

## السقوط الرأسي لجسم صلب

### Chute verticale d'un solide

## سلسلة التمارين

### التمرين 1: (سقوط رأسي حر)

تسقط قطعة جليد رأسيًا بدون سرعة بدئية، و نعتبر سقوطها حراً.

- 1) ما طبيعة مسار  $G$  مركز قصور قطعة الجليد؟
- 2) أوجد القوى المطبقة على قطعة الجليد أثناء سقوطها. ما القوى التي نهملها أمام الوزن؟
- 3) عبر بدلالة الزمن  $t$  عن الأنسب  $z$  للنقطة  $G$ .
- 4) أحسب مدة السقوط الموافقة للارتفاع  $h=15m$ .

### التمرين 2: (سقوط رأسي حر)

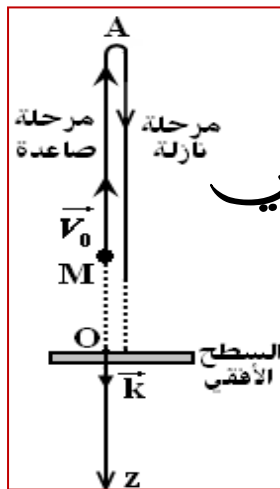
تسقط كرية بدون سرعة بدئية من ارتفاع  $h=2m$  في معلم متعامد و ممنظم  $R(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  محوره  $(O; \vec{k})$  رأسي، و موجه نحو الأسفل، و أصله يطابق موضع الكرية (باعتبارها نقطية) لحظة إطلاقها أصل التواريخ.

## ذ: أيوب مرضي

- 1) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة الكرية، باعتبار السقوط رأسيًا و حراً.
- 2) استنتج معادلات هذه الحركة.
- 3) ما المدة الزمنية التي يستغرقها السقوط الحر حتى تصل الكرية إلى سطح الأرض؟
- 4) ما قيمة سرعة الكرية في نهاية السقوط؟

### التمرين 3: (سقوط رأسي حر)

قذف طفل كرية كتلتها  $m$ ، نحو الأعلى بسرعة رأسية  $\vec{V}_0$ ، من نقطة  $M$  توجد على ارتفاع  $h=50cm$  من سطح الأرض.

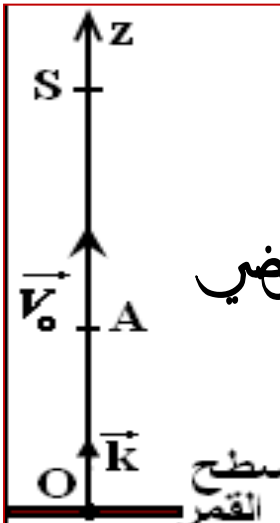


## ذ: أيوب مرضي

- 1) أوجد القوى المطبقة على الكرية خلال حركتها بعد القذف.
- 2) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة  $G$  مركز قصور الكرية في المعلم متعامد ممنظم الأفقي.
- 3) أكتب المعادلتين الزميتين لحركة مركز القصور  $G$  للكرية بدلالة  $t$  و  $V_0$ .
- 4) أحسب القيمة  $V_0$  للسرعة البدئية لكي يكون ارتفاع أعلى نقطة  $A$  التي تصل إليها الكرية  $H=5m$ .

### التمرين 4: (سقوط رأسي حر)

أرسل رجل فضاء يوجد على سطح القمر، حيث  $g_L=1,66m/s^2$ ، كرة صغيرة كتلتها  $m$ ، رأسيًا نحو الأعلى انطلاقًا من نقطة  $A$  توجد على ارتفاع  $h=1,5m$  من سطح القمر بسرعة بدئية  $V_0=2m/s$  في لحظة نعتبرها أصلًا للتواريخ. نمعلم موضع مركز قصور الكرة على المحور  $(Oz)$  بالأنسب  $z$ .

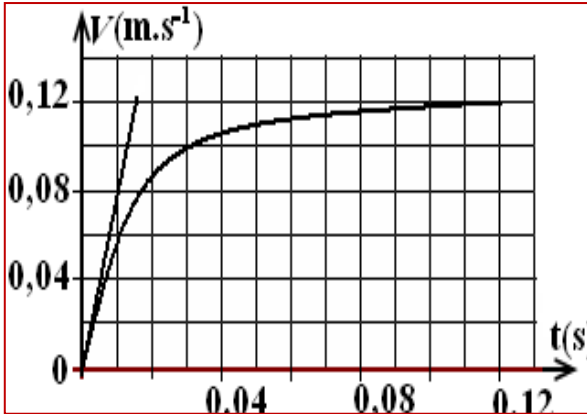


## ذ: أيوب مرضي

- 1) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة السقوط ثم استنتج المعادلتين  $V(t)$  و  $z(t)$ .
- 2) أحسب الارتفاع القصوي الذي تصل إليه الكرة أثناء حركتها. استنتج المسافة المقطوعة.
- 3) أوجد لحظة وسرعة مرور الكرة من نقطة انطلاقها  $A$ .
- 4) أوجد لحظة وصول الكرة للسطح ثم استنتج سرعتها عندما تلمسه.
- 5) نعيد نفس التجربة بإرسال نفس الكرة من النقطة  $A$  نحو الأعلى بسرعة بدئية تساوي ضعف السرعة السابقة  $V_0'=2V_0$  أجب عن نفس الأسئلة 2 و 3 و 4.

### التمرين 5: (السقوط الرأسي في مائع)

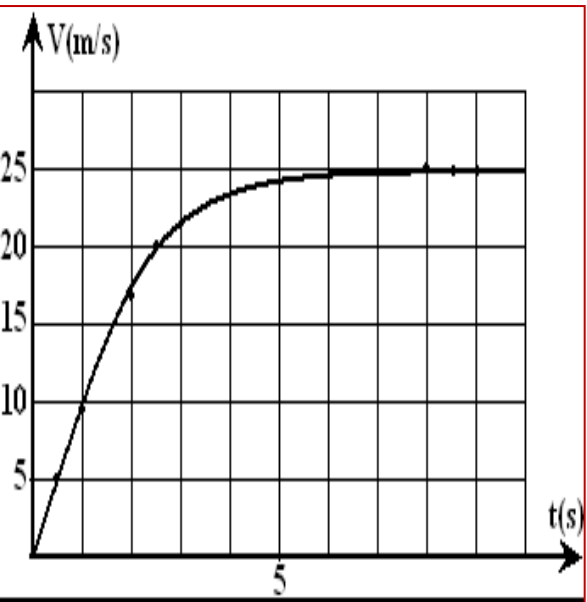
ندرس الحركة الرأسية ، بدون سرعة بدئية ( $v_0=0$  عند  $t=0$ ) لسقوط رمية (قطعة مسطحة كتلتها  $m$  وحجمها  $V$ ) في مخبر مدرج يحتوي على الغليسيرين ذي الكثلة الحجمية  $\rho$ . نعتبر أن الرمية تخضع لقوة احتكاك مائع منمنجة بمتجه  $\vec{f}$  لها نفس اتجاه متجه السرعة  $\vec{v}$  ومنحاهها معاكس لمنحى الحركة وشدها  $f = k.v$  مع  $k$  ثابتة موجبة.



نحصل على المنحنى جانبه والذي يمثل تطور السرعة  $v$  بدلالة الزمن  $t$  لمركز قصور الرمية.

- أجرد القوى المطبقة على الرمية خلال سقوطها في الغليسيرين ، ومثلها على تبيان دون اعتبار للسلم .
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن حركة مركز قصور الرمية تحقق المعادلة التفاضلية التالية :  $\frac{dv}{dt} = A - B.v$  أعط التعبير الحرفي لكل من  $A$  و  $B$  بدلالة معطيات النص.
- باستعمال المنحنى ، حدد قيمة كل من  $A$  و  $B$ .

### التمرين 6: (السقوط الرأسي في مائع)



يتكون البرد في الطبقات العليا من الغلاف الجوي والتي يتراوح ارتفاعها ما بين ألف متر وعشرة آلاف متر وحيث تكون درجة الحرارة منخفضة جدا تصل إلى  $-40^\circ\text{C}$ . تسقط حبة البرد عندما تفقد ارتباطها بالغيمة وتصل سرعتها عند وصولها سطح الأرض إلى  $160\text{km/h}$ .

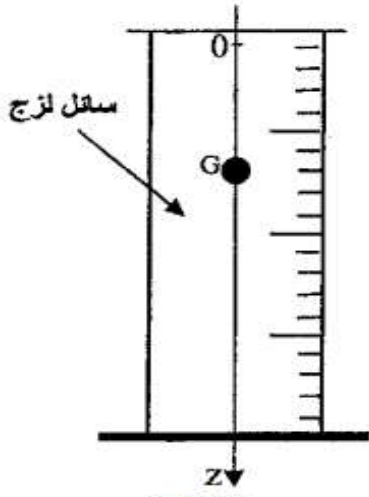
ندرس حركة حبة برد ( $G$ ) كتلتها  $m=13\text{g}$  والتي نمثلها بكرة قطرها  $3\text{cm}$  ، تسقط من نقطة  $O$  توجد على ارتفاع  $1500\text{m}$  بالنسبة لسطح الأرض . نعتبر النقطة  $O$  أصل معلم الفضاء ( $Oz$ ) موجه نحو الأسفل ونعتبر أن شدة الثقالة ثابتة وتساوي:  $g=9,8\text{m/s}^2$  : نعطي : حجم الكرة :  $V=(4/3)\pi R^3$  و الكثلة الحجمية للهواء هي :  $\rho=1,3\text{kg/m}^3$ .

تخضع ( $G$ ) لقوتين أخريتين هما دافعة أرخميدس  $\vec{F}_A$  و قوة الاحتكاك المائع مع الهواء  $\vec{f}$  والتي تتناسب مع مربع السرعة وتعبيرها هو :  $f = k.v^2$  :

t(s)	v(m/s)	a(m/s <sup>2</sup> )
0,00	0,00	9,80
0,50	4,90	9,43
1,00	9,61	8,36
1,50	13,8	6,83
2,00	17,2	$a_4$
2,50	$v_5$	3,69
3,00	21,6	2,49

- بتحليلك لأبعاد قوة الاحتكاك ، حدد وحدة المعامل  $k$  في النظام العالمي للوحدات S.I.
- أحسب شدة دافعة أرخميدس ، ثم قارنها مع وزن القطعة من البرد ( $G$ ) . ماذا تستنتج ؟
- نهمل دافعة أرخميدس . أوجد المعادلة التفاضلية لحركة ( $G$ ) ثم بين أنها تكتب على الشكل :  $\frac{dv}{dt} = A - B.v^2$  .
- نحل هذه المعادلة بطريقة أولير . يمثل الجدول التالي جزء من ورقة عمل مجدول يحتوي على قيم للسرعة  $v$  والتسارع  $a$  بدلالة الزمن بالنسبة لخطوة قدرها  $\Delta t=0,5\text{s}$  و الثابتين :  $A=9,8\text{m/s}^2$  و  $B=1,56.10^{-6}$  . أوجد قيمة كل من  $a_4$  و  $v_5$  موضحا بالتفصيل الطريقة المتبعة .
- عبر عن السرعة الحدية لـ ( $G$ ) بدلالة  $A$  و  $B$  ثم أحسب قيمتها العددية.
- يمثل المنحنى التالي ، تغيرات السرعة بدلالة الزمن ، أوجد مبيانيا السرعة الحدية.

## التمرين 7: (السقوط الرأسى فى مائع)



تمكن دراسة سقوط جسم صلب فى سائل لزج من تحديد بعض المقادير الحركية ولزوجة السائل المستعمل.

نملاً أنبوباً مدرجاً بسائل ثم نسقط فيه كرية متجانسة كتلتها  $m$  ومركز قصورها  $G$  بدون سرعة بدئية عند اللحظة  $t=0$ . ندرس حركة  $G$  بالنسبة لمعلم أرضى نعتبره غاليليا. نمعلم موضع  $G$  عند لحظة  $t$  بالأنسوب  $z$  على محور  $(Oz)$  رأسى موجه نحو الأسفل. نعتبر أن موضع  $G$  منطبق مع أصل المحور  $(Oz)$  عند أصل التواريخ وأن دافعة أرخميدس غير مهمة بالنسبة لباقي القوى المطبقة على الكرية.

ننمذج تأثير السائل على الكرية بقوة إحتكاك  $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$  حيث  $\vec{v}$  متجهة سرعة  $G$  عند لحظة  $t$  و  $k$  معلم ثابت موجب.

(1) بتطبيق القانون الثانى لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لحركة  $G$  تكتب على الشكل

$$\frac{dv}{dt} + Av = B$$

محددا تعبير  $A$  بدلالة  $k, m$  و تعبير  $B$  بدلالة  $g, m, \rho, V$  مع  $V$  حجم الكرية.

(2) تحقق أن التعبير  $v(t) = \frac{B}{A}(1 - e^{-t/\tau})$  حل للمعادلة التفاضلية، حيث  $\tau = 1/A$  الزمن المميز للحركة.

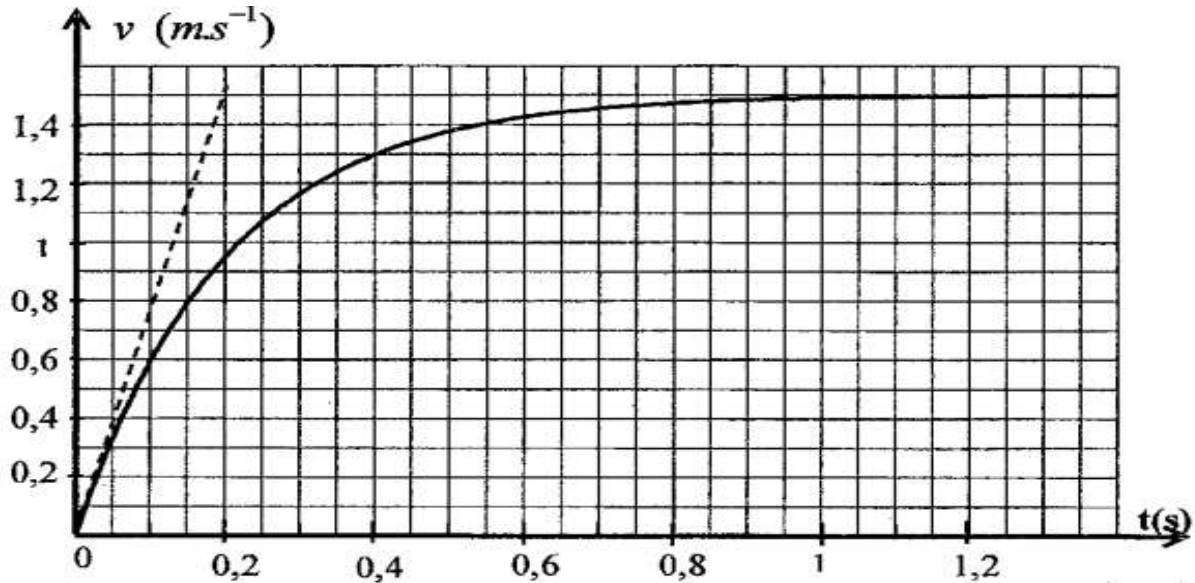
(3) أكتب تعبير السرعة الحدية  $v_{lim}$  لمركز قصور الكرية بدلالة  $A$  و  $B$ .

(4) نحصل بواسطة عدة معلوماتية ملائمة على منحنى جانبه الذى يمثل تغير السرعة  $v$  بدلالة الزمن؛ حدد مبيانيا قيمتي  $v_{lim}$  و  $\tau$ .

(5) أوجد قيمة المعلم  $k$ .

(6) يتغير المعلم  $k$  مع شعاع الكرية ومعلم اللزوجة  $\eta$  للسائل وفق العلاقة التالية:  $k = 6\pi\eta r$ . حدد قيمة  $\eta$  للسائل المستعمل فى هذه التجربة.

(7) تكتب المعادلة التفاضلية لحركة  $G$  كالتالى  $\frac{dv}{dt} = 7,57 - 5 \cdot v$  باعتماد طريقة أولير ومعطيات الجدول أوجد قيمتي  $a_1$  و  $v_2$ .



$t(s)$	$v(m.s^{-1})$	$a(m.s^{-2})$
0	0	7,57
0,033	0,25	$a_1$
0,066	$v_2$	5,27

**التصوير 2**

يهدف هذا التصوير إلى تحديد معالم الإحكاك  $K$  لرت كلة الموجية  $m = 910 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  بدراسة حركة سقوط كرة في هذا الزيت. عند  $t = 0$ ، تطلق كرة كتلتها  $m = 1 \text{ g}$  وكتلتها الموجية  $\rho = 2000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  دون سرعة ابتدائية من نقطة  $O$  مبدأ القواصل في السائل العنبر. أظفر الشكل مكتبت دراسة تجريبية خاصة أن الكرة تبلغ في زمن وجيز  $t_1$  السرعة الحدية:  $v_{lim} = 7,326 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

تخضع الكرة أثناء سقوطها لقوة إحكاك شدتها  $f = kv$  ولدافعة أرخميدس  $\pi$ .

1- بين أن المعادلة التفاضلية للسرعة  $v$  تكب:  $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g(1 - \frac{\rho_1}{\rho})$

- 2- أوجد عبارة  $a_0$  التسارع الابتدائي للكرة ثم احسب قيمته.  
3- استنتج قيمة  $\tau$  الزمن المميز للحركة ثم احسب قيمة  $t_1$   
4- أوجد عبارة السرعة الحدية  $v_{lim}$  وعبارة الزمن المميز للحركة  $\tau$

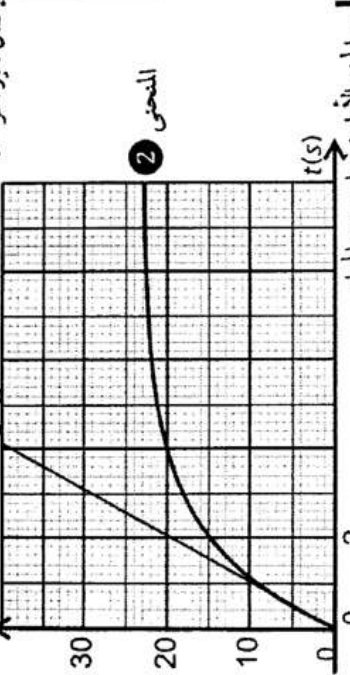
- 5- استنتج قيمة المعامل  $k$  مع تحديد وحدته  
6- احسب سرعة و تسارع الكرة عند اللحظة  $t = \tau$   
7- علما أن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو  $v = v_1(1 - e^{-t/\tau})$  بين أن المسافة  $Z$  التي قطعها الكرة عند  $t = \tau$  تكب:  $Z = \frac{v_1 \tau}{e}$  احسب هذه المسافة.

**التصوير 2**

- تستط كرة من الخشب كتلتها  $m = 20 \text{ g}$  ونصف قطرها  $r = 2 \text{ cm}$  دون سرعة ابتدائية عند اللحظة  $t = 0$  في الهواء ذي الكتلة الموجية  $\rho_{air} = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .  
1- بين أنه يمكن إعمال دافعة أرخميدس أمام قتل الكرة. نطفي:  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$   
2- تخضع الكرة أثناء سقوطها لقوة إحكاك مع الهواء شدتها  $f = kv^2$  حيث  $k$  هو ثابت الإحكاك قيمة:  $k = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ SI}$ . ماذا تمثل الوحدة  $\text{SI}$ ؟ علل  
3- بين أن المعادلة التفاضلية للسرعة  $v$  تكب كالتالي:  $\frac{dv}{dt} + Av^2 = B$   
4- عين قيمة كل من  $A$  و  $B$  مع تحديد وحدتهما  
5- عبر عن السرعة الحدية  $v_1$ ، التسارع الابتدائي  $a_0$  والزمن المميز للحركة  $\tau$  بدلالة  $A$  و  $B$  استنتج قيمة كل منها.  
6- احسب  $\tau$  و تسارع الكرة عند اللحظة:  $t = \tau$  و  $t = 0,4s$ .

**التصوير 2**

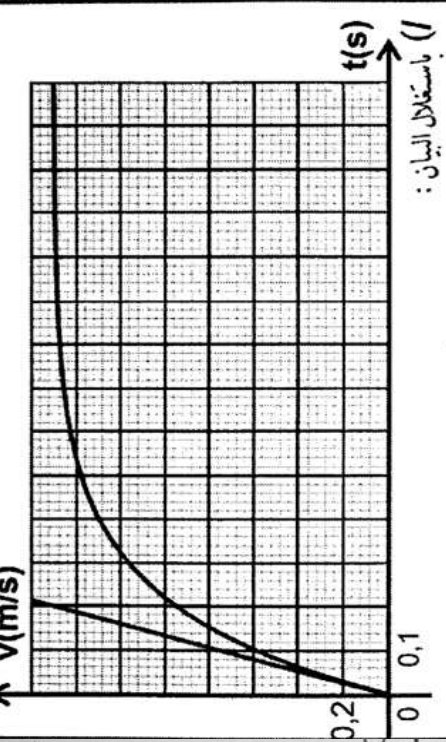
ندرس في هذا التصوير حركة كرة تنس (balle de tennis) كتلتها  $m = 58 \text{ g}$  وقطرها  $D = 6,7 \text{ cm}$  وحجمها  $V_0 = \frac{4}{3} \pi r^3$ . في اللحظة  $t = 0$  نغور الكرة دون سرعة ابتدائية من نقطة  $O$  نغيرها مبدأ محور شاقولي (Oz) موجه نحو الأسفل. مكتبت دراسة تجريبية ملامحة من تمثيل تيارات السرعة  $v$  المركرة عظاملة الكرة  $G$  بدلالة الزمن (المنحنى 2) ويمثل المنحنى 1 تيارات سرعة  $G$  في حالة إعمال تأثير الهواء.



- 1- الجزء الأول: مهمل وجود الهواء  
1- باستعمال القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة  $V(t)$  بدلالة الزمن  
ب- نتحقق من شكل المنحنى (1) واستنتج طبيعة الحركة و تسارع الجاذبية  $g$   
2- الجزء الثاني: دراسة الحركة الحقيقية  
1- كيف يتغير تسارع الحركة خلال الزمن؟ استنتج أن تأثير الهواء غير مهمل  
2- نمنذج تأثير الهواء بقوتين:  
دافعة أرخميدس  $\pi$  شدتها ثابتة تساوي قتل الحجم  $V_0$  من الهواء  
قوة الإحكاك  $f$  شدتها تتعلق بسرعة الكرة  $f = kv^2$   
حيث: الكتلة الموجية للهواء  $\rho_{air} = 1,3 \text{ kg} / \text{m}^3$   
أ- بين أن دافعة أرخميدس مهمل أمام قتل الكرة.  
ب- باستعمال القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية للسرعة الكرة تكب بالعلاقة:  $\frac{dv}{dt} = g(1 - \frac{v^2}{\beta^2})$  حيث  $\beta$  ثابت يطلب تحديد عبارته.  
ج- حدد وحدة الثابت  $\beta$ . ماذا يمثل فيزيائيا  $\beta$ ؟ علل. عين قيمة  $\beta$  من البيان.  
د- باستعمال التحليل العددي حدد وحدة الثابت  $k$  واستنتج قيمة  $\tau$ .  
3- بين كيف تؤثر كثافة الأجسام الصلبة على طبيعة حركة السقوط في الهواء.

**تستط**

كرة كتلتها  $m = 4,1 \text{ g}$  ونصف قطرها  $r = 0,6 \text{ cm}$  بدون سرعة ابتدائية من النقطة  $O$  عند  $t = 0$  شاقوليا داخل أنبوب مملوء بسائل لزج كتلته الموجية  $\rho$ . مكتبت دراسة تجريبية باستعمال وسيط معلوماتي من الحصول على المنحنى  $v = f(t)$ :



- 1- ناقش تطور السرعة  $v$  مع تحديد أطوار الحركة وطبيعة الحركة في كل طور.  
2- عين السرعة الحدية  $v_{lim}$  للكرة والزمن المميز للحركة  $\tau$   
3- أوجد التسارع الابتدائي  $a_0$  و التسارع النهائي  $a_n$  للحركة. ماذا تستنتج؟  
II تخضع الكرة أثناء سقوطها لدافعة أرخميدس  $\pi$  والى قوة إحكاك  $f = kv$  نطفي:  
1- عرف دافعة أرخميدس واذكر خصائصها.  
2- مثل القوى المؤثرة على الكرة خلال مراحل السقوط.  
3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكب على الشكل:  $\frac{dv}{dt} + Av = B$  حيث  $A$  و  $B$  ثابتان يطلب عبارتهما.  
4- ماذا يمثل المقدار  $B$ ؟ استنتج قيمة دافعة أرخميدس.  
5- عبر عن السرعة الحدية  $v_{lim}$  بدلالة  $A$  و  $B$   
6- عين قيمة  $A$  ثم استنتج قيمة المعامل  $k$  مع تحديد وحدته.  
7- باعتبارك على البيان والمعادلة التفاضلية احسب تسارع الكرة في اللحظة:  $t = \tau$ ،  $t = 3\tau$ ،  $t = 4\tau$  و مثل مخطط التسارع  $a = f(t)$