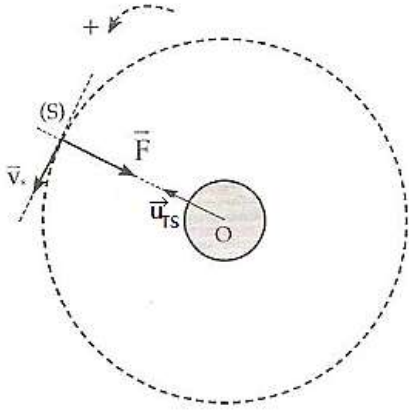


# التصحيح

## تمرين 1

1- تمثيل متجهة السرعة  $\vec{V}_S$  للقمر الإصطناعي (S) و متجهة قوة التجاذب الكوني

اتجاه القوة  $\vec{F}$  هو اتجاه المتجهة الواحدية  $\vec{u}_{TS}$  ومنحاهها معاكس لمنحى  $\vec{u}_{TS}$ .  
اتجاه  $\vec{V}_S$  عمودي على اتجاه  $\vec{F}$  ومنحاهها هو منحى الحركة .



2- التعبير المتجهي لقوة التجاذب الكوني التي تطبقها الأرض

$$\vec{F} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(r_T + h)^2} \cdot \vec{u}_{TS}$$

حيث  $M_T$  : كتلة الأرض و  $m_S$  : كتلة القمر الإصطناعي .

3- تعبير متجهة التسارع لحركة (S) في اساس فريني

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N \Rightarrow \vec{a} = a_T \cdot \vec{u} + a_N \cdot \vec{n}$$

مع  $a_T = \frac{dv}{dt}$  التسارع المماسي و  $a_N = \frac{v^2}{R}$  التسارع المنظمي

4.1- إثبات انتظام الحركة

تطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S) لدينا :  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  أي :

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m_S}{(r_T + h)^2} \cdot \vec{u}_{TS}$$

$$\vec{a} = -G \cdot \frac{M_T}{(r_T + h)^2} \cdot \vec{u}_{TS} \quad \text{نستنتج التسارع :}$$

في معلم فريني  $(S, \vec{u}, \vec{n})$  متجهة التسارع تكتب :  $\vec{a} = G \cdot \frac{M_T}{(r_T + h)^2} \cdot \vec{n}$

حيث  $\vec{n} = -\vec{u}_{TS}$

إذن :  $a_T = 0$

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

يعني ان السرعة ثابتة ( $\mathbf{V} = \mathbf{cte}$ ) وحركة S منتظمة .

4.2- تعبير  $V_S$

باعتبار التسارع منظميا ، فإن :  $a = a_N$

$$\frac{V_S^2}{r_T + h} = \frac{G \cdot M_T}{(r_T + h)^2}$$

$$V_S^2 = \frac{G \cdot M_T}{r_T + h}$$

$$V_S = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r_T + h}}$$

لنعبر عن الجداء  $G \cdot M_T$  بدلالة  $V_S$  :

باعتبار الثقالة ناتجة فقط عن التجاذب ، فإن وزن القمر الإصطناعي يساوي قوة التجاذب المطبقة عليه :  $P = F$

$$m \cdot g = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(r_T + h)^2} \Rightarrow g = G \cdot \frac{M_T}{(r_T + h)^2}$$

عند سطح الأرض حيث  $h = 0$  :

$$g_0 = \frac{G \cdot M_T}{r_T^2} \Rightarrow G \cdot M_T = g_0 \cdot r_T^2$$

نعوض في تعبير السرعة نحصل على :

$$V_S = \sqrt{\frac{g_0 \cdot r_T^2}{r_T + h}} \Rightarrow V_S = r_T \sqrt{\frac{g_0}{r_T + h}}$$

ت.ع :

$$V_S = 6350 \times 10^3 \times \sqrt{\frac{9,8}{6350 \times 10^3 + 1000 \times 10^3}} \Rightarrow V_S = 7332,35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

## 5-كتلة الأرض

باستعمال العلاقة :  $G \cdot M_T = g_0 \cdot r_T^2$  نحصل على :  $M_T = \frac{g_0 \cdot r_T^2}{G}$

ت.ع :

$$M_T = \frac{9,8 \times (6350 \times 10^3)^2}{6,67 \times 10^{-11}} = 5,92 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

## 6-إثبات ان القمر الإصطناعي لا يبدو ساكنا :

في يوم واحد ينجز القمر الإصطناعي 14 دورة حول الأرض ، التي تنجز فقط دورة واحدة أي أن :  $T \approx 14T_S$  ( $T \neq T_S$ ). هذا يعني أن دوري حركتهما مختلفتان وبالتالي لا يبدو S ساكنا بالنسبة لملاحظ أرضي .

## 7.1-إثبات العلاقة : $\omega^2 \cdot (r_T + z)^3 = cte$

تعبير سرعة القمر  $S'$  هي :  $V_{S'} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r_T + z}}$

ونعبر عنها أيضا بالعلاقة :  $V_{S'} = (r_T + z)\omega$  أي :  $\sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r_T + z}} = (r_T + z)\omega$

$$\frac{G \cdot M_T}{r_T + z} = (r_T + z)^2 \cdot \omega^2$$

$$(r_T + z)^3 \cdot \omega^2 = G \cdot M_T$$

$$\omega^2 \cdot (r_T + z)^3 = cte$$

## 7.2- قيمة الإرتفاع z

باستعمال العلاقة :

$$\omega^2 \cdot (r_T + z)^3 = G \cdot M_T$$

$$(r_T + z)^3 = \frac{G \cdot M_T}{\omega^2} \Rightarrow r_T + z = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T}{\omega^2}} \Rightarrow r_T = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T}{\omega^2}} - z \quad \text{و نستنتج :}$$

بما أن القمر الإصطناعي ساكن بالنسبة للأرض ، فإن سرعته الزاوية تساوي السرعة الزاوية للأرض ومنه :  $T = T'$  .

$$\omega = \frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

نعوض في العلاقة السابقة :

$$z = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} - r_T \Rightarrow z = \sqrt[3]{\frac{g_0 \cdot r_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - r_T$$

ت.ع :

$$z = \sqrt[3]{\frac{9,8 \times (6350 \times 10^3)^2 \times 84164^2}{4\pi^2}} - 6350 \times 10^3$$

$$z = 3,50 \cdot 10^7 \text{ m} = 35\,000 \text{ km}$$

## تمرين 2 :

1- شروط التي يجب أن تتوفر لكي يكون قمرا اصطناعيا ساكنا بالنسبة للأرض

- ✓ ينبغي أن يقع مداره في مستوى خط الإستواء
- ✓ أن يدور في نفس منحى دوران الأرض حول محورها القطبي
- ✓ أن يكون دوره المداري مساويا لدور حركة الدوران للأرض

## 2-إثبات تعبير متجه التسارع

يخضع القمر الإصطناعي (S) لقوة التجاذب المطبقة عليه من طرف الأرض تعبيرها :

$$\vec{F} = -G \cdot \frac{m_T \cdot m}{r_0^2} \cdot \vec{u}_{TS}$$

في معلم فريني :  $\vec{F} = G \cdot \frac{m_T \cdot m}{r_0^2} \cdot \vec{n}$  حيث :  $\vec{n} = -\vec{u}_{TS}$  و  $m$  كتلة القمر

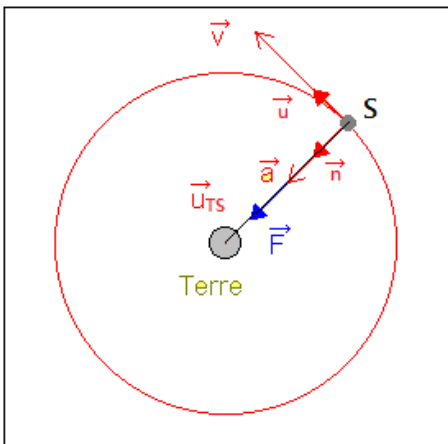
الإصطناعي .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الإصطناعي في المعلم المركزي الأرضي

نكتب :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$m \cdot \vec{a} = G \cdot \frac{m_T \cdot m}{r_0^2} \cdot \vec{n} \Rightarrow \vec{a} = \frac{G \cdot m_T}{r_0^2} \cdot \vec{n}$$



### 3- إثبات انتظام حركة القمر و تعبير سرعته

حسب السؤال 2- متجهة التسارع منتظمة إذن :  $a_T = 0$  أي :  $\frac{dv}{dt} = 0$

يعني أن  $V = cte$  أي أن حركة القمر الإصطناعي منتظمة في المعلم المركزي الأرضي.

باعتبار التسارع منظما ، فإن :  $a = a_N$  مع :  $a_N = \frac{v^2}{r_0}$

$$\frac{G \cdot m_T}{r_0^2} = \frac{V^2}{r_0} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{G \cdot m_T}{r_0}}$$

### 4- تعريف وتعبير الدور المداري T للقمر الإصطناعي

تعريفه: يساوي المدة التي يستغرقها القمر الإصطناعي لإنجاز دورة واحدة حول الأرض .

تعبيره :  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  مع  $\omega$  السرعة الزاوية

نعلم أن :  $V = r_0 \cdot \omega$  أي :  $\omega = \frac{V}{r_0}$

$$T = 2\pi r_0 \cdot \sqrt{\frac{r_0}{G \cdot m_T}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r_0^3}{G \cdot m_T}} \quad \text{أي} \quad T = \frac{2\pi r_0}{V}$$

### 5- تعبير الثابتة K بدلالة G و $m_T$

من خلال العلاقة السابقة :

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{r_0^3}{G \cdot m_T} \Rightarrow \frac{T^2}{r_0^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_T}$$

$$K = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_T}$$

تعبير الثابتة K هو :

### 6- تعبير النسبة $\frac{m_S}{m_T}$ بدلالة $r_0$ و $r_T$ و $T_0$ و $T_T$

تعبير القانون الثالث لكبلير بالنسبة لحركة الأرض حول الشمس :  $\frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_S}$  ومنه :  $m_S = \frac{4\pi^2 r_T^3}{G \cdot T_T^2}$

حسب السؤال 5- قانون كبلير الثالث بالنسبة لحركة القمر حول الأرض :  $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_S}$  ومنه :  $m_T = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot T^2}$

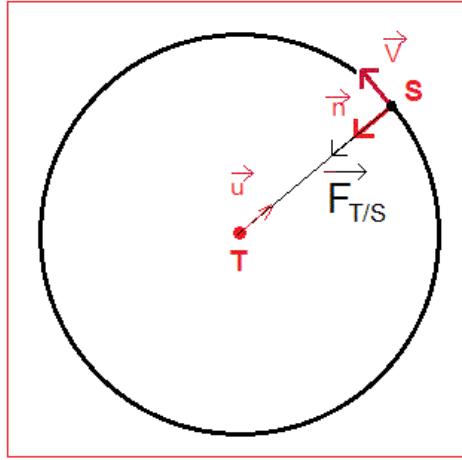
$$\frac{m_S}{m_T} = \frac{\frac{4\pi^2 r_T^3}{G \cdot T_T^2}}{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot T^2}} \Rightarrow \frac{m_S}{m_T} = \frac{r_T^3}{r^3} \cdot \frac{T^2}{T_T^2} \Rightarrow \frac{m_S}{m_T} = \left(\frac{r_T}{r}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_T}\right)^2$$

$$\frac{m_S}{m_T} = \left(\frac{1,496 \cdot 10^8 \text{ km}}{4,22 \cdot 10^4 \text{ km}}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{356,25}\right)^2 \approx 3,34 \cdot 10^5$$

ت.ع :

### تمرين 3 :

الجزء الأول :



1- أ- أنظر التبيانة جانبه

ب- تعبير متجهة قوة التجاذب

حسب قانون نيوتن للتجاذب الكوني :

$$\vec{F}_{T/G} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u}$$

2- أ- المرجع التي تدرس فيه حركة  $G$

المرجع المركزي الأرضي.

ب- الإفتراض

لتطبيق القانون الثاني لنيوتن يجب أن يكون المرجع المركزي الأرضي غاليليا .

ج- تسارع  $G$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن على  $G$  نكتب :

$$m \cdot \vec{a} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u} \quad \text{نستنتج متجهة التسارع} \quad \vec{a} = -G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u}$$

3- أ- مميزات تسارع حركة دائرية منتظمة

في حركة دائرية منتظمة متجهة التسارع تكون انجاذبية مركزية وقيمتها :  $a = a_N = \frac{v^2}{R}$

ب- تعبير سرعة  $G$

باعتبار التسارع منظما نكتب :

$$a = a_N$$

$$\frac{v^2}{R_T + h} = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$$

4- أ- الدور المداري :

تعريفه : يساوي المدة التي يستغرقها القمر الإصطناعي لإنجاز دورة واحدة حول الأرض.

تعبيره :  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  مع  $V = (R_T + h) \cdot \omega$  من العلاقتين نستنتج :  $T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v}$

باعتبار تعبير السرعة نحصل على :

$$T = 2\pi(R_T + h) \cdot \sqrt{\frac{R_T + h}{G \cdot M_T}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}$$

الجزء الثاني :

1- أ- إتمام ملاً الجدول

$T^2(s^2)$	$R^3(km^3)$	الدور المداري $T(s)$	شعاع المسار $R(km)$	القمر الإصطناعي
$8,29 \cdot 10^8$	$8,24 \cdot 10^{12}$	$2,88 \cdot 10^4$	$20,2 \cdot 10^3$	GPS
$1,62 \cdot 10^9$	$1,66 \cdot 10^{13}$	$4,02 \cdot 10^4$	$25,5 \cdot 10^3$	GLONASS
$2,67 \cdot 10^9$	$2,69 \cdot 10^{13}$	$5,16 \cdot 10^4$	$30,0 \cdot 10^3$	GOVE A
$7,36 \cdot 10^9$	$7,46 \cdot 10^{13}$	$8,58 \cdot 10^4$	$42,1 \cdot 10^3$	METEOSAT

$$R = R_T + h = 6,38 \cdot 10^3 + 23,6 \cdot 10^3 = 30 \cdot 10^3 \text{ km}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot M_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{(30 \times 10^3 \times 10^3)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,92 \cdot 10^{24}}} = 5,16 \cdot 10^4 \text{ s}$$

ب- المبيان  $T^2 = f(R^3)$

2- أ- استنتاج

المنحنى  $T^2 = f(R^3)$  عبارة عن دالة خطية إذن  $T^2$  تتناسب مع  $R^3$ .

ب- تطابق بين الالنتائج التجريبية والنظرية

تجريبيا لدينا  $K = \frac{T^2}{R^3}$  ويمثل المعامل الموجه للمنحنى

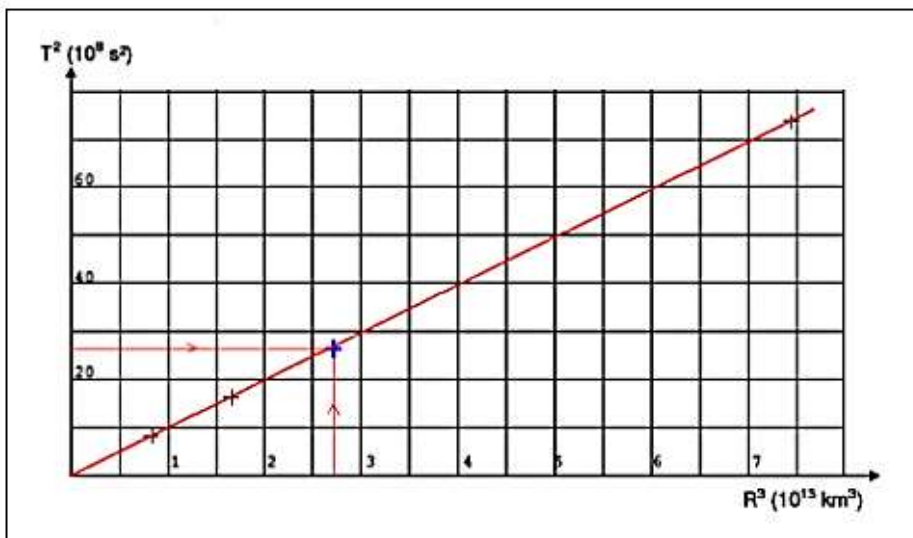
$$K = \frac{70 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^{13}} = 1 \cdot 10^{-12} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

نظريا : حسب نتيجة السؤال - 4 لدينا

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} \cdot R^3$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} \quad (1)$$

$$K = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} \quad \text{تعبير } K \text{ هو :}$$



$$K = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,92 \cdot 10^{24}} = 9,89 \cdot 10^{-14} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^3 \quad \text{ت.ع.}$$

القيمتان التجريبية والنظرية للثابتة  $K$  تقريبا متساويتان .

نستنتج ان هناك تطابقا بين العلاقة (1) و المنحنى  $T^2 = f(R^3)$

ج- اسم القانون

القانون الثالث لكبلير :  $\frac{T^2}{R^3} = K$