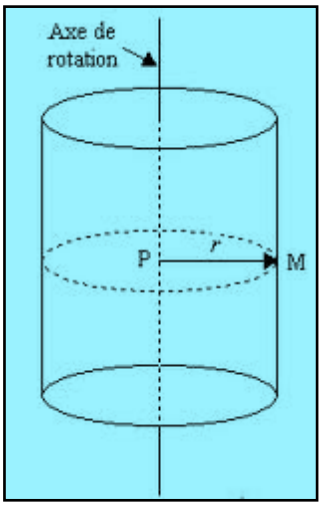
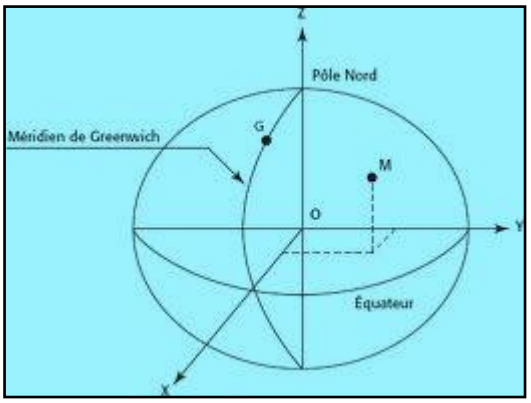
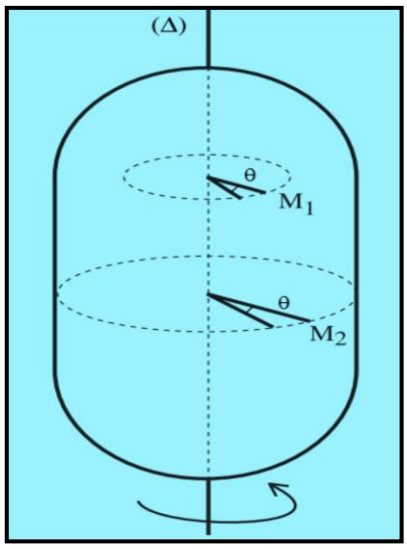
حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت





يكون جسم صلب (غير قابل للتشويه) في دوران حول محور ثابت (Δ) إذا كانت جميع نقطه في حركة دائرية ممركزة على هذا المحور . كما أن لها في كل لحظة ، نفس السرعة الزاوية ω باستثناء النقط المنتمية للمحور (Δ) .



I ـ مميزات حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت .

يكون جسم صلب غير قابل للتشويه في دوران حول محور ثابت ، إذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية ممركزة على هذا المحور . وينتمي مسارها إلى المستوى المتعامد مع محور الدوران .

1) الأفصول الزاوي :

الأفصول الزاوي لنقطة متحركة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) هو الزاوية الموجهة $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$.

وحدة θ في النظام العالمي للوحدات هي الراديان رمزها rad .

2) الأفصول المنحني :

$$s(t) = M_0M$$

وحدته هي المتر (m) . نعتبر M_0 أصل الأفاصيل المنحنية .

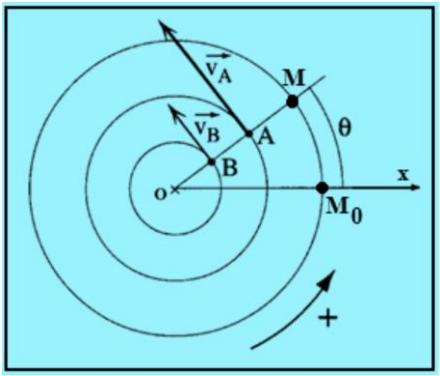
يرتبط الافصول الزاوي θ و الأفصول المنحني s بالعلاقة :

$$s(t) = r.\theta(t)$$

حيث s بوحدة المتر (m) ، r شعاع المسار الدائري ب (m)

و θ بوحدة (rad) .

***ملحوظة :** s و θ مقداران جبريان .



3) السرعة الزاوية اللحظية :

السرعة الزاوية اللحظية لنقطة متحركة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي المشتقة بالنسبة للزمن للأفصول الزاوي لهذه النقطة :

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

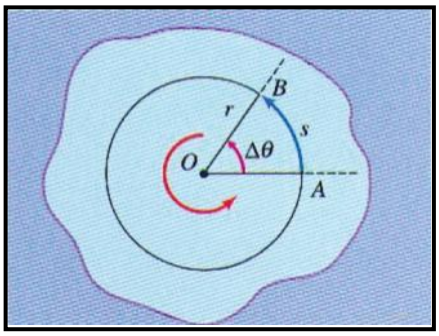
وحدة ω في النظام العالمي للوحدات هي الراديان على الثانية رمزها $rad.s^{-1}$.

***ملحوظة :** جميع نقط جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت تدور بنفس السرعة الزاوية ω .

4) السرعة الخطية :

تعرف السرعة الخطية $v(t)$ في لحظة t لنقطة في حركة دائرية مركزها O بالعلاقة : $v(t)=\frac{ds(t)}{dt}$

ونعلم أن $s(t)=r.\theta(t)$ إذن : $v(t)=r.\dot{\theta}(t)=r.\omega(t)$



***ملحوظة :** أثناء دوران جسم صلب حول محور ثابت تكون لجميع نقطه في كل لحظة نفس السرعة الزاوية ω بينما تختلف سرعاتها الخطية .

5) التسارع الزاوي :

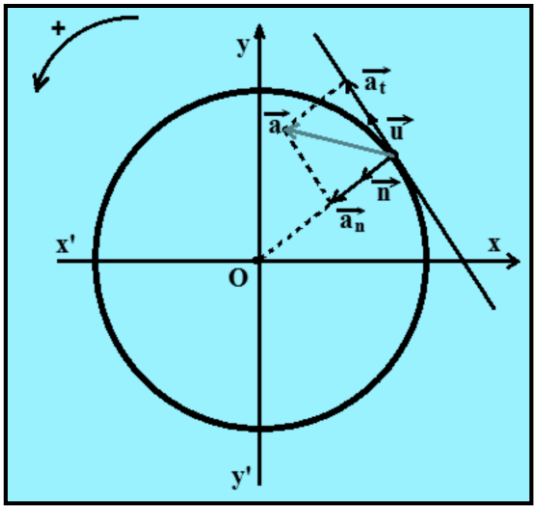
التسارع الزاوي لنقطة متحركة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت هي ، في كل لحظة ، المشتقة بالنسبة للزمن للسرعة الزاوية لهذه النقطة : $\ddot{\theta}=\frac{d\dot{\theta}}{dt}=\frac{d^2\theta}{dt^2}$

وحدة $\ddot{\theta}$ في النظام العالمي للوحدات هي الراديان على مربع الثانية رمزها $rad.s^{-2}$.

في أساس فريني يكتب التسارع الخطي كالتالي : $\vec{a}=a_t\vec{u}+a_n\vec{n}$

بحيث : $a_t=\frac{dv}{dt}=r.\ddot{\theta}$

و $a_n=\frac{v^2}{r}=r.\dot{\theta}^2$



II - العلاقة الأساسية للديناميك (للتحريك) :

1) نص العلاقة :

في معلم مرتبط بالأرض ، و بالنسبة لمحور ثابت (Δ) ، يساوي مجموع عزوم القوى المطبقة على جسم صلب في دوران حول محور ثابت (Δ) في كل لحظة ، جداء عزم القصور J_Δ و التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ لحركة الجسم في اللحظة المعنية :

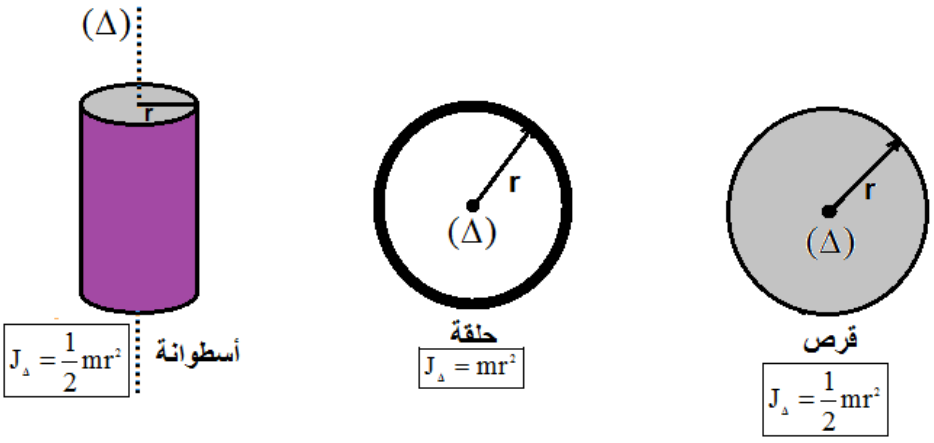
$$\boxed{\sum M_\Delta(\vec{F}_i)=J_\Delta.\ddot{\theta}}$$

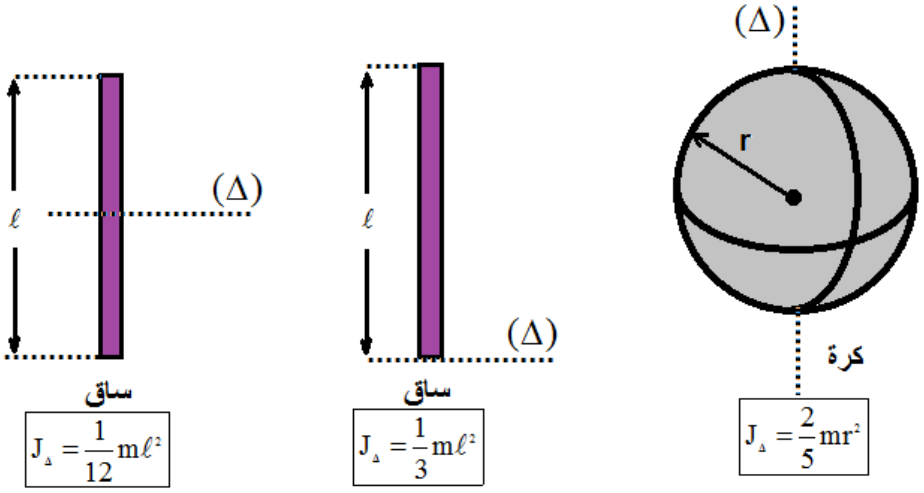
$\sum M_\Delta(\vec{F}_i)$ مجموع العزوم بالنسبة للمحور (Δ) للقوى المطبقة على الجسم بوحدة $(N.m)$.

J_Δ عزم قصور الجسم بالنسبة للمحور (Δ) بوحدة $(kg.m^2)$.

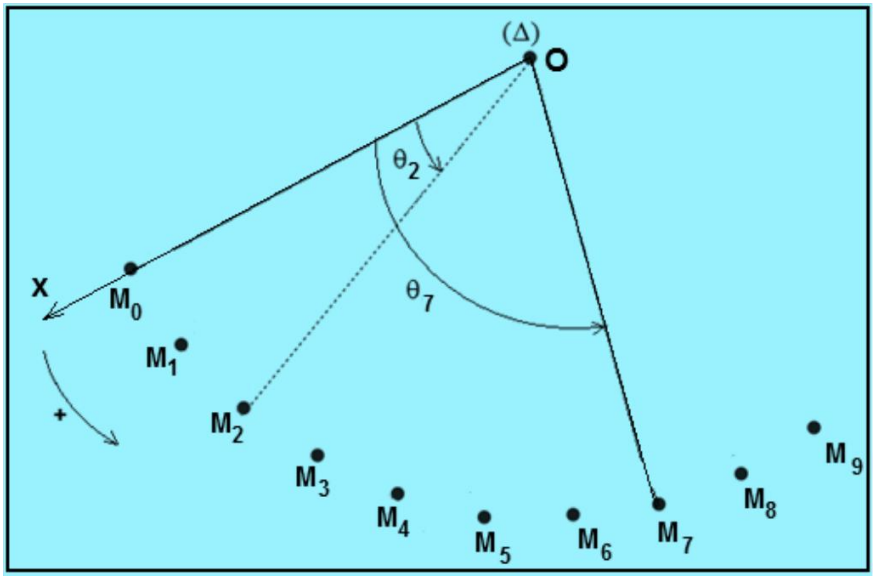
$\ddot{\theta}$ التسارع الزاوي لحركة الجسم بوحدة $(rad.s^{-2})$.

2) صيغ عزوم القصور لأجسام متجانسة ذات أشكال بسيطة :





3 ـ كيفية تحديد السرعة الزاوية و التسارع الزاوي انطلاقا من تسجيل :



نعتبر تسجيل حركة نقطة M من جسم يدور حول محور ثابت (Δ) . نختار المحور (Ox) محورا مرجعا للأفاصيل الزاوية θ_i و منحى دوران الجسم منحى موجبا ، ولحظة تسجيل النقطة M_0 أصلا للتواريخ $(t=0)$.

نعين بالنسبة لكل موضع M_i المسجل عند اللحظة t_i :

ـ السرعة الزاوية : $\omega_i=\dot{\theta}_i=\frac{\theta_{i+1}-\theta_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$

ـ التسارع الزاوي : $\ddot{\theta}_i=\frac{\dot{\theta}_{i+1}-\dot{\theta}_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$