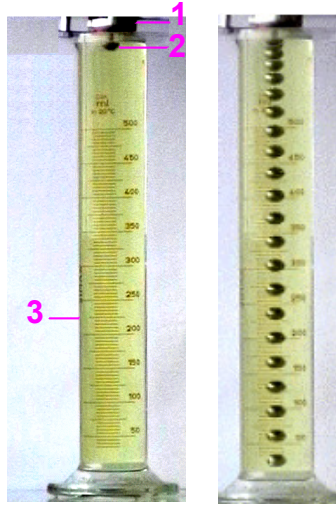


السقوط الرأسي لجسم صلب

I. السقوط الرأسي باحتكاك

• دراسة تجريبية



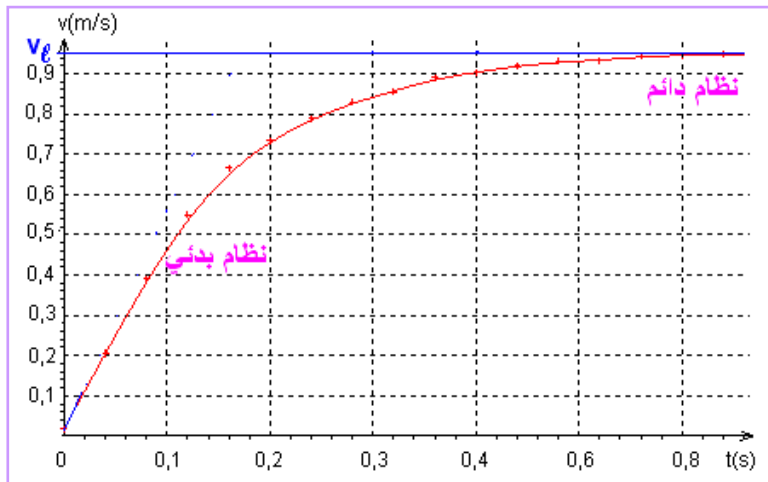
- 1 كهرمغنطيس
- 2 كرية فولاذية
- 3 أنبوب مملوء بزيت

بواسطة كاميرا رقمية تصور حركة كرية فولاذية تسقط في مائع (محلول الغليسيرول أو زيت) بدون سرعة بدئية . تمكن معالجة الشريط بواسطة حاسوب من تحديد مواضع مركز القصور للكرية و حساب سرعته اللحظية $v(t)$.

يبرز مخطط السرعة $v = f(t)$ نظامين:

• نظام بدئي يسمى النظام الانتقالي حيث ترتفع سرعة الكرية ، مع تناقص في التسارع.

• نظام نهائي يسمى النظام الدائم حيث سرعة الكرية تؤول إلى قيمة حدية v_f تبقى ثابتة.



• دراسة نظرية

▪ جرد القوى و مميزاتها

في مائع يخضع جسم لثلاث قوى و هي:

قوة الاحتكاك المائع	دافعة أرخميد	وزنه
$\vec{f} = -Kv^n \vec{k}$	$\vec{F}_A = -\rho_0 V \vec{g}$	$\vec{P} = m \vec{g}$
- الاتجاه: اتجاه متجهة سرعة مركز قصور الجسم.	- الاتجاه: رأسي المنحى: نحو الأعلى	- الاتجاه: رأسي المنحى: نحو الأسفل
- المنحى: معاكسة لمتجهة سرعة مركز قصور الجسم.	- الشدة:	- الشدة:
- الشدة:	$F_A = \rho_0 V g \quad (N)$	$P = mg = \rho V g \quad (N)$
$F_A = Kv^n \quad (N)$	ρ_0 الكتلة الحجمية للمائع	m كتلة الجسم (kg)
n=1 في حالة سرعة حدية ضعيفة.	V حجم الجسم باعتباره مغمورا	ρ كتلته الحجمية ($kg \cdot m^{-3}$)
n=2 في حالة سرعة حدية مرتفعة.	كلها في المائع.	V حجمه (m^3)
K ثابتة تتعلق بنوعية المائع و بشكل الجسم.		g شدة الثقالة ($N \cdot kg^{-1}$)

لمقارنة وزن الجسم و دافعة أرخميد التي يطبقها المائع عليه تعتبر النسبة التالية:

$$\frac{F_A}{P} = \frac{\rho_0 V g}{\rho V g} = \frac{\rho_0}{\rho}$$

في الحالة $\rho_0 \ll \rho$ يمكن إهمال دافعة أرخميد أمام وزن الجسم. كمثال لهذه الحالة سقوط جسم صلب كثيف (كرية فولاذية مثلا) في الهواء.

المعادلة التفاضلية للحركة

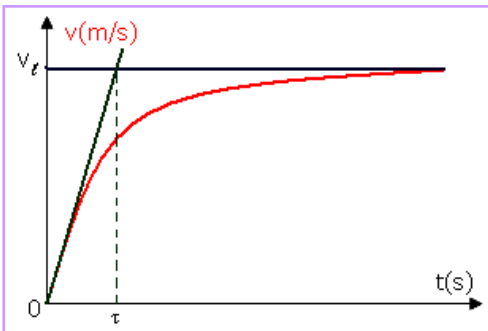
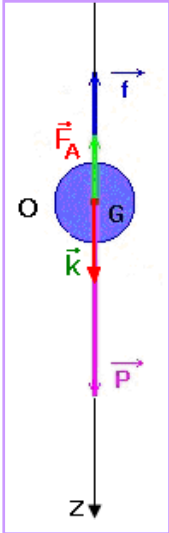
تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (الكرية) يعطي: $\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m\vec{a}_G$ بالإسقاط على المحور (Oz) تستنتج المعادلة التفاضلية المميزة للسقوط الرأسي باحتكاك:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{k}{m} \\ \beta = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \end{cases}$$

بوضع:

$$\frac{dv}{dt} + \alpha v^n = \beta$$

المقادير المميزة للحركة



<ul style="list-style-type: none"> مبيانيا: باستغلال مخطط السرعة نظريا: باعتبار $v = v_\ell = cte$ في المعادلة التفاضلية يتوصل إلى: $v_\ell = \left[\frac{mg}{k} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \right]^{\frac{1}{n}}$	السرعة الحدية
<ul style="list-style-type: none"> مبيانيا: تساوي ميل المماس لمخطط السرعة عند أصل التواريخ. نظريا: باعتبار $v_0 = 0$ في المعادلة التفاضلية يستنتج: $a_0 = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$	التسارع البدئي
<ul style="list-style-type: none"> مبيانيا: يمثل أفصول نقطة تقاطع المماس عند أصل التواريخ مع المقارب. نظريا: $\tau = \frac{v_\ell}{a_0}$ 	الزمن المميز

حل المعادلة التفاضلية بطريقة "أولير"

❖ من المعادلة التفاضلية يستنتج التسارع في لحظة t_i : $a_i = \beta - \alpha v_i^n$ (1)

❖ من جهة أخرى في مجال زمني δt صغير جدا يمكن تطبيق المقاربة التالية: $\frac{dv}{dt} \approx \frac{\delta v}{\delta t}$

(2) أي: $v_{i+1} = v_i + a_i \delta t$ و منها: $a_i \approx \frac{v_{i+1} - v_i}{\delta t}$

❖ بمعرفة السرعة البدئية v_0 و الثابتين α و β تمكن العلاقات (1) ثم (2) من حساب قيم السرعة اللحظية

للجسم خطوة خطوة في لحظات متتالية تفصل بينها المدة δt . هذه المدة تسمى "خطوة الحساب".

و بالتالي يمكن تمثيل المنحنى النظري $v = f(t)$.

❖ تعطي هذه الحسابات نتائج أكثر دقة كلما كانت المدة δt أصغر، عموماً تؤخذ: $\delta t = \frac{\tau}{10}$ (الزمن المميز).

❖ يمكن التطابق بين النتائج النظرية و التجريبية من التحقق من صلاحية نموذج قوة الاحتكاك المعمول به:

$$f = Kv \quad (n=1) \quad \text{أو} \quad f = Kv^2 \quad (n=2).$$

II. السقوط الرأسي الحر

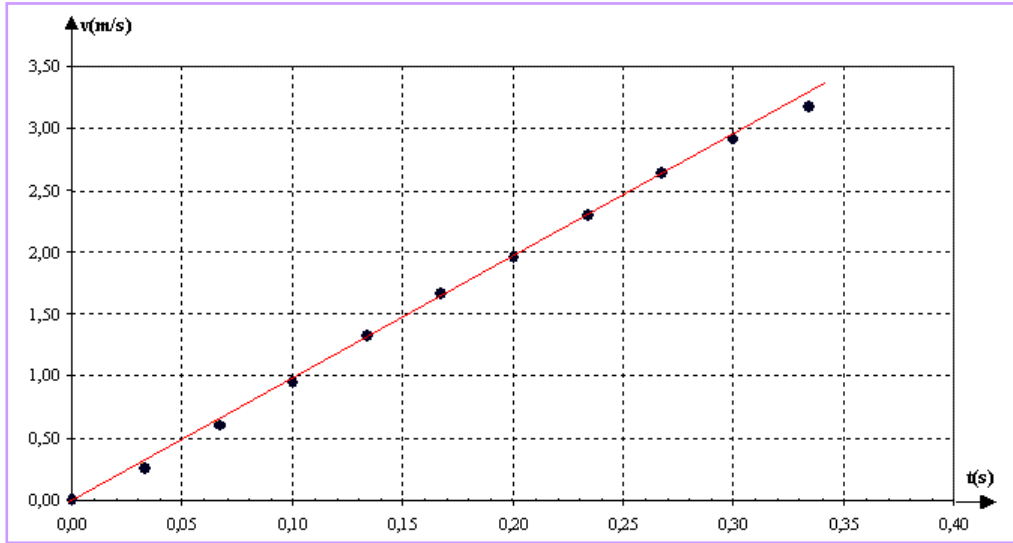
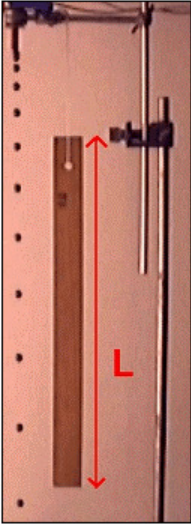
تعريف يعتبر جسم في سقوط حر إذا كان يخضع لوزنه فقط.

• دراسة تجريبية

بواسطة كاميرا رقمية تصور حركة كرية فولاذية تسقط في الهواء بدون سرعة بدئية .
تمكن معالجة الشريط بواسطة حاسوب من تحديد مواضع مركز القصور للكرية
و حساب سرعتها اللحظية $v(t)$.

مخطط السرعة مستقيم: حركة الكرية مستقيمة

متسارعة بانتظام، و تسارعها هو: $a = g$



مبيانيا التسارع يساوي ميل المستقيم.

• دراسة نظرية

▪ المعادلة التفاضلية

يخضع الجسم (الكرية) لوزنه فقط: $\vec{P} = m \vec{g}$

و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم: $\vec{P} = m \vec{a}_G$

يستنتج تسارع مركز قصوره: $\vec{a}_G = \vec{g}$

ثم بالإسقاط على محور (Oz) رأسي موجه نحو الأسفل، تستنتج المعادلة التفاضلية المميزة للسقوط الرأسي الحر:

$$\frac{dv}{dt} = g$$

المعادلات الزمنية

$a = g$	التسارع
$v = gt + v_0$	السرعة
$z = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$	الموضع