{}^2 = \frac{1}{2}q.u_C$

ولدينا كذلك : $q = C.u_C \Rightarrow u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \xi_e = \frac{1}{2}C.u_C{}^2 = \frac{1}{2}.C(\frac{q}{C})^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}$

إذن الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف تعطيها إحدى العلاقات التالية :

$$\xi_e = \frac{1}{2}C.u_C{}^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}q.u_C$$

SBIRO Abdelkrim **Lycée Agricole Oulad-Taima Agadir Maroc**

Adresse électronique : sbiabdou@yahoo.fr

pour toute observation contactez mon émail

الله ولي التوفيق.

ولا تنسونا من دعائكم الصالح.