# 6

# تطبيقات : الأقمار الاصطناعية و الكواكب

# Applications : satellites artificiels et planètes

## I – القوانين الثلاثة لكيبلر (kepler)

### 1 – المرجع المركز الشمسي :

المرجع المركزي الشمسي يتكون من مركز الشمس و ثلاثة محاور متعامدة و موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة خلال الزمن ، و يستعمل لدراسة حركة الكواكب و المذنبات حول الشمس و يعبر مرجعا غاليليا.

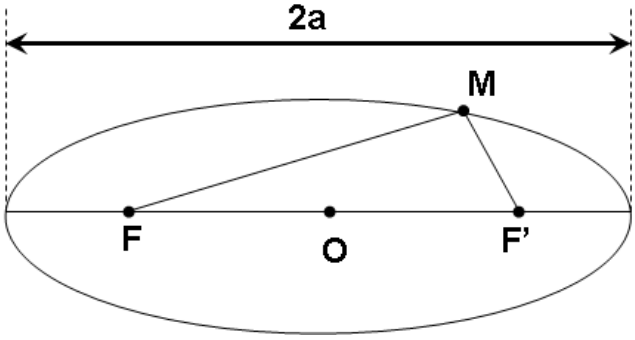
### 2 – المرجع المركز الأرضي :

المرجع المركزي الأرضي يتكون من مركز الأرض و ثلاثة محاور متعامدة و موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة خلال الزمن ، و يستعمل لدراسة حركة الأجسام التي تدور حول الأرض الاصطناعية.

### 3 – قوانين كيبلر :

#### أ – القانون الأول : قانون المدارات الأهليلجية : loi des orbites

في المرجع المركزي الشمسي لجميع مركز قصور الكواكب مسارات إهليليجية حيث تمثل الشمس إحدى بؤرتيها.




$$MF+MF=2a=cte$$

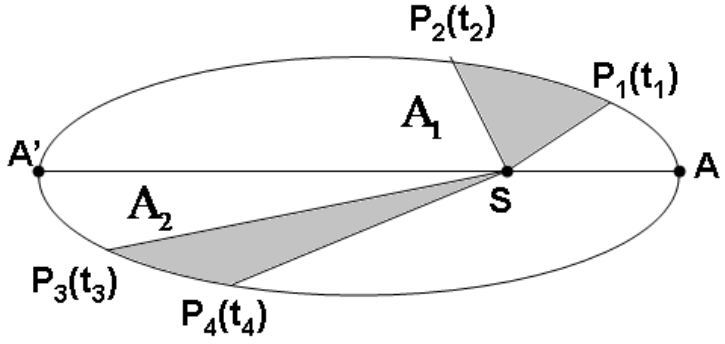
$a$ : هو نصف طول المحور الكبير للأهليلج

❖ ملحوظة :

الدائرة هي حالة للإهليليج ، بحيث تكون البؤرتان متطابقتين و يساوي نصف طول المحور الكبير شعاع الدائرة $(a=r)$

#### ب – القانون الثاني : قانون المساحات : loi des aires (surfaces)

تكسح القطعة $[SP]$ التي تربط مركز الشمس بمركز الكوكب مساحات متقايسة في مدد زمنية متساوية.




$$\Delta t=t_2-t_1=t_4-t_3$$

$$A_1=A_2$$

$$\frac{dA_1}{dt}=cte$$

يترجم هذا القانون أن الكوكب يدور حول الشمس بسرعة غير ثابتة كلما اقترب الكوكب من الشمس، كلما زادت سرعته و العكس صحيح.

- تكون السرعة قصوية عندما يتواجد الكوكب في النقطة $A$ .
- تكون السرعة دنوية عندما يتواجد الكوكب في النقطة $A'$ .

## ج – القانون الثالث : قانون الأدوار المدارية : loi de période de révolution

يتناسب $T^2$ مربع الدور المداري اطرادا مع $a^3$ مكعب نصف طول المحور الكبير للإهليلج : $\frac{T^2}{a^3}=K$

$K$ : ثابتة لا تتعلق بالكوكب، تتعلق تتعلق بالشمس (أو كوكب) الذي تدور حولها الكوكب (الأقمار)

- الدورة الفلكية : كوكب الكوكب بين مرورين متتاليين لمركزه $P$ من نفس النقطة من مدارة الشمس.
- الدور المداري T للكوكب : هو المدة الزمنية التي يستغرقها مركزها لإنجاز دورة فلكية كاملة.

❖ ملحوظة :

- عندما يكون المدار دائري $a=r$ فإن القانون الثالث : $\frac{T^2}{r^3}=K$

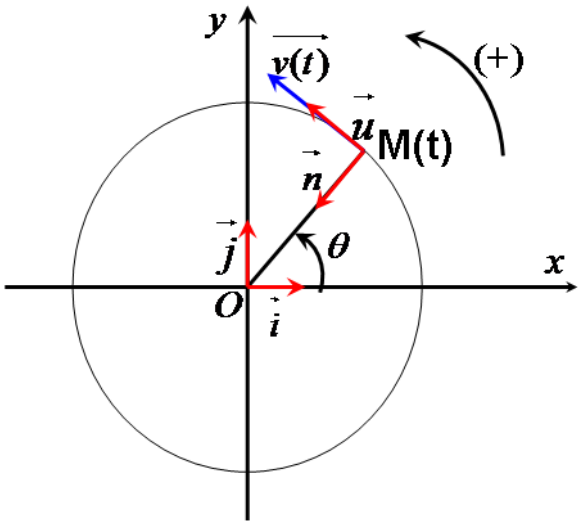
- تطبق قوانين كبلر على الأقمار الطبيعية الاصطناعية التي تدور حول الكوكب ، كما أن $K$ ثابتة و تتعلق قيمتها بكتلة الكوكب.

## II – الحركة الدائرية المنتظمة :

### 1 – خاصيات الحركة الدائرية :

تكون الحركة دائرية منتظمة إذا كان المسار دائري و السرعة ثابتة :

#### أ – متجهة السرعة :




- السرعة الزاوية ثابتة : $\omega=\dot{\theta}=\frac{d\theta}{dt}=cte$

- السرعة الخطية : $v=\frac{ds}{dt}=\frac{d(r\theta)}{dt}=r\frac{d\theta}{dt}=r.\omega$

$\vec{v}=r.\omega\vec{u}$

- الدور $T$ : مدة دورة كاملة $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi.r}{v}$

#### ب – متجهة التسارع :

نعرف متجهة التسارع في معلم فريني : $\vec{a}=a_\tau\vec{u}+a_n\vec{n}$

حيث لأن السرعة ثابتة : $a_\tau=\frac{dv}{dt}=0$

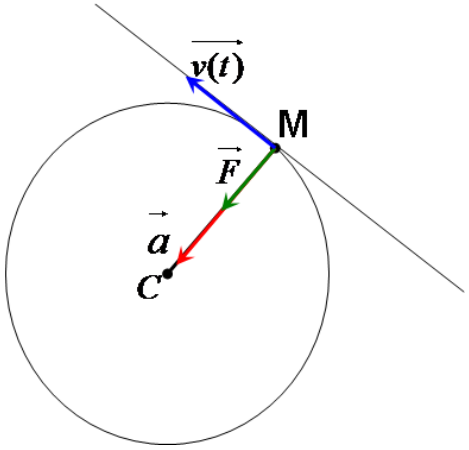
و $a_n = \frac{v^2}{r}$

ومنه : $\boxed{\vec{a} = r.\omega^2 \vec{n}}$ أو $\boxed{\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n}}$

إذن متجهة التسارع مركزية إنجذابية .

## 2- الشرطان الأساسيان للحصول على حركة دائرية منتظمة :

نعتبر جسم صلب كتلته في حركة دائرية منتظمة :




حسب القانون II لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

و لدينا : $\vec{a} = \vec{a}_n = \frac{v^2}{r}\vec{n}$ و $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}$

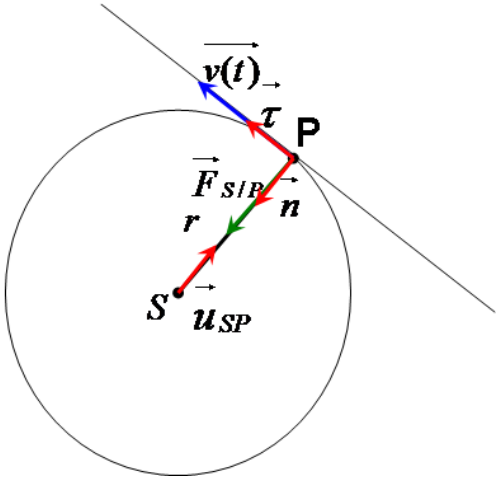
و منه فإن : $\vec{F} = \frac{mv^2}{r}\vec{n}$

تكون الحركة دائرية منتظمة إذا كان :

- المجموع المتجهي للقوى الخارجية المطبقة على الجسم مركزيا انجذابية centripète
- منظم متجهة $\vec{F}$ ثابت و تحقق العلاقة : $F = \frac{mv^2}{r}$

## II – الحركة المدارية للكواكب :

لدراسة حركة الكواكب حول الشمس نختار المرجع المركزي الشمسي، نعتبر كوكبا كتلته $m$ و مركزه $P$ في حركة حول الشمس ذات الكتلة $m_s$ و ممركز :




$\vec{u}_{SP} = -\vec{n}$

يخضع الجسمان إلى تأثير بيني : $\vec{F}_{S/P} = -G\frac{m_S.m}{r^2}\vec{u}_{SP} = G\frac{m_S.m}{r^2}\vec{n}$

بتطبيق القانون II لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$\vec{F}_{S/P} = G\frac{m_S.m}{r^2}\vec{n} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = G\frac{m_S}{r^2}\vec{n}$$

- إذن التسارع مركزي انجذابي أي أن القوة $\vec{F}_{S/P}$ مركزية انجذابية و بالتالي يتحقق الشرط الأول للحصول على حركة دائرية منتظمة.

- بما أن التسارع مركزي انجذابي أي منظمي فإن : $\vec{a} = \vec{a}_n = G\frac{m_S}{r^2}\vec{n}$

و منه فإن الشدة ثابتة : $F_{S/P} = \frac{m.v^2}{r}$ و بالتالي يتحقق الشرط الثاني للحصول على دائرة منتظمة.

و بالتالي حركة الكواكب دائرية منتظمة سرعتها : $\vec{a} = G\frac{m_S}{r^2}\vec{n} = \frac{v^2}{r}\vec{n}$

$$v = \sqrt{\frac{G.m_S}{r}}$$

❖ تعبير الدور المداري T : هو المدة الزمنية التي يستغرقها الكوكب لإنجاز دورة كاملة حول الشمس بسرعة ثابتة $v$ :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi.r}{v} = 2\pi.r\sqrt{\frac{r}{G.m_S}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_S}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_S}}$$

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{r^3}{G.m_S} \quad \Rightarrow \quad \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_S} = K$$

وهكذا يترجم القانون الثالث لكيبلر.

- الثابتة $K$ لا تتعلق بالكوكب المدروس.
- يمكن معرفة $T$ و $r$ من حساب $m_S$ كتلة الشمس.

## 1 – تعبير السرعة و الدور المداري:

تكون حركة قمر اصطناعي دائري منتظمة عندما يتحقق الشرطان السابقان .

الجسم المرجعي : المرجع المركزي الأرضي

بتطبيق القانون II لنيوتن ( نفس الدراسة السابقة )

عندما تكون الحركة دائرية منتظمة فإن سرعة القمر الاصطناعي تحقق العلاقة التالية : $v = \sqrt{\frac{G.m_T}{r}}$ مع : $r = R_T + z$

$R_T$ : شعاع المدار الدائري لمركز القمر الاصطناعي

$z$ : ارتفاع القمر الاصطناعي عن سطح الأرض

❖ تعبير الدور المداري T :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi.r}{v} = 2\pi.r\sqrt{\frac{r}{G.m_T}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + z)^3}{G.m_T}}$$

لا تتعلق $v$ و $T$ بكتلة القمر الاصطناعي ، بل تتعلق بالارتفاع $z$ :

## 2 – الاستقمار : satellisation

الاستقمار : هو وضع قمر اصطناعي في مداره حول الأرض ة و اعطاؤه سرعة كافية تخول له حركة دائرية منظمة حول الأرض.

## 3 – الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض :

- يكون قمر اصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض، إذا بدا دوما في حالة سكون بالنسبة لملاحظ على سطح الأرض.
- لكي يظهر قمر اصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض يجب أن :
- يدور في منحى دوران الأرض حول قطبيها.
- يساوي دوره المداري $T$ دور حركة الدوران الخاصة للأرض حول محورها القطبي.
- يوجد مداره الدائري في مستوى خط الاستواء للأرض.

❖ ملحوظة :

- تمكن معرفة $T$ من تحديد $z$ .
- اليوم الفلكي **jour sidéral** $T = 23h56\min 4s$

## المعجم العلمي

| | | | |
|---|---|---|---|
| مركزي شمسي | Héliocentrique | مركزي أرضي | Géocentrique |
| مركب | Planète | جرم | Astre |
| مذنب | Comète | فيزياء فلكية | Astro-physique |
| نجم | Etoile | إهليلج | Ellipse |
| بؤرة | Foyer | مدار | Orbite |
| مساحة | Aire | نصف طول | Demi-longueur |
| دورة | Révolution | انجذابي مركزي | Centripète |
| تجاذب | Attraction | نقطي | Ponctuel |
| قمر | Satellite | تأتير بيني | Interaction |
| ارتفاع | Altitude | استقمار | Satellisation |
| يوم فلكي | Jour sidéral | خط الاستواء | Equateur |