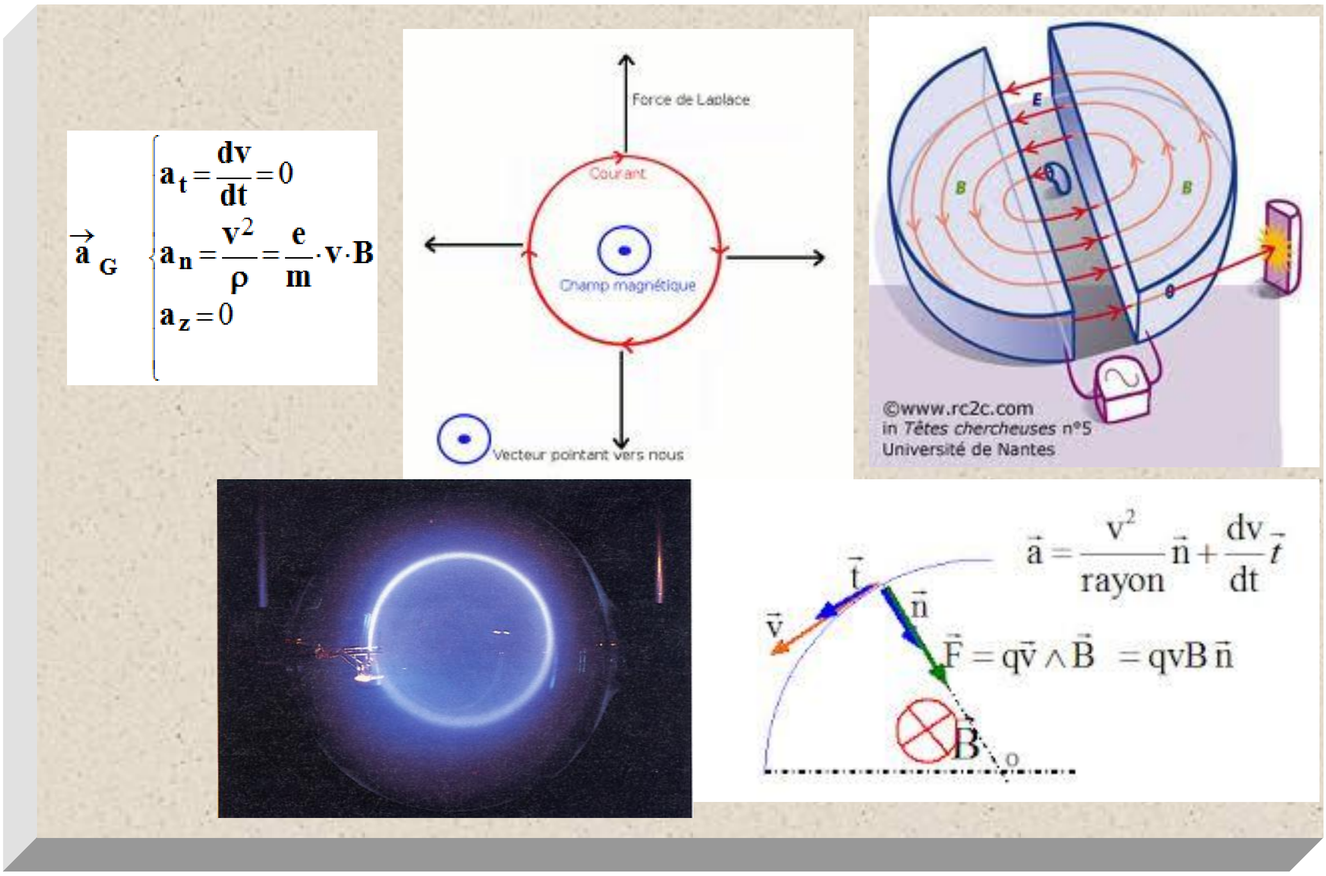
الحركات المستوية :
حركة دقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم



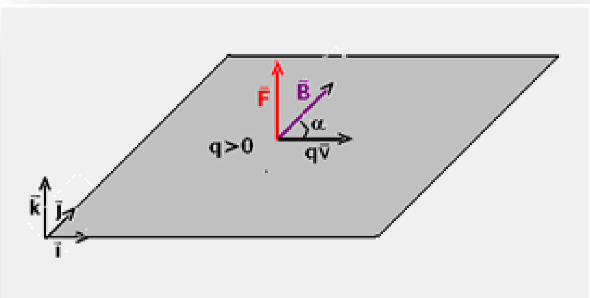
1) علاقة لورنتز

تخضع دقيقة مشحونة ، ذات شحنة q تتحرك بسرعة متجهتها $\vec{v}$ داخل مجال مغنطيسي متجهته $\vec{B}$ إلى قوة مغنطيسية $\vec{F}$ تسمى قوة لورنتز تحددها العلاقة المتجهية التالية : $\vec{F} = q\vec{E}\wedge\vec{B}$

معرفة مميزات المتجهتين $q\vec{v}$ و $\vec{B}$ تمكن من استنتاج مميزات القوة $\vec{F}$.

خلال هذه الدراسة نهمل وزن الدقيقة المشحونة أمام القوة المغنطيسية التي تطبق عليها .

2) مميزات القوة المغنطيسية



مميزات قوة لورنتز هي :

ـ نقطة التأثير الدقيقة نفسها باعتبارها نقطة مادية .

ـ خط التأثير : العمودي على المستوى المحدد بواسطة $(\vec{v},\vec{B})$ ؛

$\vec{F}$ عمودية على المتجهة $\vec{v}$ وعلى المتجهة $\vec{B}$.

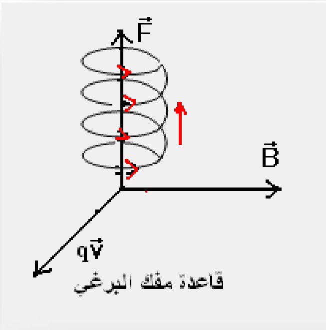
ـ المنحى : هو المنحى بحيث يكون ثلاثي الوجه $(q\vec{v},\vec{B},\vec{F})$ مباشرا .

ـ الشدة : $F = |qvB\sin\alpha|$

q : شحنة الدقيقة ب (C)

v : سرعة الدقيقة ب m/s

B : شدة المجال المغنطيسي (T)



α الزاوية التي تكونها $q\vec{v}$ مع $\vec{B}$

F : شدة قوة لورنتز (N)

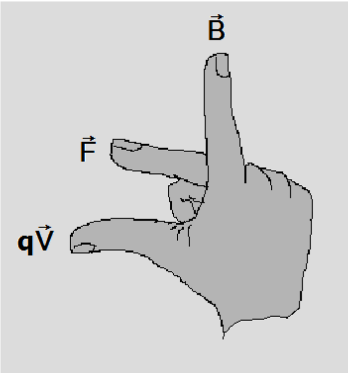
ملحوظة :

منحى $\vec{F}$ يتغير حسب إشارة q . عمليا للحصول على منحى المتجهة $\vec{F}$ نطبق إحدى قواعد التوجيه .

ـ قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى . الإبهام $q\vec{v}$. السبابة : $\vec{B}$. الوسطى : $\vec{F}$

ـ قاعدة مفك البرغي

ـ قاعدة اليد اليمنى



الحالات التي تنعدم فيها القوة المغناطيسية :

q=0 دقيقة محايدة كهربائيا

$\vec{v}=\vec{0}$ دقيقة متوقفة

$\vec{B}=\vec{0}$ غياب المجال المغنطيسي

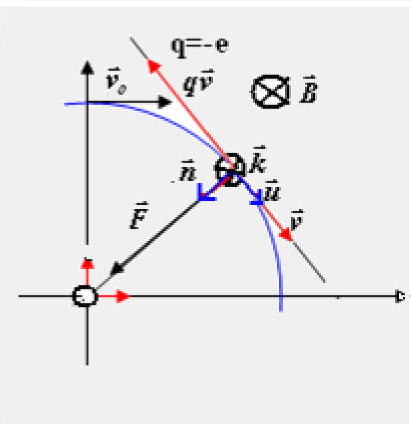
$\alpha=0$ أو $\alpha=\pi$ أي $\vec{v}$ و $\vec{B}$ على استقامة واحدة .

3) حركة دقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نحصل على العلاقة :

$$\vec{a}=\frac{q}{m}\vec{v}\wedge\vec{B}$$

اذن في كل لحظة لدينا :
$$\begin{cases}\vec{a}\perp\vec{B} & (1)\\ \vec{a}\perp\vec{v} & (2)\end{cases}$$



العلاقة (1) تعني أن كل دقيقة مشحونة تدخل مجالا مغنطيسيا منتظما بسرعة عمودية على خطوط المجال ، ترسم مسارا يوجد في مستوى يضم السرعة البدئية $\vec{v}_0$ و متعامد مع متجهة المجال المغنطيسي .

العلاقة (2) تعني أن اتجاه متجهة سرعة دقيقة مشحونة يتغير خلال حركتها في مجال مغنطيسي منتظم دون أن يتغير منظمها .

حيث بما أن متجهة التسارع $\vec{a}$ متعامدة مع $\vec{v}$ في كل لحظة فهي اذن منظمية :

$\vec{a}=\vec{a}_N$ إذن $\vec{a}_T=\vec{0}$ أي $\frac{dv}{dt}=0$ بالتالي $v=Cte=v_0$ منظم متجهة السرعة ينحفظ أثناء حركة الدقيقة ، الحركة اذن منتظمة .

من العلاقتين (1) و (2) نكتب :

$$\frac{v^2}{\rho}=\frac{|q|}{m}.v.B \quad \text{مع} \quad v=v_0$$

أي :
$$\rho=\frac{m.v_0}{|q|.B}=Cte$$

حركة دقيقة ذات شحنة q وكتلة m عند ولوجها مجالا مغناطيسيا منتظما $\vec{B}$ بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ متعامدة مع $\vec{B}$ ، حركة دائرية منتظمة .

ـ مسارها ينتمي إلى المستوى العمودي على المجال .

ـ شعاعها يساوي : $R=\frac{m.v_0}{|q|.B}$

ـ الدراسة الطاقية

* قدرة القوة المغناطيسية

$$\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{v} \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{P} = q\left(\vec{v}\wedge\vec{B}\right).\vec{v} = 0$$

قدرة القوة المغناطيسية دائما منعدمة لكون أن هذه القوة دائما عمودية على السرعة .

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الدقيقة عند انتقالها خلال مدة زمنية Δt :

$$\Delta E_C = W\left(\vec{F}\right) = 0 \quad \text{أي أن} \quad E_C = Cte \quad \text{إذن} \quad \frac{1}{2}mv^2 = Cte \Rightarrow v = cte = v_0$$

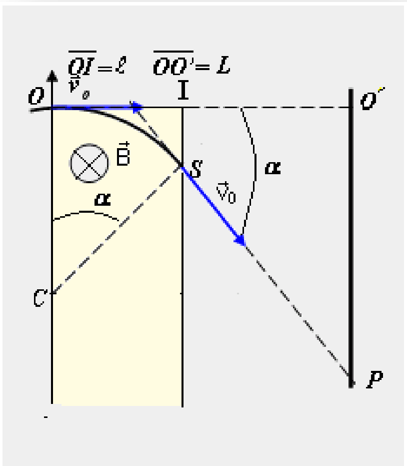
المجال المغناطيسي لا يغير الطاقة الحركية لدقيقة مشحونة .

4) الإنحراف المغناطيسي

نسمي الانحراف المغناطيسي المسافة $\overline{O'P} = D_m$

تلج حزمة دقائق من النقطة O وبسرعة v_0 حيزا طوله ℓ حيث يخضع لمجال مغناطيسي منتظم متعامد مع متجهة السرعة البدئية .

مسار كل دقيقة في المجال المغناطيسي هو عبارة عن



قوس من دائرة مركزها C وشعاعها $R = \dfrac{mv_0}{|q|.B}$.

عند النقطة S تغادر الدقيقة المجال المغناطيسي بسرعة $\vec{v}_0$ بحيث تصبح حركتها مستقيمية منتظمة (مبدأ القصور)

الزاوية $\alpha = (OC,OS)$ تسمى بالانحراف الزاوي

بحيث أن $\sin\alpha = \dfrac{\ell}{R}$ وكذلك $\tan\alpha = \dfrac{\overline{O'P}}{\overline{OO'} - \overline{OI}} = \dfrac{D_m}{L - OI}$

وبما أن في الأجهزة المستعملة α صغيرة جدا وكذلك $\ell << L$ ($\sin\alpha = \tan\alpha$) فإن :

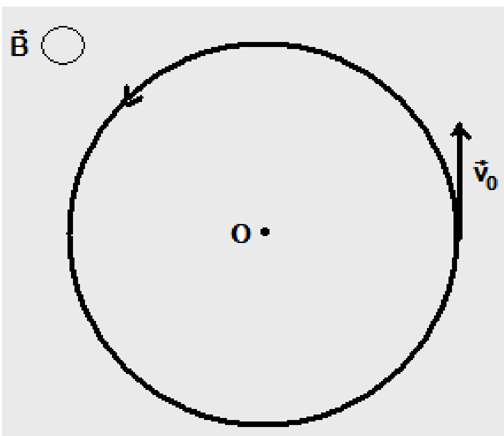
$$\frac{\ell}{R} = \frac{D_m}{L} \quad \text{أي أن} \quad D_m = \frac{|q|.B.L.\ell}{m.v_0}$$

ملحوظة : المقارنة بين الانحراف الكهربائي والانحراف المغناطيسي

$$D_e = \frac{|q|E.L.\ell}{m.{v_0}^2} \quad \text{و} \quad D_m = \frac{|q|.B.L.\ell}{m.v_0}$$

يلاحظ أن الانحراف المغناطيسي أكثر تكيفا من الانحراف الكهربائي لأنه يتناسب اطرادا مع $\dfrac{1}{v_0}$. لهذا يستعمل في أنبوب التلفاز .

تطبيق 1:



نضع داخل مجال مغنطيسي منتظم $\vec{B}$ أفقي شدته $B = 10^{-3}T$ جهازا يبعث إلكترونات بسرعة $\vec{v}_0$ رأسية وعمودية على $\vec{B}$ كما يوضح الشكل .

ترسم حزمة الإلكترونات داخل المجال $\vec{B}$ مسارا دائريا مركزه O وشعاعه $R = 3{,}6cm$.

1 ـ حدد منحى $\vec{B}$ وبين أن حركة كل إلكترون داخل المجال $\vec{B}$ حركة دائرية منتظمة .

2 ـ استنتج تعبير السرعة v_0 بدلالة e و m و BR . أحسب v_0

3 ـ أوجد بدلالة e و Bm تعبير المدة الزمنية T التي تستغرقها حركة إلكترون لإنجاز دورة كاملة . أحسب T .

نعطي : كتلة الإلكترون : $m = 9{,}1\times10^{-31}kg$ وشحنتها : $e = 1{,}6\times10^{-19}C$

حل التطبيق 1 :

1 – منحى $\vec{B}$: نطبق قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى وسيكون المنحى هو الممثل في الشكل

لنبين أن حركة كل إلكترون حركة دائرية منتظمة :

نطبق القانون الثاني لنيوتن على إلكترون في أساس فريني ،

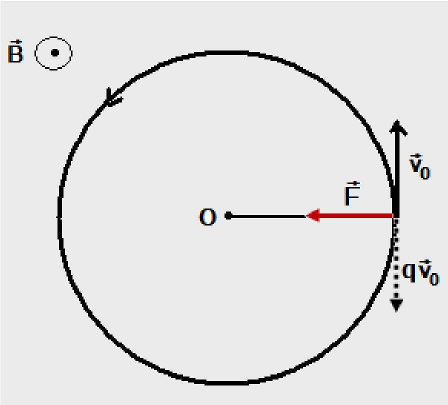
جرد القوى المطبقة على الدقيقة : $\vec{P}$ وزن الدقيقة و $\vec{F}$ القوة المغنطيسية

حسب القانون الثاني لنيوتن :

$\vec{P}+\vec{F}=m\vec{a}$ نهمل وزن الدقيقة أمام الشدة القوة المغنطيسية فتصبح العلاقة المتجهية السابقة على الشكل التالي : $\vec{F}=m.\vec{a}$

وبما أن $\vec{F}=-e\vec{v}\wedge\vec{B}$ إذن $-e\vec{v}_0\wedge\vec{B}=m.\vec{a}$ أي أن $\vec{a}=\dfrac{-e}{m}\left(\vec{v}\wedge\vec{B}\right)$

في معلم فريني الذي تم اختياره في الشكل $M\left(\vec{u},\vec{n},\vec{k}\right)$ أن $\vec{a}\left(0,a_n,0\right)$ أي أن $a_t=\dfrac{dv}{dt}=0$



وكذلك $v=Cte=v_0$ ونعلم أنه في معلم فريني $a_n=\dfrac{{v_0}^2}{\rho_N}$ إذن $\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_t=\vec{a}_n$

$a=a_n\Rightarrow\dfrac{e}{m}v_0B=\dfrac{{v_0}^2}{\rho}$ نستنتج أن $\rho=\dfrac{m.v_0}{e.B}=Cte=R$ إذن مسار الدقيقة هو مسار دائري .

وبالتالي فإن حركة كل إلكترون حركة دائرية منتظمة .

2 – تعبير السرعة v_0 بدلالة m و e و BR

حسب العلاقة التي تم الحصول عليها نستنتج أن السرعة v_0 هي :

$$\boxed{v_0=\frac{e.B.R}{m}}$$

عدديا :

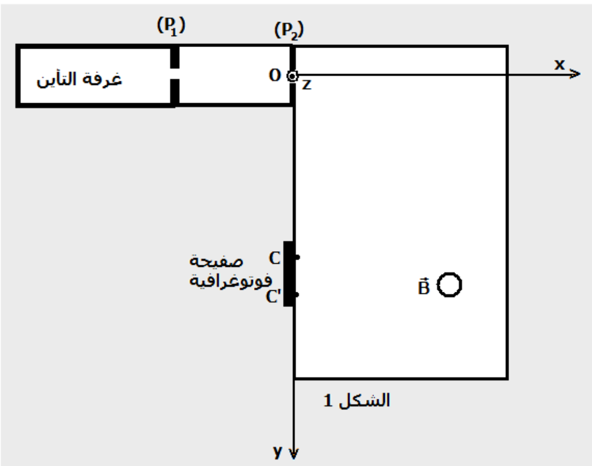
$$v_0=\frac{1,6\times10^{-19}.10^{-3}.0,036}{9,1\times10^{-31}}=6,3\times10^{6}m/s$$

3 – تعبير المدة الزمنية Δt لكي تنجز الإلكترون دورة كاملة :

عندما تنجز الإلكترون دورة كاملة فإن $\Delta t=T$ دور جركة الإلكترون الدائرية ، أي أن $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$ بحيث أن ω السرعة الزاوية للحركة الدائرية : $\omega=\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}=\dfrac{v_0}{R}$ أي أن $\boxed{T=\dfrac{2\pi R}{v_0}}$ عدديا $T=\dfrac{2\times\pi\times0,036}{6,3\times10^{6}}=3,6\times10^{-8}s$

تطبيق 2 : (بكالوريا 2010 الدورة الاستدراكية علوم رياضية) فرز نظيري عنصر كيميائي

إن قياس طيف الكتلة تقنية ذات حساسية كبيرة، فقد استعملت هذه التقنية في الأصل للكشف عن مختلف نظائر العناصر الكيميائية وأصبحت اليوم تستعمل لدراسة بنية الأنواع الكيميائية.



الشكل 1

نريد فرز نظيري الزنك بواسطة راسم الطيف للكتلة. تنتج غرفة التأين الأيونات $^{68}Zn^{2+}$ و $^{A}Zn^{2+}$ كتلتاهما، تباعا، هما : m_1 و m_2 .

تسرع هذه الأيونات ، في الفراغ، بين صفيحتين فلزيتين متوازيتين (P_1) و(P_2) بواسطة توتر U قيمته $1,00.10^3V$. (الشكل 1)

نفترض أن الأيونات تخرج من غرفة التأين بدون سرعة بدئية وأن وزن الأيون مهمل أمام القوى الأخرى.

معطيات :

الشحنة الابتدائية $e=1,6.10^{-19}C$ ؛كتلة بروتون m_p تساوي كتلة نوترون m_n : $m_p=m_n=m=1,67.10^{-27}kg$

1- عين، معللا جوابك ، الصفيحة التي يجب أن يكون لها أكبر جهد كهربائي.

2- بين أنه يكون للأيونين $^{68}Zn^{2+}$ و $^{A}Zn^{2+}$ نفس الطاقة الحركية عند النقطة O .

3- عبر عن السرعة v_1 للأيون $^{68}Zn^{2+}$ ، عند النقطة O ، بدلالة U و e و m .

استنتج تعبير السرعة v_2 للأيون $^{A}Zn^{2+}$ ، عند نفس النقطة O بدلالة v_1 و A .

4- تدخل الأيونات $^{68}Zn^{2+}$ و $^{A}Zn^{2+}$ ، عند t=0 حيزا من الفضاء يوجد فيه مجال مغنطيسي منتظم عمودي على مستوى الشكل ، شدته B=0,10 T وتنحرف حيث يصطدم الأيونان $^{68}Zn^{2+}$ و $^{A}Zn^{2+}$ بالصفيحة الفوتوغرافية ، تباعا ، عند النقطتين C و C' .

4-1- عين على تبيانة ، معللا جوابك ، منحى متجهة المجال المغنطيسي $\vec{B}$.

2-4- بين أن حركة الأيونات Zn^{2+} تتم في المستوى (O,x,y) .
3-4- أثبت طبيعة حركة الأيونات Zn^{2+} داخل المجال المغنطيسي $\vec{B}$.
4-4- نعطي المسافة : CC'=8,0mm . استنتج قيمة A .

حل التطبيق 2 :

1 ـ الصفيحة التي سيكون لها أكبر جهد كهربائي :

حسب معطيات التمرين أن الأيونات تحمل شحن موجبة وستتوجه نحو الصفيحة (P_2) أي أن منحى القوة الكهرساكنة $\vec{F}_e$ المطبقة على الأيونات منحاها من (P_1) نحو (P_2) وبما أن $\vec{F}_e = q\vec{E}$ و $q = +2e$ فإن $\vec{F}_e$ و $\vec{E}$ لهما نفس المنحى أي أن $\vec{E}$ منحاها من (P_1) نحو (P_2) ، نحو الجهود التناقصية أي $V_{P_2} < V_{P_1}$ أي الصفيحة التي سيكون لها أكبر جهد هي P_1 .

2 ـ لنبين أن الأيونيين لهما نفس الطاقة الحركية عند وصولهما إلى النقطة O :

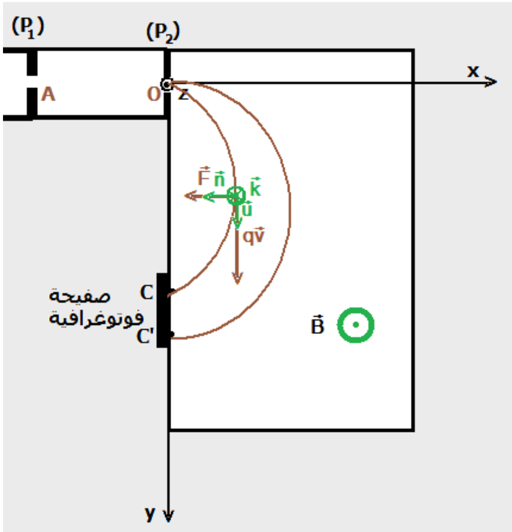
حسب مبرهنة الطاقة الحركية للأيونين عند انتقالهما من غرفة التأين بدون سرعة بدئية إلى النقطة O أن تغير الطاقة الحركية بين هاتين النقطتين يساوي شغل القوى الخارجية المطبقة على الأيونات وبما أن شدة الوزن مهملة فإن $E_C(O) = W(\vec{F}_e)$

لدينا $W(\vec{F}_e) = 2eU$ و هذه العلاقة **لا تتعلق بكتلة الأيونات** وبالتالي فإن الطاقة الحركية كذلك أي أن **الأيونات لها نفس الطاقة الحركية**

3 ـ تعبير السرعة v_1 للأيونات $^{68}Zn^{2+}$:

حسب مبرهنة الطاقة الحركية لدينا : $E_{C_1}(O) = 2eU$ أي أن $\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = 2eU$ بحيث أن $m_1 = 68m$ ومنه فإن $\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{eU}{17m}}}$

وبتطبيق نفس العلاقة لدينا $v_2 = \sqrt{\frac{4eU}{Am}}$ أي أن $\boxed{\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{68}{A}}}$



4 ـ 1 منحى متجهة المجال المغنطيسي $\vec{B}$
$q > 0$ أي أن $q\vec{v}$ منحاها هو حسب الشكل جانبه
و $\vec{F}$ منحاها حسب انحناء مسار الأيونات فإن $\vec{B}$ سيكون منحاها حسب قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى (أنظر الشكل جانبه) $\vec{B} = -B\vec{k}$

4 ـ 2 لنبين أن حركة الأيونات تتم في المستوى Oxy :

نطبق القانون الثاني لنيوتن على الدقيقة α في أساس فريني ،
جرد القوى المطبقة على الدقيقة : $\vec{P}$ وزن الدقيقة
و $\vec{F}$ القوة المغنطيسية
حسب القانون الثاني لنيوتن :
$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ نهمل وزن الدقيقة أمام الشدة القوة المغنطيسية فتصبح

العلاقة المتجهية السابقة على الشكل التالي : $\vec{F} = m\vec{a}$ وبما أن $\vec{F} = 2e\vec{v} \wedge \vec{B}$ إذن $2e\vec{v} \wedge \vec{B} = m.\vec{a}$ أي أن $\vec{a} = \frac{2e}{m}(\vec{v} \wedge \vec{B})$

في معلم فريني الذي تم اختياره في الشكل $M(\vec{u}, \vec{n}, \vec{k})$ (أنظر الشكل)

لدينا حسب الشكل $\vec{a}(0, a_n, 0)$ يعني أن $a_z = 0$ ومنه $z = g(t) = 0$ مما يبين أن حركة الدقيقة تتم في المستوى $(\vec{u}, \vec{n})$ وبما أن $(\vec{u}, \vec{n})$ نظمة تنتمي إلى المستوى Oxy فإن حركة الدقيقة حركة مستوية تتم في المستوى Oxy

4 ـ 3 طبيعة حركة الأيونات :

لدينا كذلك في معلم فريني $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ أي أن $v = Cte$ وكذلك $a_n = \frac{v}{\rho_N}$ ونعلم أنه في معلم فريني $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t = \vec{a}_n$ إذن $\frac{2e}{m}vB = \frac{v}{\rho}$ $a = a_n \Rightarrow$ نستنتج أن $\rho = \frac{m.v_2}{2e.B} = Cte = R$

إذن مسار الدقيقة هو مسار دائري . وبالتالي فإن حركة الدقائق α حركة دائرية منتظمة .

شعاعها هو : $\boxed{R = \frac{mv}{2eB}}$

4 ـ 4 حساب A

ـ لدينا بالنسبة للأيونات $^{68}Zn^{2+}$: $R_1 = \frac{68mv_1}{2eB}$ وبالنسبة للأيونات $^{A}Zn^{2+}$ لدينا $R_2 = \frac{Amv_2}{2eB}$

أي أن $\frac{R_2}{R_1}=\frac{A}{68}\times\frac{v_2}{v_1}$ وبما أن $\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{68}{A}}$ فإن $\sqrt{\frac{A}{60}}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{A}{60}\times\sqrt{\frac{60}{A}}$ أي أن $\boxed{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2=\frac{A}{68}}$

ـ حساب R_2 و R_1

لدينا حسب المعطيات أن $R_2-R_1=0,008m$

حسب السؤال الأول لدينا $v_1=\sqrt{\frac{eU}{17m}}=7,51\times10^4 m/s$ أي أن $R_1=\frac{68mv_1}{2eB}=0,11m$ و $R_2=0,109-0,008=0,101m$

ومنه فإن $\boxed{A=68\times\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2\simeq 58}$