

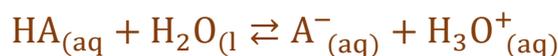
تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة العادية 2018

شعبة العلوم الرياضية

الكيمياء

1-دراسة محلول مائي لحمض HA

1-1-كتابة معادلة تفاعل الحمض HA مع الماء:

2-1-حساب نسبة التقدم النهائي τ للتفاعل:

$$\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}} \quad \text{لدينا:}$$

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$x = 0$	$C.V$	وفير	0	0
خلال التحول	x	$C.V - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	$x_{\text{éq}}$	$C.V - x_{\text{éq}}$	وفير	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

حسب الجدول الوصفي لدينا:

$$n_f(H_3O^+) = x_{\text{éq}} \Rightarrow [H_3O^+]_f = \frac{x_{\text{éq}}}{V} \Rightarrow x_{\text{éq}} = [H_3O^+]_f \cdot V = 10^{-\text{pH}} \cdot V$$

المتفاعل المحد هو الحمض (لأن الماء مستعمل بوفرة):

$$C.V - x_{\text{max}} = 0 \Rightarrow x_{\text{max}} = C.V$$

$$\tau = \frac{[H_3O^+]_f \cdot V}{C.V} \Rightarrow \tau = \frac{10^{-\text{pH}}}{C}$$

$$\tau = \frac{10^{-3,44}}{10^{-2}} = 3,63 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \tau \approx 3,6\% \quad \text{ت.ع:}$$

استنتاج النوع المهيمن:

لدينا:

$$[H_3O^+]_f = [A^-]_f = \frac{x_{\text{éq}}}{V}$$

$$C = [AH]_f - [A^-]_f \quad \text{أي:} \quad [AH]_f = \frac{C.V - x_{\text{éq}}}{V} = C - \frac{x_{\text{éq}}}{V} = C - [A^-]_f \quad \text{و}$$

$$\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{[H_3O^+]_f}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{1}{\frac{C}{[H_3O^+]_f} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{[H_3O^+]_f}{C}} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\tau} - 1} = \frac{\tau}{1 - \tau}$$

$$\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{3,63 \cdot 10^{-2}}{1 - 3,63 \cdot 10^{-2}} = 0,038 \Rightarrow \frac{[A^-]_f}{[AH]_f} < 1 \quad \text{ت.ع:}$$

وبالتالي النوع المهيمن هو الحمض HA.

3-1-تعبير pK_A بدلالة C و pH:

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}^2}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{10^{-2\text{pH}}}{C - 10^{-\text{pH}}} \quad \text{لدينا:}$$

$$\begin{cases} Q_{r,\acute{e}q} = K_A \\ pK_A = -\log K_A \end{cases} \Rightarrow pK_A = -\log Q_{r,\acute{e}q} = -\log \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$pK_A = -\log 10^{-2pH} + \log(C - 10^{-pH})$$

$$pK_A = 2pH + \log(C - 10^{-pH})$$

ت.ع:

$$pK_A = 2 \times 3,44 + \log(10^{-2} - 10^{-3,44}) \Rightarrow pK_A \approx 4,86$$

1-4-1- معادلة التفاعل بين HA و HO^- :



1-4-2- قيمة الحجم V_B عندما يكون $pH = 5,50$

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$x = 0$	$C.V$	وفير	0	0
خلال التحول	x	$C.V - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	$x_{\acute{e}q}$	$C.V - x_{\acute{e}q}$	وفير	$x_{\acute{e}q}$	$x_{\acute{e}q}$

لدينا حسب الجدول الوصفي:

$$[AH]_f = \frac{C.V_A - x_f}{V_A + V_B} \quad \text{و} \quad [A^-]_f = \frac{x_f}{V_A + V_B}$$

$$pH = pK_A + \log \frac{\frac{x_f}{V_A + V_B}}{\frac{C.V_A - x_f}{V_A + V_B}} \quad \text{أي} \quad pH = pK_A + \log \frac{[A^-]_f}{[HA]_f} \quad \text{لدينا العلاقة:}$$

$$pH = pK_A + \log \frac{x_f}{C.V_A - x_f}$$

لدينا: $V_B < V_A = 20 \text{ mL}$ قبل التكافؤ يكون المتفاعل المحد هو المعايير (HO^-).

تحديد التقدم الأقصى:

$$x_{\max} = C.V_B \quad \text{أي} \quad C.V_B - x_{\max} = 0$$

$$pH = pK_A + \log \frac{x_{\max}}{C.V_A - x_{\max}} = pK_A + \log \frac{C.V_B}{C.V_A - C.V_B}$$

$$pH = pK_A + \log \frac{V_B}{V_A - V_B} = pK_A - \log \frac{V_A - V_B}{V_B} = pK_A - \log \left(\frac{V_A}{V_B} - 1 \right)$$

$$\log \left(\frac{V_A}{V_B} - 1 \right) = pK_A - pH \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} - 1 = 10^{pK_A - pH} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = 1 + 10^{pK_A - pH}$$

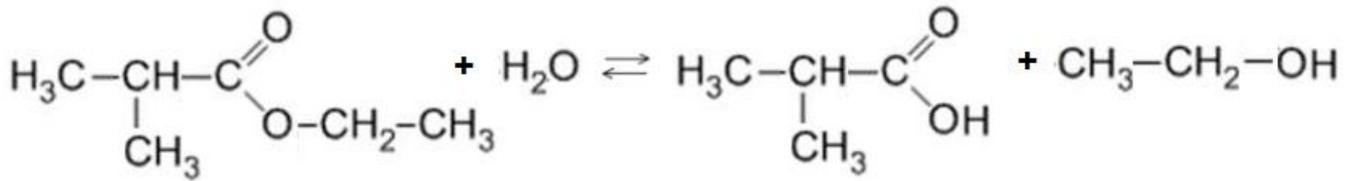
$$V_B = \frac{V_A}{1 + 10^{pK_A - pH}}$$

ت.ع:

$$V_B = \frac{20}{1 + 10^{4,86 - 5,50}} = 16,27 \text{ mL} \Rightarrow V_B \approx 16,3 \text{ mL}$$

2- حلماًة إستر

2-1- معادلة التفاعل، باستعمال الصيغ نصف المنشورة:



2-2- التحديد المبياني لزمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

حسب تعريف زمن نصف التفاعل لدينا عند اللحظة $t = t_{1/2}$ يأخذ تقدم التفاعل نصف قيمته النهائية أي:

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$\text{ester} + \text{eau} \rightleftharpoons \text{acide} + \text{alcool}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$x = 0$	n_0	n_0	0	0
الحالة النهائية	x_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f

كمية مادة الاستر المتبقية في الحالة النهائية هي: $n_f(\text{ester}) = n_0 - x_f$

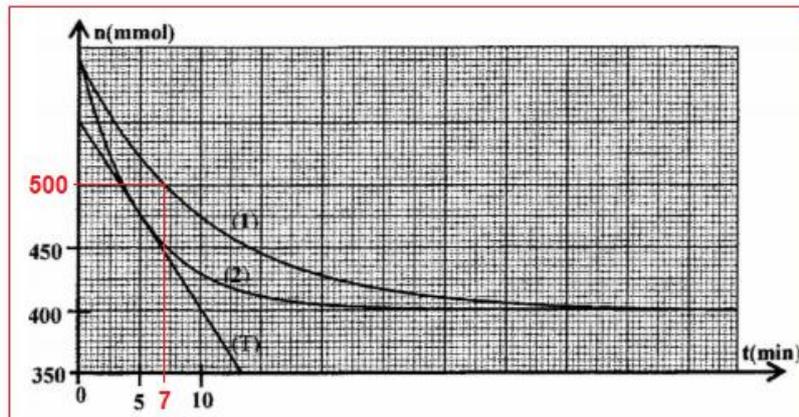
أي: $x_f = n_0 - n_f(\text{ester})$

باستعمال المبيان: $n_0 = 600 \text{ mmol}$ و $n_f(\text{ester}) = 400 \text{ mmol}$

وبالتالي: $x_f = 600 - 400 = 200 \text{ mmol}$ ومنه: $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = 100 \text{ mmol}$

$$n_{t_{1/2}}(\text{ester}) = n_0 - x(t_{1/2}) = 600 - 100 = 500 \text{ mmol}$$

بالإسقاط على المنحنى 1 (أنظر الشكل اسفله) نحدد قيمة زمن نصف التفاعل فنجد: $t_{1/2} = 7 \text{ min}$



2-3- التعرف على المنحنى الموافق لتفاعل الحلماًة المنجز بدون استعمال حفاز:

نعلم أن الحفاز يؤدي إلى تسريع التفاعل، بالنسبة للمنحنى (1) مدة التفاعل تقارب $\Delta t = 40 \text{ min}$

بينما تمثل هذه المدة بالنسبة للمنحنى (2) $\Delta t' = 25 \text{ min}$.

نستنتج المنحنى (1) يوافق التفاعل المنجز بدون استعمال حفاز.

2-4- تحديد السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t_1 = 5 \text{ min}$:

حسب تعريف السرعة الحجمية:

$$v(t) = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{dx}{dt}$$

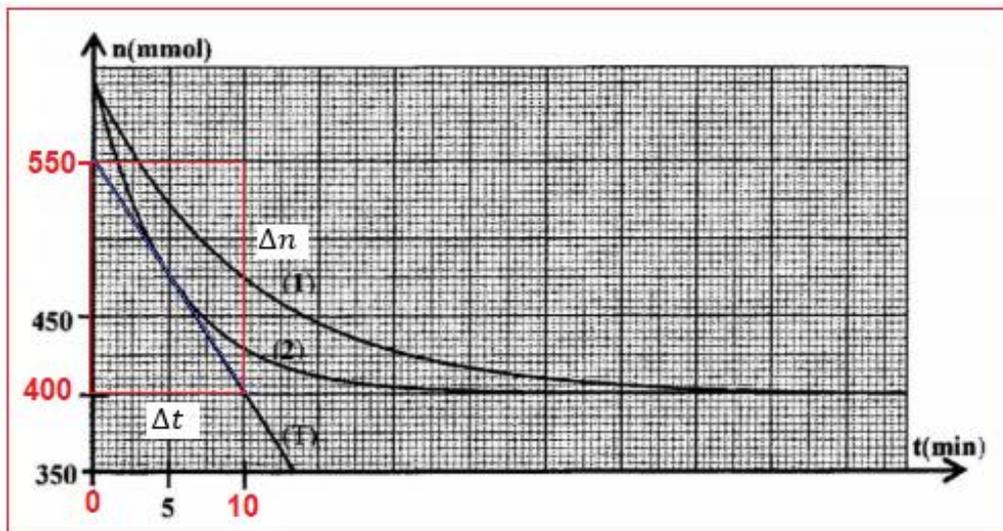
لنعبر عن سرعة التفاعل بدلالة n كمية مادة الأستر المتبقي، حسب الجدول الوصفي: $n = n_0 - x$

$$x = n_0 - n(E) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 0 - \frac{dn}{dt}$$

$$v(t) = -\frac{1}{V_0} \cdot \frac{dn}{dt}$$

$$v(t_1) = -\frac{1}{V_0} \cdot \left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right)_{t_1} \quad \text{عند اللحظة } t_1 \text{ نكتب:}$$

$$v(t_1) = -\frac{1}{71 \cdot 10^{-3} \text{L}} \times \left[\frac{(550 - 400) \times 10^{-3} \text{mol}}{0 - 10 \text{min}} \right] \Rightarrow v(t_1) \approx 0,21 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$



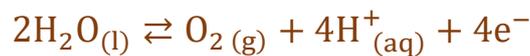
3- التحليل الكهربائي للماء

3-1 عدد الاقتراحات الصحيحة هي 3 (أ-ب-د)

- أ-الالكترود المرتبط بالقطب الموجب للمولد هو الأنود. **صحيح**
- ب-التحول القسري تفاعل يتم في المنحى المعاكس للتحويل التلقائي. **صحيح**
- ج-خلال اشتغال المحلل الكهربائي، يحدث اختزال عند الأنود. **خطأ**
- د-يخرج التيار الكهربائي من المحلل الكهربائي من الكاتود. **صحيح**

3-2 كتابة معادلة التفاعل الذي يحدث عند الأنود:

بجوار هذا الإلكترود تحدث أكسدة لجزيئة الماء فيتكون غاز O_2 ، حسب المعادلة:



3-3 تعبير حجم غاز O_2 بدلالة I و V_m و N_A و e و t :

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$2H_2O(l) \rightleftharpoons O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$				كمية مادة الالكترونات المنتقلة
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)				
البديئة	0	بوفرة	0	بوفرة	----	$n(e^-) = 0$
عند اللحظة t	x	بوفرة	x	بوفرة	----	$n(e^-) = 4x$

$$n(O_2) = x \text{ و } n(e^-) = 4x$$

حسب الجدول الوصفي لدينا:

$$\begin{cases} Q = n(e^-) \cdot F \\ Q = I \cdot t \end{cases} \Rightarrow n(e^-) \cdot F = I \cdot t \Rightarrow 4x \cdot F = I \cdot t \Rightarrow x = \frac{I \cdot t}{4F} \quad \text{نعلم ان:}$$

$$V(O_2) = V_m \cdot x = \frac{I \cdot t \cdot V_m}{4F} \quad \text{كما ان: } n(O_2) = \frac{V(O_2)}{V_m} = x \quad \text{أي:}$$

يمثل الفارادي القيمة المطلقة لشحنة مول واحد من الإلكترونات نكتب: $F = |N_A \cdot (-e)| = N_A \cdot e$ نستنتج العلاقة:

$$V(O_2) = \frac{I \cdot t \cdot V_m}{4N_A \cdot e}$$

$$V(O_2) = \frac{0,2 \times 8 \times 60 \times 24}{4 \times 6,02 \cdot 10^{-23} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 5,98 \cdot 10^{-3} \text{ L} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ L} \quad \text{ت.ع:}$$

$$V(O_2) \approx 6 \text{ mL}$$

الفيزياء

التمرين 1: التحولات النووية

1-النشاط الإشعاعي α للراديوم

1-1-تعريف طاقة الربط لنواة:

هي الطاقة التي يجب إعطاؤها لنواة في حالة سكون لفصل نوياتها وتبقى في سكون.

1-2-اختيار الاقتراح الصحيح:

الاقتراح الصحيح هو ج.

أ-الراديوم والرادون نظيران.

ب-تحتوي نواة الراديوم على 88 نوترون و 138 بروتون.

ج-بعد مرور المدة $3t_{1/2}$ يتبقى 12,5% من نوى الراديوم البدئية. **صحيح**

$$N(3t_{1/2}) = 12,5\% N_0 \quad \text{إذن: } \frac{N(3t_{1/2})}{N_0} = e^{-\frac{3t_{1/2}}{t_{1/2}} \cdot \ln 2} = e^{\ln 2^{-3}} = \frac{1}{2^3} = 0,125 = 12,5\%$$

د-العلاقة بين عمر النصف $t_{1/2}$ و ثابتة النشاط الإشعاعي هي: $t_{1/2} = \lambda \cdot \ln 2$. خطأ

1-3-إثبات $1\text{Ci} \approx 3,73 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$

لنحدد نشاط عينة من الراديوم 226 كتلتها غرام واحد:

$$\begin{cases} a = \lambda \cdot N \\ N = \frac{m}{M} \cdot N_A \end{cases} \Rightarrow a = \frac{\lambda \cdot m \cdot N_A}{M}$$

$$a = \frac{1,4 \cdot 10^{-11} \times 1 \times 6,02 \cdot 10^{23}}{226} \Rightarrow a = 3,73 \cdot 10^{10} \text{ Bq} \quad \text{ت.ع:}$$

1-4-تحديد نشاط عينة من الراديوم كتلتها 1g عند يونيو 2018:

$$a = a_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

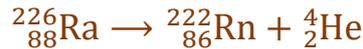
ت.ع:

$$a = 3,73 \cdot 10^{10} \times e^{-1,4 \cdot 10^{-11} \times (218 - 1898) \times 365,25 \times 24 \times 3600} = 3,537 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

$$a \approx 3,54 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

1-5- حساب الطاقة الناتجة عن تفتت نواة واحدة من الراديوم:

معادلة التفتت تكتب:



تعبير الطاقة الناتجة: $|\Delta E| = |E_1({}^{226}_{88}\text{Ra}) - E_1({}^{222}_{86}\text{Rn}) - E_1({}^4_2\text{He})|$

$$|\Delta E| = |1,7311 \cdot 10^3 - 1,7074 \cdot 10^3 - 28,4| = |-4,7\text{MeV}| \quad \text{ت.ع.}$$

$$|\Delta E| = 4,7 \text{ MeV}$$

2- حركة الدقيقة α في مجال مغناطيسي منتظم

2-1- طبيعة حركة الدقيقة α :

المجموعة المدروسة: {الدقيقة α }

جرد القوى: تخضع الدقيقة بعد إهمال وزنها إلى قوة لورنتز: $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ حيث:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \text{تطبيق القانون الثاني لنيوتن:}$$

$$q = +2e \quad \text{مع: } m \cdot \vec{a} = q\vec{V} \wedge \vec{B} \quad \text{أي:}$$

$$\vec{a} = \frac{2e}{m} \cdot \vec{V} \wedge \vec{B}$$

$$a = \frac{2e}{m} \cdot V \cdot B \cdot \sin(90^\circ) = \frac{2e}{m} \cdot V \cdot B \quad (1) \quad \text{منظم التسارع يكتب:}$$

$$\begin{cases} a_T = \frac{dV}{dt} \\ a_N = \frac{V^2}{\rho} \end{cases} \quad \text{إحداثيات متجهة التسارع } \vec{a} \text{ في أساس فريني هما:}$$

لدينا: $\vec{a} \perp \vec{V}$ في أساس فريني $M(\vec{u}, \vec{n})$ متجهة السرعة تكتب: $\vec{V} = V \cdot \vec{u}$ ومنه فإن $\vec{a} \perp \vec{u}$

أي أن: $a_T = \frac{dV}{dt} = 0$ إذن: $V = V_0 = \text{cte}$ السرعة ثابتة ← الحركة منتظمة

تسارع الدقيقة منظمي أي: $a = a_N = \frac{V^2}{\rho}$ باستعمال العلاقة (1)

$$\frac{V_0^2}{\rho} = \frac{2e}{m} \cdot V_0 \cdot B \Rightarrow \rho = \frac{V_0 \cdot m}{2e \cdot B} = \text{cte}$$

$\rho = \text{cte}$ الشعاع ثابت ← المسار دائري

نستنتج ان حركة الدقيقة دائرية منتظمة.

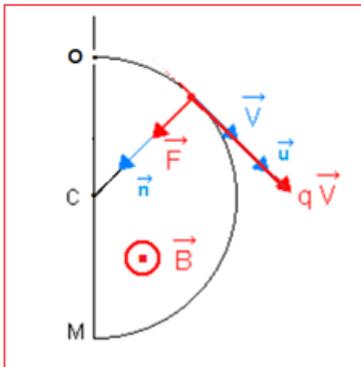
2-2- تعبير المسافة OM:

$$OM = 2R = \frac{2V_0 \cdot m(\alpha)}{2e \cdot B} = \frac{V_0 \cdot m(\alpha)}{e \cdot B} \quad \text{لدينا:}$$

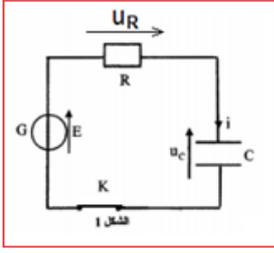
ت.ع.

$$OM = \frac{1,5 \cdot 10^7 \times 6,6447 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 1,5} = 0,415 \text{ m}$$

$$OM = 41,5 \text{ cm}$$



التمرين 2: الكهرباء



I- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر

1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

حسب قانون إضافية التوترات: $E = u_R + u_C$

حسب قانون اوم: $u_R = R \cdot i$ مع: $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

$$RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

2- تحديد E:

يمثل منحنى الشكل 2 تغيرات $\frac{du_C}{dt}$ بدلالة u_C .

المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C + \frac{E}{R \cdot C} \quad (2)$$

المنحنى عبارة عن دالة تآلفية معادلتها تكتب: $\frac{du_C}{dt} = a u_C + b$

المعامل الموجه للمنحنى: $a = -\frac{1}{R \cdot C}$

$$a = \frac{\Delta \frac{du_C}{dt}}{\Delta u_C} = \frac{6 \times 5.10^4 - 0}{0 - 6} = -5.10^4 s^{-1}$$

$$a = -\frac{1}{R \cdot C} \Rightarrow R \cdot C = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{(-5.10^4)} = 2.10^{-5} s$$

$b = \frac{E}{R \cdot C}$ الأرتوب عند الأصل:

عند $u_C = 0$ لدينا مبيانيا: $\frac{du_C}{dt}(0) = 6 \times 5.10^4 = 3.10^3 V \cdot s^{-1}$

المعادلة (2) تكتب: $E = R \cdot C \cdot b$ أي: $\frac{du_C}{dt}(0) = b = \frac{E}{R \cdot C}$

$$E = 2.10^{-5} s \times 3.10^3 V \cdot s^{-1} = 6 V$$

التحقق من قيمة C:

لدينا: $R \cdot C = 2.10^{-5} s$ أي: $C = \frac{2.10^{-5}}{2.10^3} = 10.10^{-9} F$

$$C = 10 nF$$

3- تحديد قيمة ρ المردود الطاقى لعملية الشحن:

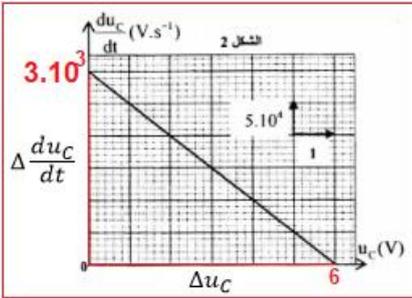
لدينا: $\rho = \frac{E_e}{E_g}$

مع: $E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2$ في النظام الدائم: $u_C = E$ ومنه: $E_e = \frac{1}{2} C \cdot E^2$

$$E_g = C \cdot E^2 \text{ و}$$

$$\rho = \frac{\frac{1}{2} C \cdot E^2}{C \cdot E^2} = 0,5$$

$$\rho = 50 \%$$



II- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر:

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها $i(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات: $E = u_b + u_{R_1}$

حسب قانون اوم: $u_{R_1} = R_1 \cdot i$ و $u_b = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$

$$E = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R_1 \cdot i \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + (R_1 + r) \cdot i = E$$

$$\frac{L}{R_1 + r} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_1 + r}$$

1-2- تحديد قيمة R_1 :

في النظام الدائم المعادلة التفاضلية تكتب: $I_0 = i = \frac{E}{R_1 + r}$ ومنه: $R_1 + r = \frac{E}{I_0}$

$$R_1 = \frac{E}{I_0} - r$$

وبالتالي: مبيانيا نجد:

$$I_0 = 50 \text{ mA}$$

$$R_1 = \frac{6}{50 \cdot 10^{-3}} - 20 = 100 \Omega$$

التحقق من قيمة L:

حسب تعبير ثابتة الزمن لثنائي القطب RL:

$$\tau = \frac{L}{R_1 + r} \Rightarrow L = \tau(R_1 + r)$$

مبيانيا نجد: $\tau = 2,5 \text{ ms}$

$$L = 2,5 \cdot 10^{-3} \times (100 + 20) = 0,3 \text{ H}$$

1-3- حساب التوتر بين مربطي الوشيعة في النظام الدائم:

$u_b = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$ في النظام الدائم يكون: $i = I_0 = \text{cte}$ ومنه: $\frac{di}{dt} = 0$ وبالتالي: $u_b = r \cdot I_0$

$$u_b = 20 \times 50 \cdot 10^{-3} = 1 \text{ V}$$

ت.ع:

1-2- قيمة شدة التيار مباشرة بعد فتح قاطع التيار K:

بما ان شدة التيار دالة متصلة، فإن لشدة التيار $i(t)$ نفس القيمة بعد فتح قاطع التيار مباشرة أي:

$$i(0) = I_0 = 50 \text{ mA}$$

2-2- قيمة $\frac{di(t)}{dt}$ عند اللحظة $t = 0$:

نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار:

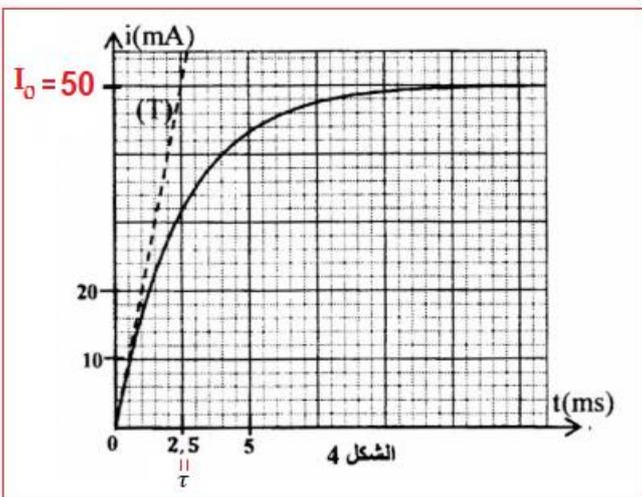
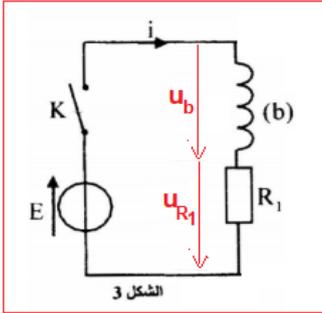
حسب قانون إضافية التوترات: $u_b + u_{R_1} + u_{R_2} + u_D = 0$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R_1 \cdot i + R_2 \cdot i + 0 = 0$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + (r + R_1 + R_2) \cdot i = 0 \Rightarrow \frac{L}{R_1 + R_2 + r} \cdot \frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R_1 + R_2 + r}{L} \cdot i(t)$$

عند $t = 0$ لدينا: $i(0) = I_0 = 50 \text{ mA}$ ومنه:



$$\frac{di(0)}{dt} = -\frac{R_1 + R_2 + r}{L} \cdot i(0) = -\frac{100 + 2 \cdot 10^3 + 20}{0,3} \times 50 \cdot 10^{-3} = -353,3 \text{ A} \cdot \text{s}^{-1}$$

قيمة التوتر بين مربطي الوشيجة عند فتح الدارة (أي عند $t = 0$):

$$u_b + u_{R_1} + u_{R_2} + u_D = 0 \Rightarrow u_b = -(u_{R_1} + u_{R_2} + u_D)$$

$$u_b(t) = -(R_1 + R_2) \cdot i(t)$$

$$u_b(0) = -(R_1 + R_2) \cdot i(0)$$

عند $t = 0$:

$$u_b(0) = -(100 + 2 \cdot 10^3) \times 50 \cdot 10^{-3} = -105 \text{ V}$$

III- المتذبذب RLC في النظام القسري

1- قيمة التردد عند الرنين:

عند الرنين تكون الممانعة دنوية.

مبيانيا نجد: $N = N_0 = 0,5 \text{ kHz}$ أي: $N_0 = 500 \text{ Hz}$

2- حساب C_1 سعة المكثف:

$$\text{عند الرنين نكتب: } L\omega = \frac{1}{C_1 \cdot \omega} \text{ أي: ومنه: } C_1 = \frac{1}{L \cdot \omega^2} = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 \cdot L}$$

$$C_1 = \frac{1}{4 \times 10 \times 500^2 \times 0,3} = 3,33 \cdot 10^{-7} \text{ F} \quad \text{ت.ع.}$$

$$C_1 \approx 0,33 \mu\text{F}$$

3- استنتاج عرض المنطقة الممررة ΔN :

لدينا: (1) $U = Z \cdot I$

عند الرنين يكون: $U = (R_3 + r) \cdot I_0$ مع: $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ أي: $I_0 = I\sqrt{2}$

$$U = (R_3 + r) \cdot I\sqrt{2} \quad (2)$$

بمقارنة العلاقتين (1) و (2) نكتب:

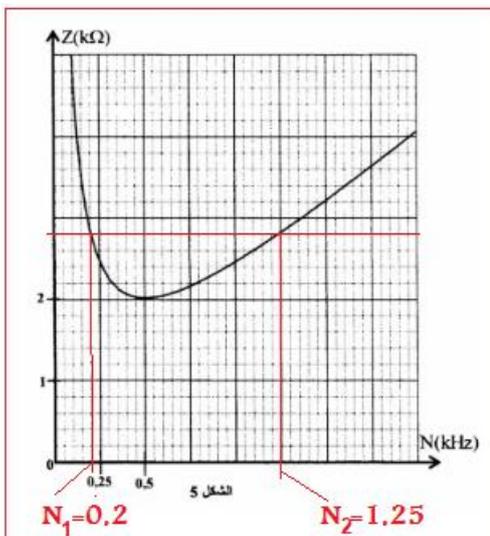
$$Z = (R_3 + r)\sqrt{2} \quad \text{ت.ع.}$$

$$Z \approx 2,8 \text{ k}\Omega$$

باستعمال مبيان الشكل 5 (أنظر الشكل جانبه) نجد عند $Z = 2,8 \text{ k}\Omega$ قيمتين للتردد هما:

$$N_2 = 1,25 \text{ Hz} \text{ و } N_1 = 0,2 \text{ kHz}$$

$$\Delta N = N_2 - N_1 = 1,25 - 0,2 = 1,05 \text{ kHz} \quad \text{وبالتالي:}$$



التمرين 3: الميكانيك

الجزء I: دراسة حركة جسم صلب في الهواء وفي سائل

1- دراسة حركة مركز القصور G في الهواء

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة V_z لمركز القصور G:

المجموعة المدروسة: {الجسم الصلب (S)}

السباح في سقوط حر فهو يخضع لقوة واحدة، وزنه

جرد القوى: \vec{P} وزن السباح

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ أي: $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G$

$$\vec{a}_G = \vec{g}$$

$$a_z = g \Rightarrow \frac{dV_z}{dt} = g \quad \text{الإسقاط على المحور Oz:}$$

1-2- تحديد t_e مدة السقوط:

حركة G مستقيمة متغيرة بانتظام:

معادلة السرعة: $V_z = g \cdot t + V_0$ مع: $V_0 = 0$ (السباح سقط بدون سرعة بدئية)

المعادلة الزمنية: $z = \frac{1}{2}g \cdot t^2 + z_0$ مع: $z_0 = 0$ (أنسوب G منطبق مع أصل المعلم عند $t_0 = 0$)

نحصل على: $z = \frac{1}{2}g \cdot t^2$ عندما يصل G إلى سطح الماء نكتب: $h = \frac{1}{2}g \cdot t_e^2$ ومنه: $t_e^2 = \frac{2h}{g}$

$$t_e = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

ت.ع:

$$t_e = \sqrt{\frac{2 \times 10}{10}} = 1,4 \text{ s}$$

استنتاج سرعة وصول G إلى سطح الماء:

لدينا تعبير السرعة هو: $V_z = g \cdot t$ عند سطح الماء يصبح تعبير السرعة: $V_e = g \cdot t_e$

$$V_e = 10 \times 1,4 = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2- دراسة الحركة الرأسية لمركز القصور G في الماء

2-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة V_z ل G:

يخضع السباح بالإضافة للقوى التالية:

\vec{P} : وزنه

\vec{f} : قوة الاحتكاك المائع

\vec{F} : دافعة أرخميدس

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$

$$m \cdot \vec{g} - \lambda \cdot \vec{V} - \frac{m}{d} \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور Oz:

$$m \cdot g - \lambda \cdot v - \frac{m}{d} \cdot g = m \cdot a_z$$

$$m \frac{dV_z}{dt} + \lambda \cdot V_z = m \cdot g \left(1 - \frac{1}{d}\right) \Rightarrow \frac{dV_z}{dt} + \frac{\lambda}{m} \cdot V_z = g \left(1 - \frac{1}{d}\right)$$

نضع: $\frac{\lambda}{m} = \frac{1}{\tau}$ أي: $\frac{\lambda}{m} = \tau$

$$\frac{dV_z}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot V_z = g \left(1 - \frac{1}{d}\right) \quad (3)$$

2-2- استنتاج تعبير السرعة الحدية V_{1z} بدلالة τ و g و d :

عند ما تصل سرعة G إلى القيمة الحدية نكتب: $V_z = V_{1z} = cte$ و بالتالي: $\frac{dV_z}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية تكتب: $\frac{1}{\tau} \cdot V_{1z} = g \left(1 - \frac{1}{d}\right)$

$$V_{1z} = g \cdot \tau \left(1 - \frac{1}{d}\right) \Rightarrow V_{1z} = \frac{m \cdot g}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{d}\right)$$

ت.ع:

$$V_{1z} = \frac{80 \times 10}{250} \left(1 - \frac{1}{0,9}\right) = -0,35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2-3- تعبير A بدلالة V_{1z} و تعبير B بدلالة V_{1z} و V_e :

حل المعادلة التفاضلية يكتب:

$$V_z(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{dV_z}{dt} = -\frac{1}{\tau} \cdot Be^{-\frac{t}{\tau}}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية (3):

$$-\frac{1}{\tau} \cdot Be^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \cdot (A + Be^{-\frac{t}{\tau}}) = g \left(1 - \frac{1}{d}\right) \Rightarrow \frac{1}{\tau} \cdot Be^{-\frac{t}{\tau}}(-1 + 1) + \frac{A}{\tau} - g \left(1 - \frac{1}{d}\right) = 0$$

$$\frac{A}{\tau} - g \left(1 - \frac{1}{d}\right) = 0 \Rightarrow A = V_{1z} = \tau \cdot g \left(1 - \frac{1}{d}\right) \Rightarrow A = V_{1z}$$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا: $V_z(0) = V_e$ نعوض في حل المعادلة التفاضلية:

$$V_z(0) = A + Be^0 \Rightarrow V_e = V_{1z} + B \Rightarrow B = V_e - V_{1z}$$

2-4- اللحظة t_r التي يتغير عندها منحنى حركة السباح:

عند $t = t_r$ تنعدم سرعة السباح نكتب:

$$V_z(t_r) = 0 \Rightarrow A + Be^{-\frac{t_r}{\tau}} = 0$$

$$e^{-\frac{t_r}{\tau}} = -\frac{A}{B} \Rightarrow -\frac{t_r}{\tau} = \ln\left(-\frac{A}{B}\right) \Rightarrow t_r = \tau \cdot \ln\left(-\frac{B}{A}\right) \Rightarrow t_r = \tau \cdot \ln\left(\frac{V_{1z} - V_e}{V_{1z}}\right)$$

$$t_r = \frac{m}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{V_{1z} - V_e}{V_{1z}}\right)$$

$$t_r = \frac{80}{250} \times \ln\left(\frac{-0,35-14}{-0,35}\right) \approx 1,18 \text{ s}$$

ت.ع:

الجزء II: دراسة حركة نواس مرن

1-التعبير عن طول النابض عند التوازن بدلالة l_0 و m و K و α و g :

المجموعة المدروسة: { الجسم الصلب (S) }

جهد القوى: \vec{P} : وزن الجسم

\vec{T} : توتر النابض \vec{R} : تأثير الساق

تطبيق القانون الأول لنيوتن (الجسم (S) في توازن): $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

الاسقاط على المحور Ox :

$$P_x + R_x + T_x = 0$$

$$P \cdot \cos\alpha + 0 - K \cdot \Delta l = 0$$

$$K(l_e - l_0) = m \cdot g \cdot \cos\alpha \Rightarrow l_e = \frac{m \cdot g \cdot \cos\alpha}{K} + l_0$$

2-1- المعادلة التفاضلية:

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}_G$$

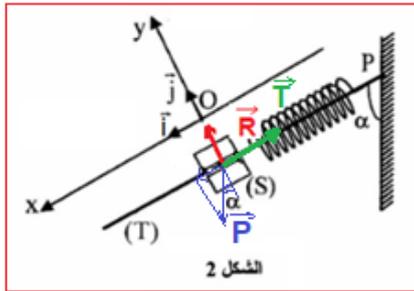
الاسقاط على المحور Ox:

$$P_x + R_x + T_x = m \cdot a_x$$

$$P \cdot \cos \alpha + 0 - K(\Delta l + x) = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\underbrace{+m \cdot g \cdot \cos \alpha - K\Delta l}_{=0} - Kx = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + Kx = 0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{m}{K} \cdot x = 0$$



2-2- التعبير العددي ل x(t):

حل المعادلة التفاضلية يكتب: $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

-تحديد الوسع X_m :

حسب الشكل 3 (أنظر الشكل جانبه) وسع الحركة X_m هو: $X_m = 1,5 \text{ cm}$

معادلة المنحنى a_x بدلالة x هي:

$$\beta = \frac{\Delta a_x}{\Delta x} = \frac{3 \times 1,25 - 0}{-3 \times 0,5 \times 10^{-2} - 0} = -2,5 \cdot 10^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

المعادلة التفاضلية تكتب: $a_x = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot x$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = 2,5 \cdot 10^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2} \quad \text{أي:}$$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{2,5 \cdot 10^2} = 15,81 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

-تحديد الدور الخاص T_0 : $T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{250}} = 0,397 \approx 0,4 \text{ s}$

-تحديد الطور عند $t = 0$:

عند $t = 0$ لدينا $x(0) = X_m$ ومنه: $X_m \cos \varphi = X_m$ وبالتالي: $\cos \varphi = 1$ أي: $\varphi = 0$

-استنتاج التعبير العددي ل $x(t)$ هو:

$$x(t) = 1,5 \cdot 10^{-2} \cos\left(\frac{2\pi}{0,4} t\right) \Rightarrow x(t) = 1,5 \cdot 10^{-2} \cos(5\pi t)$$

3-1- تعبير طاقة الوضع للمتذبذب بدلالة x و K :

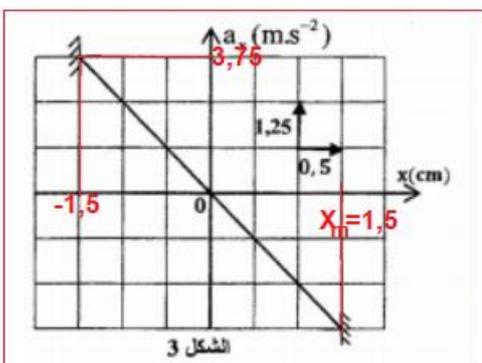
تساوي طاقة الوضع مجموع طاقة الوضع الثقالية وطاقة الوضع المرنة: $E_p = E_{pp} + E_{pe}$

بما ان $E_{pp}(0) = 0$ فإن $cte = 0$ إذن: $E_{pp} = mgz + cte$

مع $z = -x \cdot \cos \alpha$ أي: $E_{pp} = -m \cdot g \cdot x \cdot \cos \alpha$

بما أن: $E_{pe}(x=0) = 0$ أي: $cte = -\frac{1}{2} K \cdot \Delta l^2$

إذن: $E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot (x + \Delta l)^2 - \frac{1}{2} K \cdot \Delta l^2$ نحصل على: $E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot x^2 + Kx \cdot \Delta l$



نستنتج:

$$E_p = -m \cdot g \cdot x \cdot \cos\alpha + \frac{1}{2} K \cdot x^2 + Kx \cdot \Delta l$$

عند التوازن لدينا: $K\Delta l = m \cdot g \cdot \cos\alpha$ نعوض في تعبير E_p :

$$E_p = -Kx \cdot \Delta l + \frac{1}{2} K \cdot x^2 + Kx \cdot \Delta l \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} K \cdot x^2$$

3-2- صلابة النابض K:

بما ان الاحتكاكات مهملة، فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ نكتب: $E_m = E_p + E_c$

$$E_m = E_{c \max} = E_{p \max}$$

$$E_{p \max} = \frac{1}{2} K \cdot x_m^2 \Rightarrow K = \frac{2E_{p \max}}{x_m^2}$$

مبيانيا نجد: $E_{c \max} = 9 \text{ mJ}$ و $x_m = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$$K = \frac{2 \times 9 \cdot 10^{-3}}{(1,5 \cdot 10^{-2})^2} = 80 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

-استنتاج الكتلة m:

تعلم ان: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$ أي: $T_0^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{K}$

$$m = \frac{T_0^2 \cdot K}{4\pi^2}$$

وبالتالي:

$$m = \frac{0,4^2 \times 80}{4 \times 10} = 0,32 \text{ kg}$$

ت.ع:

$$m = 320 \text{ g}$$

