

الجزء الثالث :

الكهرباء

الوحدة 1

6 س / 7 س

ثنائي القطب RC

Le Dipôle RC

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

الثانية باكوريا
الفيزياء

1- المكثف :



في سنة 1745م وفي مدينة لايد Leyde بهولندا اكتشف الفيزيائيان **كليست Von Kleist** و **موسشنبروك Petrus Van Musschenbrœk** **المكثف** الذي عرف **بقنينة لايد** وهو جهاز يمكن من جمع الشحن الكهربائية الساكنة ، لكن مبدأ اشتغال هذه المركبة لم يكتشف إلا سنة 1782م من طرف الفيزيائي الإيطالي **فولطا Volta** .

1-1- تعريف :

ننجز التركيب التجريبي التالي :

أ- عند غلق قاطع التيار ، كيف يتغير التوتر بين مربطي المكثف وشدة التيار المار في الدارة ؟

تتزايد قيمة التوتر بين مربطي المكثف لتصل إلى قيمة مستقرة تساوي E ، وتنخفض شدة التيار الكهربائي حتى تنعدم . نقول إن المكثف عند شحنه كليا يتصرف كقاطع تيار مفتوح .

ب- مثل على التركيب منحى التيار الكهربائي و منحى انتقال الإلكترونات انظر الشكل .

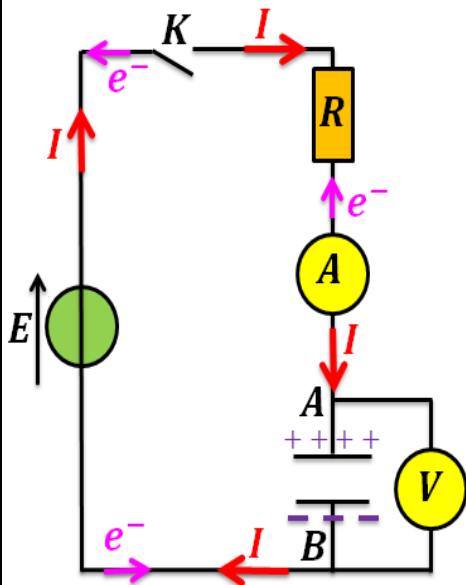
ج- استنتج إشارتي q_A و q_B شحنتي اللبوسين A و B للمكثف .

عند غلق قاطع التيار ، تتحرك الإلكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B وتجد أمامها عازلا استقطابيا فتتراكم ، ويشحن اللبوس B بشحنة q_B

سالبة $q_B < 0$ بينما يشحن اللبوس A بشحنة موجبة $q_A > 0$.

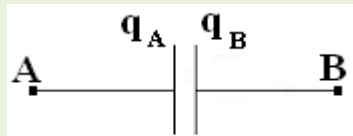
د- علما أن الشحنة الكهربائية تتحفظ ، ما العلاقة بين q_B و q_A عند كل لحظة ؟

بما أن الشحنة الكهربائية تتحفظ ، فإن $q_A + q_B = 0$ أي $q_A = -q_B$.



يتكون المكثف من موصلين كهربائيين متقابلين ، نسميهما **لبوسين** ، يفصل بينهما **عازل استقطابي** .

نسمي **شحنة المكثف** أو **كمية الكهرباء q** التي يتوفر عليها المكثف شحنة اللبوس الموجب للمكثف ، وحدتها هي **الكولوم C** . نرسم للمكثف بـ

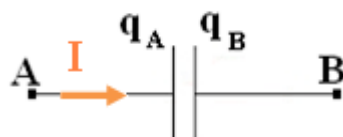


لتكن q_A شحنة اللبوس A وهو مشحون إيجابا و q_B شحنة اللبوس B وهو مشحون سلبي ، حيث

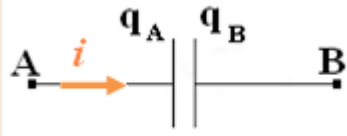
تحقق q_B و q_A في كل لحظة $q_A = -q_B = q$.

1-2- العلاقة بين الشحنة وشدة التيار :

اصطلاح توجيه التيار بالنسبة لمكثف



نختار منحنى موجبا لشدة التيار حيث يدخل من اللبوس A ، عندما يمر التيار من المنحنى المختار تكون $i > 0$ و عندما يمر في المنحنى المعاكس تكون $i < 0$.



$$i = \frac{dq_A}{dt} = - \frac{dq_B}{dt}$$

عند تزايد q_A : $\frac{dq_A}{dt} > 0$ أي $i > 0$

عند تناقص q_A : $\frac{dq_A}{dt} < 0$ أي $i < 0$

تجبير شدة التيار الكهربائي

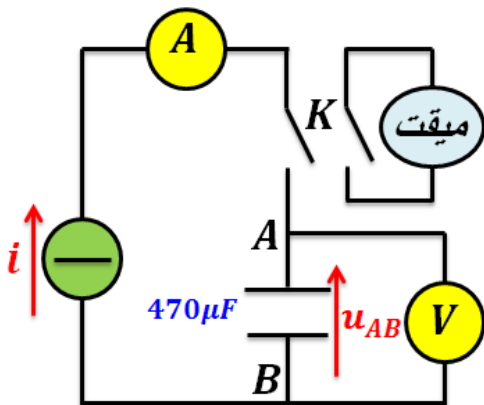
شدة التيار الكهربائي هي سبب الشحنات الكهربائية وهي كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثف في وحدة الزمن .

$$I = \frac{Q}{\Delta t} \quad \text{في حالة التيار المستمر :}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{في حالة التيار المتغير :}$$

1-3- العلاقة بين الشحنة و التوتر :

ننجز التركيب الكهربائي التالي ، حيث يعطي المولد المؤمئل للتيار تيارا كهربائيا شدته ثابتة وقابلة للضبط $I_0 = 80 \mu A$. نغلق قاطع التيار و نشغل الميقت في نفس الوقت ، ثم نقيس التوتر u_{AB} بين مربطي المكثف كل خمس ثوان . ندون النتائج في الجدول :



40	35	30	25	20	15	10	5	0	t(s)
6,81	5,96	5,11	4,25	3,4	2,55	1,7	0,85	0	$u_{AB}(V)$
									$q_A(\mu C)$

تبيانة التركيب التجريبي

أ- ما قيمة كمية الكهرباء q_A التي يحملها المكثف عند اللحظة $t = 0$ ؟

عند اللحظة $t = 0$ يكون المكثف مفرغا أي $q_A = 0$.

ب- بين أنه في لحظة t يكتسب المكثف الشحنة $q_A(t) = I_0 \cdot t$.

لدينا $i = \frac{dq_A}{dt}$ إذن $I_0 = \frac{dq_A}{dt} = \frac{q_A(t) - q_A(0)}{t - 0} = \frac{q_A(t)}{t}$ وبالتالي $q_A(t) = I_0 \cdot t$

ج- أتمم ملاء الجدول .

40	35	30	25	20	15	10	5	0	t(s)
6,81	5,96	5,11	4,25	3,4	2,55	1,7	0,85	0	$u_{AB}(V)$
3200	2800	2400	2000	1600	1200	800	400	0	$q_A(\mu C)$

د- مثل المنحنى $u_{AB} = f(t)$ وحدد المعامل الموجه للمنحنى.

انظر المنحنى .

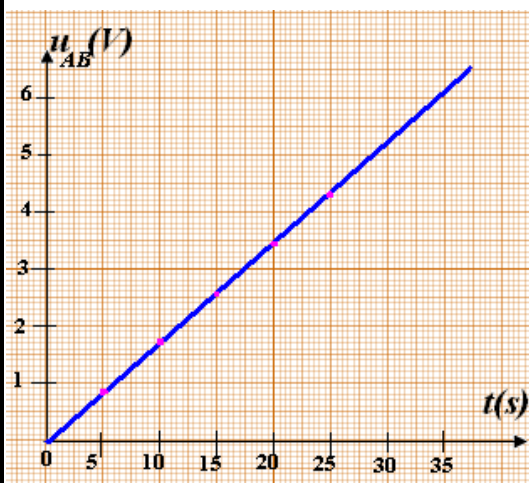
المنحنى عبارة عن دالة خطية تكتب على شكل $u_{AB} = \alpha \cdot t$

$$\alpha = \frac{u_{AB}}{t} = \frac{0,85}{5} = 0,17 V \cdot s^{-1}$$

ه- استنتج تعبير q_A بدلالة I_0 و α و u_{AB} .

لدينا $q_A(t) = I_0 \cdot t$ و $u_{AB} = \alpha \cdot t$

$$q_A(t) = \frac{I_0 \cdot u_{AB}}{\alpha} \quad \text{إذن}$$



و- نسمي $\frac{I_0}{\alpha}$ سعة المكثف ونرمز لها بـ C . احسب C وقارنها مع القيمة التي يشير إليها الصانع.

$$q_A(t) = C \cdot u_{AB} \quad \text{لدينا}$$

$$C_{exp} = C_{th} \quad \text{نلاحظ أن} \quad C_{exp} = \frac{I_0}{\alpha} = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{0,17} = 470,6 \mu F \quad \text{إذن}$$

أجزاء الفاراد

$$1mF = 10^{-3}F \quad \text{مليفاراد}$$

$$1\mu F = 10^{-6}F \quad \text{ميكروفاراد}$$

$$1nF = 10^{-9}F \quad \text{نانوفاراد}$$

$$1pF = 10^{-12}F \quad \text{بيكوفاراد}$$

تناسب الشحنة $q_A(t)$ للمكثف مع التوتر $u_{AB}(t)$ بين مربطيه ، نسمي معامل التناسب **سعة المكثف** ، نرمز له بـ C ، وحدته في

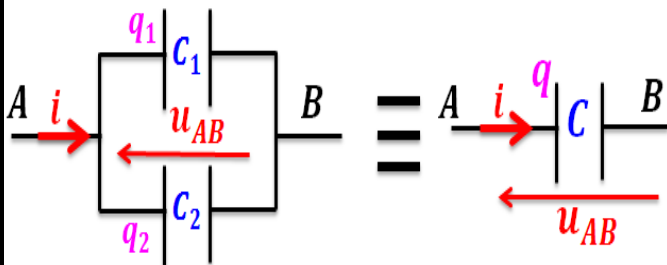
$$q_A(t) = C \cdot u_{AB} \quad \text{حيث } F \text{ هي الفاراد}$$

(ن، ع) وهو يميز المكثف و لا يتعلق بالتوتر المطبق بين مربطيه و لا بمدة الشحن .

2- تجميع المكثفات :

1-2- التركيب على التوازي :

نطبق بين قطبي مكثفين C_1 و C_2 مركبين على



التوازي التوتر u_{AB} .

لتكن q_1 شحنة المكثف الذي سعته C_1 و q_2 شحنة المكثف الذي سعته C_2 و q الشحنة الكلية للمكثفين معا .

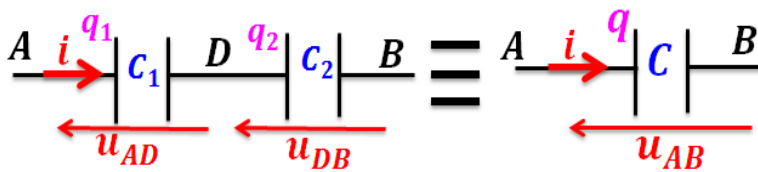
بتطبيق قانون العقد في العقدة A ، لدينا $q = q_1 + q_2 = C_1 \cdot u_{AB} + C_2 \cdot u_{AB} = (C_1 + C_2) \cdot u_{AB}$ ، ومن جهة أخرى ، لدينا $q = C \cdot u_{AB}$ وبالتالي $C = C_1 + C_2$.

بصفة عامة ، تكون سعة المكثف المكافئة لمكثفات مركبة على التوازي سعاتها C_1 و C_2 و ... و C_n

$$C = \sum C_i = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad \text{هي}$$

يمكن التركيب على التوازي من تضخيم السعة عند تطبيق توتر ضعيف ، كما يمكن بتطبيق توتر ضعيف ، الحصول على شحنة كهربائية كبيرة قد لا يوفرها كل مكثف على حدة .

2-2- التركيب على التوالي :



نركب على التوالي مكثفين سعتهما C_1 و C_2 ، فيمر فيهما نفس التيار الكهربائي ، ليشحنا

بشحنتين متساويتين $q = q_1 = q_2$

لدينا $u_{AD} = \frac{q_1}{C_1}$ و $u_{DB} = \frac{q_2}{C_2}$ و $u_{AB} = \frac{q}{C}$ بتطبيق قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB} = u_{AD} + u_{DB} \quad \text{إذن} \quad \frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} \quad \text{وبالتالي} \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

بصفة عامة ، تكون سعة المكثف المكافئة لمكثفات مركبة على التوالي سعاتها C_1 و C_2 و ... و C_n

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad \text{هي}$$

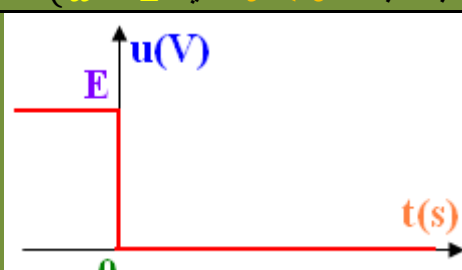
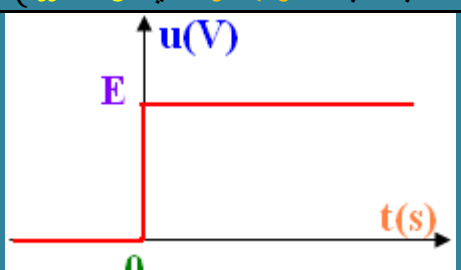
يمكن التركيب على التوالي من الحصول على سعة قيمتها أصغر ، كما يمكن من تطبيق توتر عال قد لا يتحملة كل مكثف إذا استعمل على حدة .

3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر:

1-3-1- تعاريف:

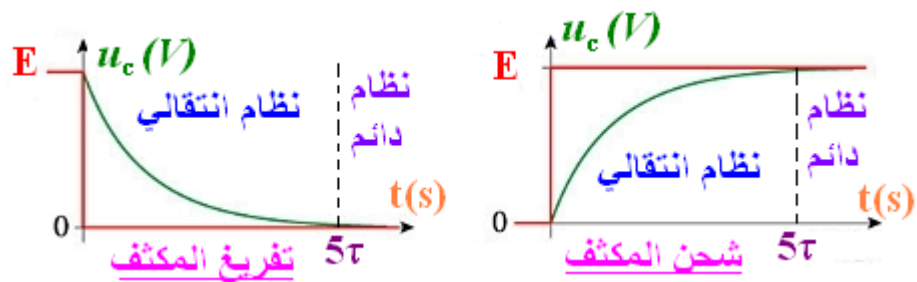
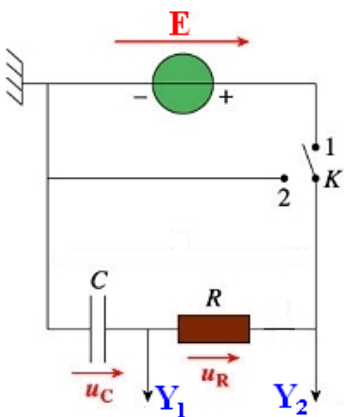


ثنائي القطب RC هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته R و مكثف سعته C .

رتبة التوتر الصاعدة وتعريف كالتالي:	رتبة التوتر النازلة وتعريف كالتالي:
بالنسبة لـ $t \geq 0$ لدينا $u = E$ بالنسبة لـ $t < 0$ لدينا $u = 0$	بالنسبة لـ $t \geq 0$ لدينا $u = 0$ بالنسبة لـ $t < 0$ لدينا $u = E$
	

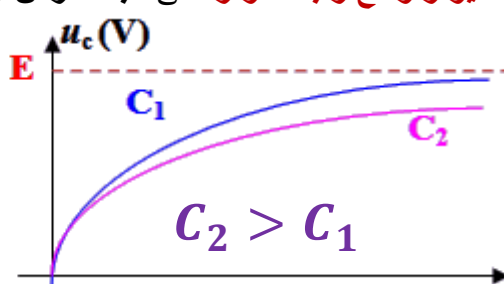
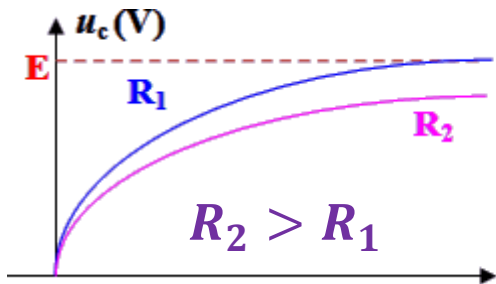
3-2- الدراسة التجريبية لاستجابة ثنائي القطب RC

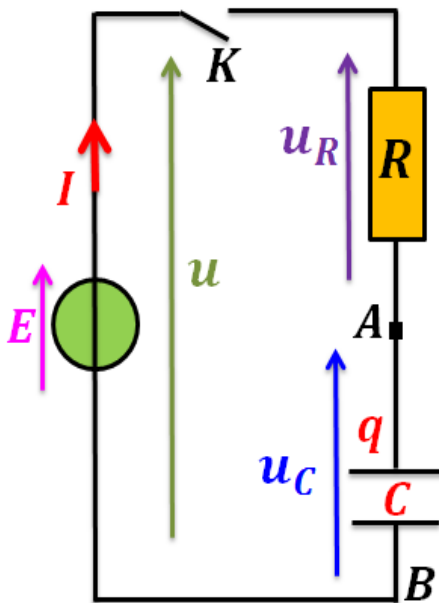
بإنجاز التركيب التجريبي التالي وعند معاينة التوتر u_C بين مربطي المكثف ، نحصل على المنحنيات التالية :



نلاحظ :

- التوتر u_C بين مربطي المكثف متصل .
- يتزايد التوتر u_C بين مربطي المكثف خلال الشحن و يتناقص خلال التفريغ .
- نميز بين نظامين :
- النظام الانتقالي : يتزايد أو يتناقص خلاله التوتر u_C ونحصل عليه عندما تكون $t < 5\tau$.
- النظام الدائم : نحصل عليه عندما تكون $t > 5\tau$ ويبقى خلاله التوتر u_C ثابتا و قيمته تساوي E عند شحن المكثف و منعدمة عند تفريغه .
- تتزايد مدة شحن أو تفريغ المكثف عندما تزداد قيمة R أو C . (انظر الشكل التالي)
- لا يؤثر وسع رتبة التوتر على ثابتة الزمن τ .





3-3- استجابة ثاني القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر : شحن المكثف

1-3-3- المعادلة التفاضلية :

لدينا حسب قانون إضافية التوترات : $u = u_R + u_C = E$
 وحسب قانون أوم : $u_R = R \cdot i$ ولدينا $q = C \cdot u_C$ و $i = \frac{dq}{dt}$
 إذن $RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E$ وبالتالي $i = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC} \quad \text{خلال شحنه هي}$$

وباعتبار $u_C = \frac{q}{C}$ نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R} \quad \text{خلال شحنه هي}$$

2-3-3- حل المعادلة التفاضلية :

نقبل أن حل المعادلة التفاضلية $R \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E$ يكتب على الشكل التالي :

$$u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B \quad \text{مع } A \text{ و } B \text{ و } \alpha \text{ ثوابت .}$$

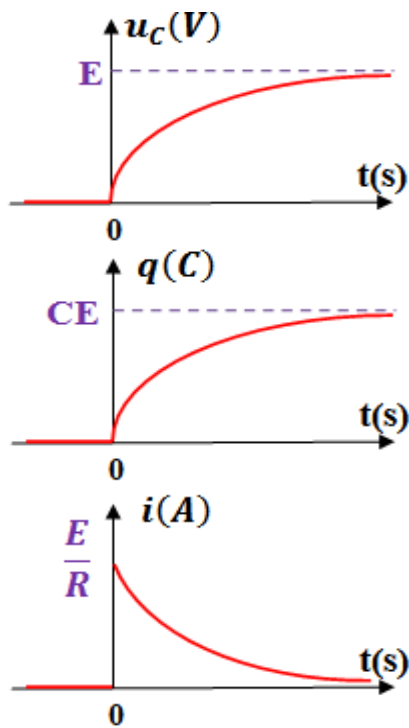
لدينا $u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ وبالتالي $\frac{du_C}{dt} = -\alpha \cdot A \cdot e^{-\alpha t}$ ونعوضها في المعادلة التفاضلية

ف نجد : $-RC \cdot \alpha \cdot A \cdot e^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} + B = E$ إذن $(1 - RC \cdot \alpha) \cdot A \cdot e^{-\alpha t} = E - B$
 علما أن $A \neq 0$ ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت t يجب أن يكون :

$$u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + E \quad \text{وبالتالي} \quad \begin{cases} \alpha = \frac{1}{RC} \\ B = E \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - RC\alpha = 0 \\ E - B = 0 \end{cases}$$

في البداية يكون المكثف غير مشحون ، وبما أن التوتر u_C دالة متصلة فإن $u_C(t_0) = 0$

إذن $u_C(t_0) = A + E = 0$ أي $A = -E$ وبالتالي : $u_C(t) = -Ee^{-\frac{t}{RC}} + E$



نضع $\tau = R \cdot C$

تعبير التوتر بين مربطي المكثف هو $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

بما أن $q(t) = C \cdot u_C(t)$ فإن تعبير الشحنة q هو

$$q(t) = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

بما أن $i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ فإن تعبير شدة التيار المار في الدارة RC هو

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

نلاحظ أن التوتر $u_C(t)$ و $q(t)$ متصلة عند اللحظة $t = 0$.

نلاحظ أن شدة التيار $i(t)$ متقطعة عند اللحظة $t = 0$.

3-3-3- ثابتة الزمن τ :

نضع $\tau = R.C$. لدينا بالنسبة للموصل أومي : $u = R.i$ أي $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

لدينا بالنسبة للمكثف : $i = C.\frac{du}{dt}$ أي $[C] = \frac{[I].[t]}{[U]}$

إذن $[\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I].[t]}{[U]} = [t]$ وبالتالي $[\tau] = [t]$ أي أن τ بعد الزمن .

نسمى المقدار $\tau = R.C$ ثابتة الزمن لثنائي القطب RC ، لأن لها بعد الزمن ، وحدتها في (ن ، ع) هي الثانية s .

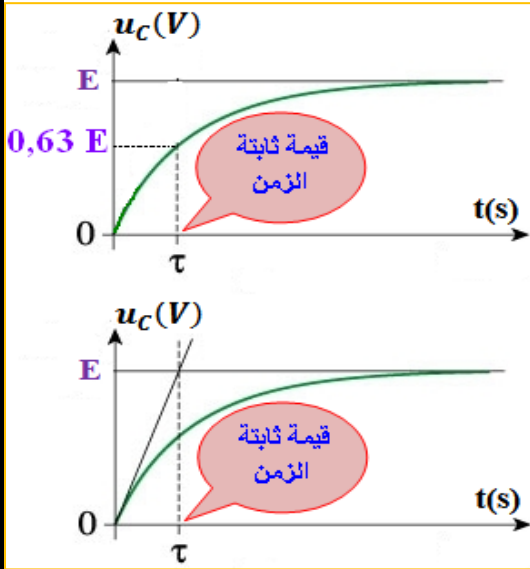
يمكن تحديد قيمة τ :

بمعرفة R و C فنحسب $\tau = R.C$.

لدينا $u_C(\tau) = E(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}})$

إذن $u_C(\tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63 E$ حيث τ هو الأفصول الذي يوافق الأرتوب $0,63 E$.

τ هي أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى $u_C = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ والمقارب $u_C = E$.



4-3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة نازلة للتوتر : تفريغ المكثف

1-4-3- المعادلة التفاضلية :

عند غلق الدارة الممثلة جانبه عند اللحظة $t = 0$ يكون المكثف مشحونا أي

$u_C(0) = E$ و حسب قانون إضافية التوترات $u = u_R + u_C = 0$

و حسب قانون أوم لدينا $u_R = R.i$ ونعلم أن $q = C.u_C$

إذن $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ وبالتالي $RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

ونضع $\tau = R.C$ إذن $\tau.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف خلال تفريغه هي $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = 0$

وباعتبار $u_C = \frac{q}{C}$ نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q خلال تفريغه هي $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = 0$

2-4-3- حل المعادلة التفاضلية :

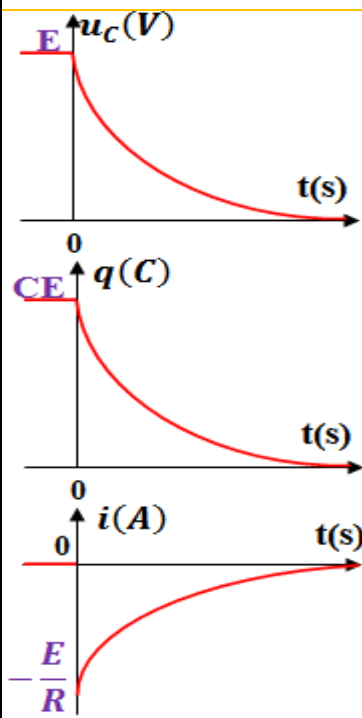
نقبل أن حل المعادلة التفاضلية $\tau.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ يكتب على الشكل التالي :

$u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ مع A و B و α ثوابت .

لدينا $u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ وبالتالي $\frac{du_C}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha t}$ ونعوضها في المعادلة التفاضلية

ف نجد : $-\tau.\alpha.A.e^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} + B = 0$ إذن $(1 - \tau.\alpha).A.e^{-\alpha t} = -B$

علما أن $A \neq 0$ ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت t يجب أن يكون :



$$u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{وبالتالي} \quad \begin{cases} \alpha = \frac{1}{\tau} \\ B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \tau \cdot \alpha = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

بما أن التوتر u_C دالة متصلة فإن $u_C(t_0) = E$ إذن $u_C(t_0) = A = E$

$$u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{أي} \quad A = E \quad \text{وبالتالي}$$

تعبير التوتر بين مربطي المكثف هو $u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن $q(t) = C \cdot u_C(t)$ فإن تعبير الشحنة q هو $q(t) = C \cdot E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن $i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ فإن تعبير شدة التيار المار في الدارة RC هو

$$i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

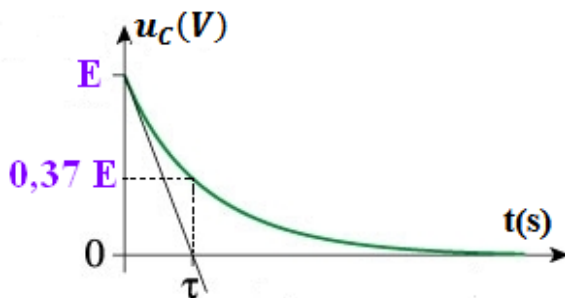
نلاحظ أن التوتر $u_C(t)$ و $q(t)$ متصلة عند اللحظة $t = 0$.

نلاحظ أن شدة التيار $i(t)$ متقطعة عند اللحظة $t = 0$.

3-4-3- ثابتة الزمن τ :

نسمي المقدار $\tau = R \cdot C$ ثابتة الزمن لثنائي القطب RC ، لأن لها بُعد الزمن ، وحدتها في (ن ، ع) هي الثانية s .

يمكن تحديد قيمة τ :



بمعرفة R و C فنحسب $\tau = R \cdot C$

لدينا $u_C(\tau) = Ee^{-\frac{\tau}{\tau}} = Ee^{-1} = 0,37E$ حيث τ هو الأفصول الذي يوافق الأرتوب $0,37E$.

τ هي أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى $u_C = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ ومحور الأفاصيل .

4- الطاقة المخزونة في المكثف:

1-4- الإبراز التجريبي:

نعتبر التركيب المستعمل جانبه .

عندما يوجد قاطع التيار في الموضع (1) ، يشحن المكثف

ويخزن طاقة كهربائية .

عندما نأرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) ، يزود المكثف

المحرك بالطاقة فيدور هذا الأخير .

تزداد الطاقة المخزونة في مكثف عند زيادة سعة المكثف أو زيادة القوة الكهرومحرركة للمولد .

2-4- تعبير الطاقة المخزونة في المكثف:

$$P = u_C \cdot i = u_C \cdot \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \cdot u_C \cdot \frac{du_C}{dt} = \frac{1}{2} C \frac{du_C^2}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cu_C^2 + K \right) \quad \text{كالتالي}$$

$$\text{ونعلم أن} \quad P = \frac{d\xi}{dt} \quad \text{إذن} \quad \xi = \frac{1}{2} Cu_C^2 + K \quad \text{مع} \quad K \text{ ثابتة}$$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا $u_C = 0$ و $\xi = 0$ إذن $K = 0$ وبالتالي $\xi = \frac{1}{2} Cu_C^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} qu_C$

إن تخزين الطاقة أو تفريغ الطاقة من مكثف لا يتم بشكل أي ، وبالتالي يكون التوتر بين مربطي المكثف

$$\text{متصلا} \quad u_C = \sqrt{\frac{2\xi}{C}}$$