تصحيح الإمتحان الوطني لمادة الفيزياء والكيمياء
شعبة العلوم الرياضية- الدورة العادية 2015

الكيمياء

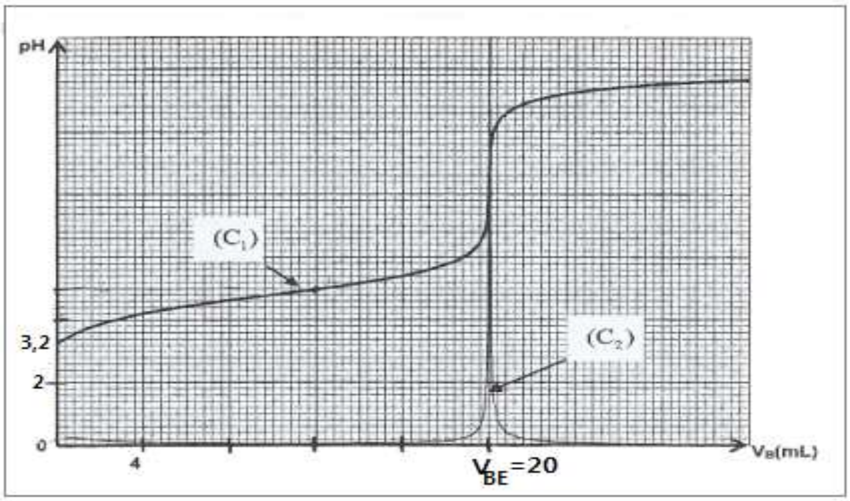
الجزء الأول : معايرة حمض وتصنيع إستر

1-معايرة حمض الإيثانويك

1.1-المعادلة المنمذجة للتحول الحاصل أثناء المعايرة :

$$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)} \rightarrow CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

1-2-1-حجم محلول هيدروكسيد الصوديوم المضاف عند التكافؤ



مبيانيا يمثل أفصول مطراف الدالة المشتقة $\frac{dPH}{dV_B}$

الحجم V_{BE} عند التكافؤ نجد $V_{BE} = 20\ mL$

2-2-1-الكتلة m اللازمة لتحضير المحلول (S_A) :

علاقة التكافؤ :

$$C_A.V_A = C_B.V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}$$

لدينا : $C_A = \frac{n(A)}{V} = \frac{m}{V.M(A)}$

$$\frac{m}{V.M(A)} = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A} \Rightarrow m = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}.V.M(A)$$

ت.ع: $m = \frac{2.10^{-2}\times 20}{20} \times 1 \times 60$ أي: $m = 1{,}2\ g$

3-1-إثبات أن تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء محدود

معادلة التفاعل :

$$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$$

لدينا : $C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A} = \frac{2.10^{-2}\times 20}{20} = 2.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

حسب المبيان $pH = f(V_B)$ عند الحجم $V_B = 0$ يكون $pH = 3{,}2$

حساب نسبة التقدم النهائي τ :

$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$ ومنه : $\tau = \frac{[H_3O^+].V}{C_A.V} = \frac{[H_3O^+]}{C_A} = \frac{10^{-pH}}{C_A}$ ت.ع : $\tau = \frac{10^{-3,2}}{2.10^{-2}} = 0{,}03 = 3\%$

نلاحظ أن : $\tau < 100\%$ إذن تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء محدود

4-1-إثبات التعبير $V_B.10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_B)$:

الجدول الوصفي لتفاعل المعايرة :

معادلة التفاعل		$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)} \rightarrow CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C_A.V_A$	$C_B.V_B$	0	وفير
الحالة النهائية	x_f	$C_A.V_A - x_f$	$C_B.V_B - x_f$	x_f	وفير

قبل التكافؤ المتفاعل المحد هو HO^- : $C_B.V_B - x_f = 0$ أي : $C_B.V_B = x_f$

$$n_f(CH_3COOH) = C_A.V_A - x_f = C_A.V_A - C_B.V_B$$
$$n_f(CH_3COO^-) = x_f = C_B.V_B$$
$$[H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH}$$

$$K_A = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} = 10^{-pH}.\frac{\frac{n_f(CH_3COO^-)}{V_A+V_A}}{\frac{n_f(CH_3COO^-)}{V_A+V_B}} = 10^{-pH}.\frac{C_B.V_B}{C_A.V_A - C_B.V_B} = 10^{-pH}.\frac{C_B.V_B}{C_B.V_{BE} - C_B.V_B}$$

$$K_A = 10^{-pH}\frac{C_B.V_B}{C_B(V_{BE} - V_B)} = 10^{-pH}.\frac{V_B}{V_{BE} - V_B} \Rightarrow \boxed{V_B.10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_{B)}}$$

استنتاج pK_A :

مبيانيا عند : $V_B = \frac{V_{BE}}{2} = 4mL$ نجد : $pH = 4,8$

$$\frac{V_{BE}}{2}.10^{-pH} = K_A.\left(V_{BE} - \frac{V_{BE}}{2}\right) \Rightarrow 10^{-pH} = K_A \Rightarrow pK_A = \boxed{pH = 4,8}$$

2-تصنيع الإستر

2.1-معادلة الأسترة :

$$CH_3 - COOH + C_6H_5 - CH_2 - OH \rightleftarrows CH_3COO - CH_2 - C_6H_5 + H_2O$$

2.2-مردود تفاعل الإستر :

$$r_1 = \frac{n_{exp}(E)}{n_{th}(E)}$$

لدينا :

$$\begin{cases} n_{exp}(E) = \dfrac{m(E)}{M(E)} = \dfrac{9,75}{150} = 0,065\, mol \\ n_{th}(E) = n_0(acide) = n_0(alcool) = \dfrac{m(alcool)}{M(alcool)} = \dfrac{6}{60} = 0,1\, mol \end{cases} \Rightarrow \boxed{r_1 = \frac{0,065}{0,1} = 0,65 = 65\%}$$

2.3-مردود تفاعل الأسترة في الحالة الثانية :

$$r_2 = \frac{n_{exp}(E)}{n_{th}(E)} = \frac{x_{f2}}{x_{max}}$$

حسب السؤال 2.2-نكتب : $K = \frac{[ester][eau]}{[acide][alcool]} = \frac{n_{ester}.n_{eau}}{n_{acide}.n_{alcool}} = \frac{(x_{f1})^2}{(n_0 - x_{f1})^2} = \frac{(0,065)^2}{(0,1-0,065)^2} = 3,45$

في الحالة الثانية نكتب :

$$K = \frac{(x_{f2})^2}{(n_{ac} - x_{f2})(n_{al} - x_{f2})} \Rightarrow (K-1)(x_{f2})^2 - K(n_{ac} + n_{al})x_{f2} + K.n_{ac}.n_{al} = 0$$
$$(3,45-1)(x_{f2})^2 - 3,45 \times (0,1+0,2)x_{f2} + 3,45 \times 0,1 \times 0,2 = 0$$

$$2,45(x_{f2})^2 - 1,035x_{f2} + 0,069 = 0$$

$$\begin{cases} x_{f2} = \dfrac{1{,}35 - \sqrt{1{,}35^2 - 4 \times 2{,}45 \times 0{,}069}}{2 \times 2{,}45} = 0{,}083\, mol \\ x'_{f2} = \dfrac{1{,}35 + \sqrt{1{,}35^2 - 4 \times 2{,}45 \times 0{,}069}}{2 \times 2{,}45} = 2{,}340 mol \end{cases} \Rightarrow x_{f2} = 0{,}083\, mol \Rightarrow \boxed{r_2 = \dfrac{0{,}083}{0{,}1} = 0{,}83 = 83\%}$$

2.4-نلاحظ أن : $r_2 > r_1$ نلاحظ أن مردود الاسترة يتحسن في وجود أحد المتفاعلين بوفرة .

الجزء الثاني : دراسة العمود نيكل –كوبالت

1-الجواب الصحيح هو (د)

(التعليل ليس مطلوبا)

لنحدد خارج التفاعل عند الحالة البدئية : $Q_{r,i} = \frac{[Co^{2+}]_i}{[Ni^{2+}]_i} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{0{,}3}{0{,}03} = 10$

نلاحظ أن : $Q_{r,i} = 10 < K = 100$ تتطور المجموعة تلقائيا في المنحى المباشر .

يحدث اختزال عند إلكترود النيكل (القطب الموجب) والقطب السالب للعمود هو إلكترود الكوبالت .

يمر التيار الكهربائي خارج العمود من إلكترود النيكل نحو إلكترود الكوبالت .

وبالتالي الجواب الصحيح هو د

2-تعبير t_e التاريخ توازن المجموعة

$$K = \frac{[Co^{2+}]_{éq}}{[Ni^{2+}]_{éq}} = \frac{\frac{C_2V + x_{éq}}{V}}{\frac{C_1.V - x_{éq}}{V}} = \frac{C_2V + x_{éq}}{C_1.V - x_{éq}} \Rightarrow (C_1.V - x_{éq}).K = C_2.V + x_{éq} \Rightarrow x_{éq} = \frac{K.C_1 - C_2}{1 + K}.V$$

لدينا :

$$Q = n(é).F = I.\Delta t \Rightarrow 2x_{éq}.F = I.t_e \Longrightarrow t_e = 2x_{éq}\frac{F}{I} \Longrightarrow t_e = \frac{2(K.C_1 - C_2)}{1 + K}.\frac{F.V}{I}$$

ت.ع:

$$t_e = \frac{2 \times (100 \times 0{,}03 - 0{,}3) \times 9{,}65.10^4 \times 0{,}1}{(1 + 100) \times 0{,}1} \Rightarrow \boxed{t_e = 5159\, s \approx 5{,}16.10^3\, s}$$

3-تغير Δm لكتلة إلكتود النيكل :

حسب الاختزال الكاثودي :

$$Ni^{2+}{}_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows Ni_{(s)}$$

لدينا :

$$n(Ni) = \frac{\Delta m}{M(Ni)} = x_{eq} \Rightarrow \Delta m = M(Ni).x_{éq} = \frac{K.C_1 - C_2}{1 + K}.V.M(N)i$$

ت.ع :

$$\Delta m = \frac{(100 \times 3.101^{-2} - 0{,}3) \times 0{,}1 \times 58{,}7}{1 + 100} \boxed{\Rightarrow \Delta m = 0{,}157\, g}$$

التحولات النووية

1.1-معادلة تفاعل الإندماج هي المعادلة A:

$${}_{1}^{2}H + {}_{1}^{3}H \rightarrow {}_{2}^{4}H + {}_{0}^{1}n$$

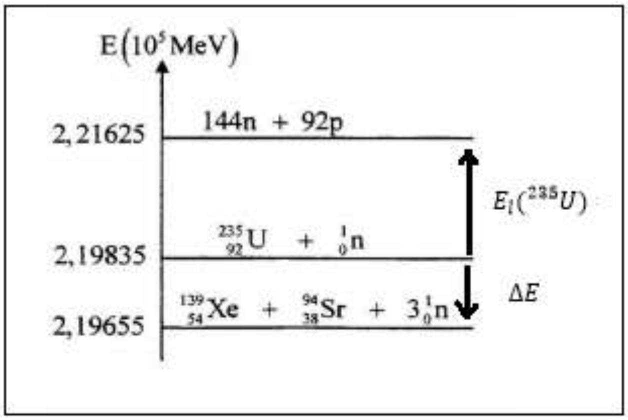
1.2.1-طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة الأورانيوم 235 :

$$E_l({}_{92}^{235}U) = \Delta m.c^2 = \left[92m_p + 143m_n - m({}_{92}^{235}U)\right].C^2$$

$$E_l({}_{92}^{235}U) = (2{,}21625 - 2{,}19835).10^5 = 1970MeV$$

طاقة الربط بالنسبة لنوية :

$$\xi({}_{92}^{235}U) = \frac{E_l({}_{92}^{235}U)}{A} = \frac{1970}{235} = 7{,}62\ MeV/nucléon$$



1.2.2-الطاقة $|\Delta E_0|$ الناتجة عن التحول :

$$\left|\Delta E_0\right| = [m(Sr) + m(Xe) + 3m(n) - m(U) - m(n)].C^2$$

$$|\Delta E| = (2{,}19835 - 2{,}19655).10^5 = 180MeV$$

1.2-الطاقة الناتجة عن هذا التحول $|\Delta E|$:

$$|\Delta E| = |\Delta m|.c^2 = |m({}_{2}^{4}He) + 2m({}_{1}^{0}e) - m({}_{1}^{1}H)|.c^2$$

ت.ع :

$$|\Delta E| = |4{,}00151 + 2 \times 5{,}48579.10^{-4} - 4 \times 1{,}00728| \times 931{,}5MeV.c^{-2}.c^2 \approx 24{,}7\ MeV \Rightarrow$$

$$|\Delta E| = 24{,}7 \times 1{,}6022.10^{-13} \approx 3{,}96.10^{-12}\ J$$

2.2-حساب عدد السنوات اللازمة لاستهلاك الهيدروجين الموجود في الشمس :

ليكن E' الطاقة المحرة من طرف نواة واحدة من الهيدروجين حيث : $E' = \frac{|\Delta E|}{4}$

و E الطاقة المحررة من طرف N نواة الموجودة في الشمس حيث : $E = N.E'$ مع : $N = \frac{m}{m({}_{1}^{1}H)} \Rightarrow E = \frac{m}{m({}_{1}^{1}H)}.\frac{|\Delta E|}{4}$

مع : $m = 0{,}1m_S$ (كتلة الهيدروجين ${}_{1}^{1}H$ تمثل 10% من كتلة الشمس)

تحرر الشمس خلال كل سنة الطاقة E نتيجة هذا التحول ، والمدة الزمنية اللازمة لاستهلاك كل الهيدروجين الموجود في الشمس هي :

$$\begin{cases} 1an \rightarrow E_S \\ \Delta t \rightarrow \dfrac{m}{m({}_{1}^{1}H)}.\dfrac{|\Delta E|}{4} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = \frac{m}{m({}_{1}^{1}H)}.\frac{|\Delta E|}{4.E_S} \Rightarrow \Delta t = \frac{0{,}1m_S}{m({}_{1}^{1}H)}.\frac{|\Delta E|}{4E_S}$$

ت.ع :

$$\Delta t = \frac{0{,}1 \times 2.10^{30} \times 3{,}96.10^{-12}}{1{,}00728 \times 1{,}66054.10^{-27} \times 4 \times 10^{34}} = 1{,}18.10^{20}\ ans$$

الكهرباء :

1-دراسة ثنائي القطب **RL**

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_{R_1} بين مربطي الموصل الأومي :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_b + u_{R_1} = E$

$$u_{R_1} = R_1.i$$

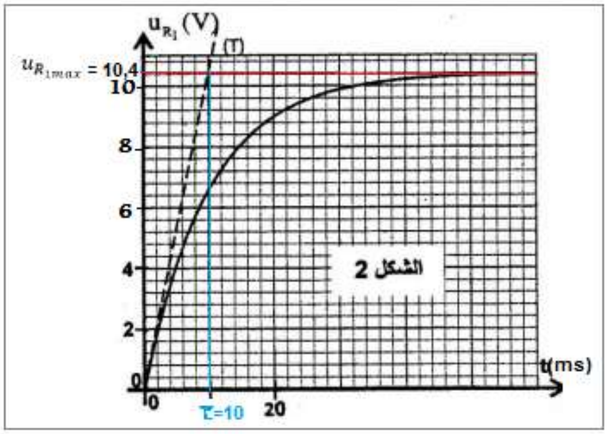
$$u_b = L\frac{di}{dt} + ri = \frac{L}{R_1}.\frac{d(R_1.i)}{dt} + r.\frac{R_1.i}{R_1} = \frac{L}{R_1}.\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{r}{R_1}.u_{R_1}$$

$$\frac{L}{R_1}.\frac{du_{R_1}}{dt}+\frac{r}{R_1}.u_{R_1}+u_{R_1}=E \Rightarrow \frac{L}{R_1}.\frac{du_{R_1}}{dt}+u_{R_1}\left(\frac{r+R_1}{R_1}\right)=E \Rightarrow \frac{L}{R_1+r}.\frac{du_{R_1}}{dt}+u_{R_1}=\frac{E.R_1}{R_1+r}$$

2-1-تحديد r مقاومة الوشيعة :

في النظام الدائم : $\frac{du_{R_1}}{dt}=0$ ومنه : $u_{R_1max}=\frac{E.R_1}{R_1+r}$ وبالتالي : $r=\frac{E.R_1}{u_{R_1max}}-R_1=R_1(\frac{E}{u_{R_1max}}-1)$

مبيانيا نجد : $u_{R_1max}=10{,}4\ V$



$$r=52\times\left(\frac{12}{10{,}4}-1\right)\Rightarrow r=8\ \Omega$$

3-1-التحقق من قيمة L :

لدينا : $\tau=\frac{L}{R_1+r}$ أي : $L=\tau.(R_1+r)$

مبيانيا نجد : $\tau=10\ ms$

$$L=10.10^{-3}(52+8)\Rightarrow L=0{,}6\ H$$

2-دااسة ثنائي القطب RC و RLC

1-2-دراسة ثنلئي القطب RC

1-1-2-تحديد R_0 :

حسب قانون أوم : $u_{R_0}=R_0.I_0$ أي : $R_0=\frac{u_{R_0}}{I_0}$

مبيانيا $u_{R_0}=2V$ وبالتالي : $R_0=\frac{2}{4.10^{-6}}=5.10^5\ \Omega=500\ k\Omega$

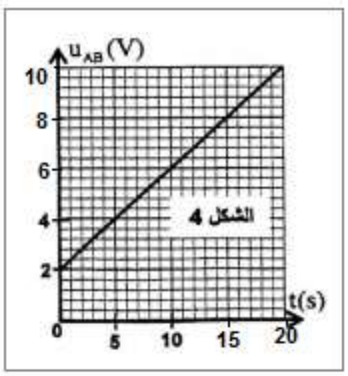
2-1-2-قيمة سعة المكثف C :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB}=u_C+u_{R_0}$$

لدينا : $q=C.u_C=I_0.t$ أي: $u_C=\frac{I_0}{C}.t$

$$u_{AB}=\frac{I_0}{C}.t+u_{R_0}$$



معادلة المنحنى تكتب : $u_{AB}=\frac{\Delta u_{AB}}{\Delta t}.t+u_{AB}(0)=\frac{6-2}{10-0}.t+2=0{,}4t+2$

$$\frac{I_0}{C}=0{,}4\ \Rightarrow C=\frac{I_0}{0{,}4}=\frac{4.10^{-6}}{0{,}4}\Rightarrow C=10^{-5}F=10\ \mu F$$

2-2-دراسة ثنائي القطب RLC

1-2-2-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثف :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_b+u_R+u_C=0$

$u_b=L.\frac{di}{dt}+r.i$; $u_R=R.i$ مع $q=C.u_C$; $i=\frac{dq}{dt}$; $\frac{di}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right)=\frac{d^2q}{dt^2}$

$$L.\frac{d^2q}{dt^2}+(R+r).\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0\ \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2}+\frac{R+r}{L}.\frac{dq}{dt}+\frac{1}{L.C}.q=0$$

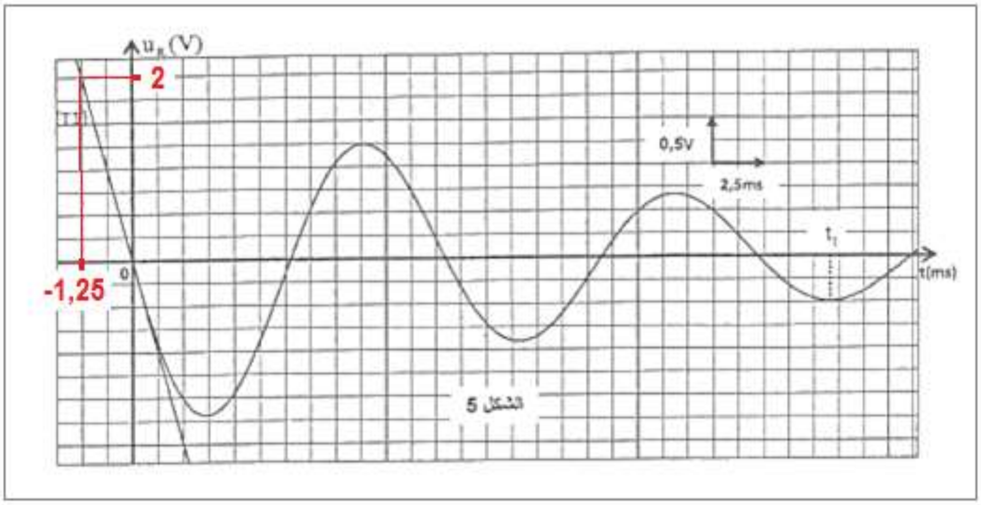
2-2-2-تعبير $\frac{dE_T}{dt}$ بدلالة R و r و i :

الطاقة الكلية E_T في الدراة تساوي مجموع الطاقة الكهربائية E_e المخزونة في المكثف و الطاقة المغنطيسية E_m المخزونة في الوشيعة : $E_T=E_e+E_m$

$$\begin{cases}E_e=\frac{1}{2C}.q^2\\ E_m=\frac{1}{2}L.i^2=\frac{1}{2}L.\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\end{cases}\Rightarrow E_T=\frac{1}{2C}.q^2+\frac{1}{2}L.\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\Rightarrow \frac{dE_T}{dt}=\frac{q}{C}.\frac{dq}{dt}+L.\frac{dq}{qt}.\frac{d^2q}{dt^2}=\frac{dq}{dt}.\left(\frac{q}{C}+L.\frac{d^2q}{dt^2}\right)$$

باعتبار المعادلة التفاضلية : $L.\frac{d^2q}{dt^2}+(R+r).\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0\Rightarrow L.\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}=-(R+r).\frac{dq}{dt}$

$$\frac{dE_T}{dt} = -\frac{dq}{dt}.\left(\frac{q}{C} + L.\frac{d^2q}{dt^2}\right) = -\frac{dq}{dt}.\left((R+r).\frac{dq}{dt}\right) = -(R+r)\left(\frac{dq}{dt}\right)^2 \Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = -(R+r)i^2$$



2-2-3-إثبات تعبير U_0 :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_b + u_R + u_C = 0$$

أي: $\frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt} + \frac{(R+r)}{R}.u_R + u_C = 0$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا : $u_R = 0$

و $u_C = U_0$

و بالتالي : $\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} + U_0 = 0$

نستنتج : $U_0 = -\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$

تحديد قيمة U_0 :

$$U_0 = -\frac{L}{R}.\left(\frac{\Delta u_R}{\Delta t}\right)_{t=0}$$

$$U_0 = -\frac{0,6}{40} \times \frac{2-0}{0-1.25.10^{-3}} = 12\ V$$

2-2-4-الطاقة المبددة بمفعول جول في الدارة بين اللحظتين $t = 0$ و $t = t_1$:

$$|E_J| = |E_T(t_1) - E_T(0)|$$

$$u_C = -(u_b + u_R) = -\left(\frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt} + \frac{r+R}{R}.u_R\right)\ ;\ i = \frac{u_R}{R}$$

$$E_T = \frac{1}{2}C.u_C^2 + \frac{1}{2}L.i^2 \Rightarrow E_T = \frac{1}{2}C.\left(\frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt} + \frac{r+R}{R}.u_R\right)^2 + \frac{1}{2}L.\left(\frac{u_R}{R}\right)^2$$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا (حسب مبيان الشكل 5) $u_R = 0$ ومنه :

$$E_T(0) = \frac{1}{2}C\left(\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}\right)^2 = \frac{1}{2}C.(U_0)^2 \Rightarrow E_T(0) = \frac{1}{2}\times 10^{-5} \times 12^2 = 7,2.10^{-4}\ J$$

عند اللحظة t_1 لدينا : $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t_1} = 0$ و $u_R(0) = -0,5\ V$ ومنه :

$$E_T(t_1) = \frac{1}{2}C\left(\frac{R+r}{R}.u_R(0)\right)^2 + \frac{1}{2}L.\left(\frac{u_R(0)}{R}\right)^2 \Rightarrow E_T(t_1) = \frac{1}{2}\left(\frac{u_R(0)}{R}\right)^2[C.(R+r)^2 + L]$$

$$E_T(t_1) = \frac{1}{2}\times\left(\frac{0,5}{40}\right)^2[10^{-5}(40+8)^2 + 0,6] = 4,87.10^{-5}\ J$$

$$|E_J| = |E_T(t_1) - E_T(0)| = 7,2.10^{-4} - 4,87.10^{-5} \Rightarrow |E_J| = 6,71.10^{-4}\ J$$

3-تضمين الوسع لإشارة جيبية

3-1-إثبات تعبير $u_S(t)$:

لدينا العلاقة : $cosa.cosb = \frac{1}{2}.[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

لدينا : $u_S(t) = k.u_1(t).u_2(t) = k.(s(t) + U_0).u_2(t) = k[S_m.\cos(2\pi f_S.t) + U_0].U_m.\cos(2\pi F_P.t)$

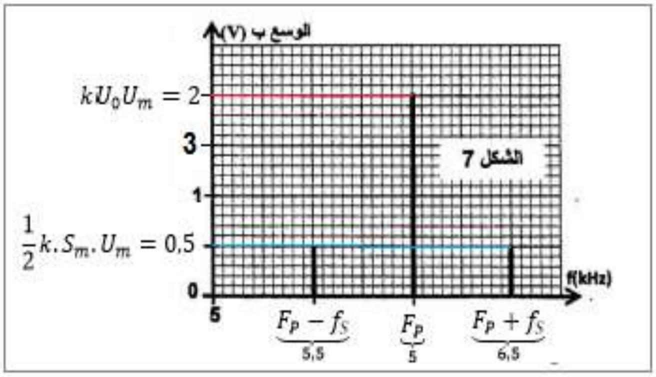
$$u_S(t) = k.S_m.U_m\cos(2\pi f_S.t).\cos(2\pi F_p.t) + k.U_0.U_m\cos(2\pi F_p.t)$$

$$u_S(t) = \frac{1}{2}k.S_m.U_m\cos[2\pi(F_p + f_S).t] + \frac{1}{2}k.S_m.U_m\cos[2\pi(F_p - f_S).t] + k.U_0.U\_m\ \ cos(2\pi F\_p.t)$$

نضع : $A = k.U_0.U_m$ و $m = \frac{S_m}{U_0}$ ومنه : $\frac{1}{2}k.S_m.U_m = \frac{1}{2}k.U_0.U_m.\frac{S_m}{U_0} = \frac{1}{2}A.m$ و $f_1 = f_S + F_P$ و $f_2 = F_P$

و $f_3 = f_S - F_P$

نحصل على : $u_S(t) = \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi f_1.t) + A.\cos(2\pi f_2.t) + \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi f_1.t)$



2-3-قيمة نسبة التضمين m :

انطلاقا من المبيان لدينا :

$$\frac{1}{2}k.S_m.U_m = 0,5 \quad \text{و} \quad kU_0U_m = 2$$

$$\frac{1}{2}k.S_m.U_m = \frac{1}{2}k.m.U_0.U_m$$

$$\frac{\frac{1}{2}k.m.U_0.U_m}{kU_0U_m} = \frac{1}{2}m = \frac{0,5}{2} \Rightarrow m = 0,5$$

قيمة التردد f_S :

$f_1 = f_S + F_P$ أي: $f_S = F_P - f_1$

انطلاقا من المبيان لدينا : $f_1 = 6,5\ kHz$ و $F_P = 5kHz$

أي: $f_S = 6,5 - 5 = 0,5\ kHz \Rightarrow \boxed{f_S = 500\ Hz}$

3-3-تحديد C_0 سعة المكثف لدارة التوافق :

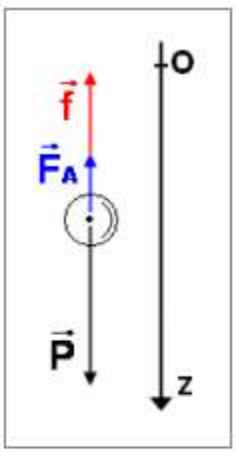
التردد الخاص لدارة التوافق يكتب : $f_0 = F_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C_e}}$ أي: $C_e = \frac{1}{4\pi^2 L.F_P^2} = \frac{1}{4\pi^2 \times 60.10^{-3}(6.10^3)^2} = 1,17.10^{-8}$

المكثفان C و C_0 مركبان على التوالي نكتب : $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}$ ومنه : $\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_e} - \frac{1}{C} = \frac{C - C_e}{C_e.C}$

وبالتالي : $C_0 = \frac{C_e.C}{C - C_e} = \frac{1,17.10^{-8} \times 10.10^{-6}}{10.10^{-6} - 1,17.10^{-8}} = 1,17.10^{-8}\ F \Rightarrow \boxed{C_0 = 11,7\ nF}$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة السقوط الرأسي باحتكاك لكرية



1-إثبات المعادلة التفاضلية :

المجموعة المدروسة : الكرية

جرد القوى : $\vec{P}$: وزن الجسم ؛ $\vec{F}$: دافعة أرخميدس ؛ $\vec{f}$: قوة احتكاك المائع

نعتبر المعلم $(0, \vec{k})$ المرتبط بالأرض غاليليا ، نطبق القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$$

الإسقاط على المحور Oz :

$m.g - \rho_\ell.V_S g - \lambda.v = ma$ ومنه : $\frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{m}.v = g(1 - \frac{\rho_\ell.V_S}{m})$ مع : $m = \rho_S.V_S$

المعادلة التفاضلية : $\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v = g(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S})}$

2-قيمة a_0 التسارع عند $t = 0$:

$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} + \frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v_0 = g(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S})$ مع $v_0 = 0$ و $a_0 = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}$

نستنتج : $a_0 = g\left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right) = 9,8 \times (1 - 0,15) \Rightarrow \boxed{a_0 = 8,33\ m.s^{-2}}$

3-قيمة v_ℓ السرعة الحدية :

عند $v = v_\ell = cte$ يكون : $\frac{dv}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية تكتب : $\frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v_\ell = g(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S})$

أي : $v_\ell = \frac{\rho_S.V_S}{\lambda}g.\left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right) \Rightarrow v_\ell = \frac{9,8}{12,4} \times (1 - 0,15) \Rightarrow \boxed{v_\ell = 0,67\ m.s^{-1}}$

4-إثبات التعبير $\frac{v_2}{v_1} = 2 - \frac{\Delta t}{\tau}$:

باستعمال المعادلة التفاضلية : $a_i = -\frac{1}{\tau}v_i + a_0$ مع : $a_0 = g\left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right)$

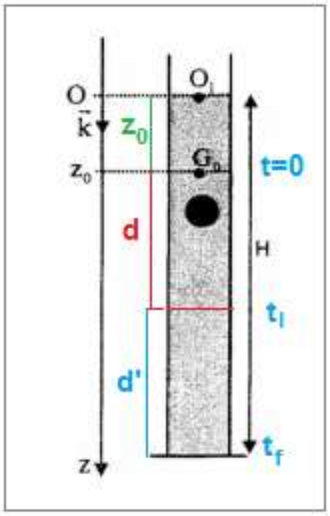
باستعمال طريقة أولير : $v_{i+1} = a_i.\Delta t + v_i$

ومنه : $v_{i+1} = \left(-\frac{1}{\tau}v_i + a_0\right).\Delta t + v_i = -\frac{v_i}{\tau}.\Delta t + a_0.\Delta t + v_i \Rightarrow \frac{v_{i+1}}{v_i} = 1 - \frac{\Delta t}{\tau} + \frac{a_0}{v_i}.\Delta t$

$$\frac{v_2}{v_1} = 1 - \frac{\Delta t}{\tau} + \frac{a_0}{v_1}.\Delta t = 1 - \frac{\Delta t}{\tau} + \frac{a_0}{a_0.\Delta t + \underbrace{v_0}_{0}}.\Delta t = 1 - \frac{\Delta t}{\tau} + 1 \Rightarrow \boxed{\frac{v_2}{v_1} = 2 - \frac{\Delta t}{\tau}}$$

حساب v_1 : $v_1 = a_0.\Delta t + v_0 = 8{,}33 \times 8.10^{-3} = 0{,}067\ m.s^{-1}$

حساب v_2 : $v_2 = v_1\left(2 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) = 0{,}067 \times \left(2 - \frac{8.10^{-3}}{\frac{1}{12{,}4}}\right) = 0{,}127\ m.s^{-1}$



5-التاريخ t_l الذي تأخذ عنده سرعة الكرية القيمة $0{,}99.v_l$:

لدينا : $v = v_l.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ أي : $e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \frac{v}{v_l}$

ومنه : $\frac{t}{\tau} = -\ln\left(1 - \frac{v}{v_l}\right) \Rightarrow t = -\tau.\ln\left(1 - \frac{v}{v_l}\right)$

ت.ع : $t_l = -\frac{1}{12{,}4}\ln(1 - 0{,}99) \Rightarrow \boxed{t_l = 0{,}37\ s}$

6-المسافة d التي قطعتها الكرية خلال النظام الإنتقالي :

النظام الانتقالي طول مساره : d ومدته : $t_l = 0{,}37\ s$

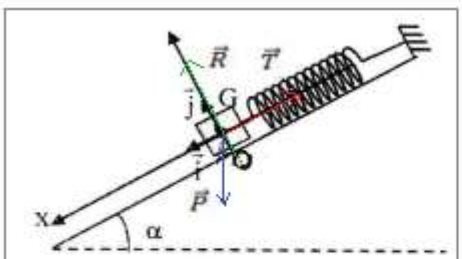
النظام الدائم (حركة مستقيمية منتظمة)طول مساره $d' = v_l.(\Delta t_f - t_l)$

ومدته : $t_2 = \Delta t_f - t_l = 1{,}14 - 0{,}37 = 0{,}77\ s$

$H = z_0 + d + d' \Rightarrow d = H - z_0 - d' = H - z_0 - v_l.t_2$

ت.ع : $d = 0{,}796 - 0{,}03 - 0{,}67 \times 0{,}77 \Rightarrow \boxed{d = 0{,}25\ m}$

الجزء الثاني : الدراسة الطاقية لنواس مرن



الشكل 1

1-تعبير الإطالة $\Delta\ell_0$ عند التوازن :

المجموعة المدروسة : الكرية

جرد القوى : $\vec{P}$: وزن الكرية ، $\vec{R}$: تأثير السطح ، $\vec{T}$: توتر النابض

نطبق القانون الأول لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

الإسقاط على المحور Ox :

$P_x + R_x + T_x = 0$ أي: $mg.sin\alpha - K.\Delta\ell_0 = 0$

و بالتالي : $\boxed{\Delta\ell_0 = \frac{m.g.sin\alpha}{K}}$

1-2-تعبير طاقة الوضع للمتذبذب E_P :

لدينا : $E_P = E_{Pe} + E_{pp}$

مع : $E_{Pe} = \frac{1}{2}K(\Delta\ell_0 + x)^2 + cte$ الحالة المرجعية $E_{Pe} = 0$ عند $x = 0$ وبالتالي : $cte = -\frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2$

تعبير E_{Pe} يصبح : $E_{Pe} = \frac{1}{2}K(\Delta\ell_0 + x)^2 - \frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2$

$E_{PP} = m.gz + cte$ الحالة المرجعية $E_{PP} = 0$ عند $z = 0$ ومنه : $cte = 0$

$E_{PP} = m.g.z$ مع $z = -x.sin\alpha$ و $m.g.sin\alpha = K.\Delta\ell_0$

تعبير E_{pp} يصبح : $E_{PP} = -m.g.x.sin\alpha = -K.x.\Delta\ell_0$

$$E_p = \frac{1}{2}K(\Delta\ell_0 + x)^2 - \frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2 - K.x.\Delta\ell_0 = \frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2 + K.x.\Delta\ell_0 + \frac{1}{2}K.x^2 - \frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2 - K.x.\Delta\ell_0$$

$$\boxed{E_P = \frac{1}{2}K.x^2}$$

2-2-المعادلة التفاضلية التي يحققها الافصول x :

لدينا : $E_m = E_C + E_P$ ومنه : $E_m = \frac{1}{2}m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}Kx^2$

بانحفاظ الطاقة الميكانيكية نكتب : $\frac{dE_m}{dt} = 0$ أي: $m.\dot{x}.\ddot{x} + K.x.\dot{x} = 0$

$m.\dot{x}\left(\ddot{x} + \frac{K}{m}x\right) = 0$ المعادلة التفاضلية تكتب : $\boxed{\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0}$

1-3-2-قيمة الصلابة K والوسع X_m و الطور φ :

-صلابة النابض K :

تعبير الدور الخاص : $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ أي : $T_0^2=4\pi^2.\frac{m}{K}$ ومنه : $K=\frac{4\pi^2 m}{T_0^2}$

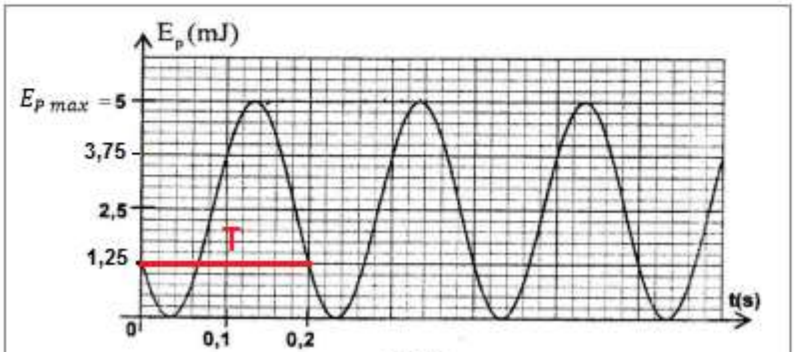
حسب مبان الشكل 2 لدينا الدور الطاقي $T=0{,}2\ s$ نعلم أن : $T_0=2T=0{,}4\ s$

ت.ع : $K=\frac{4\times10\times0{,}1}{0{,}4^2}=25\ \ N.m^{-1}$

-الوسع X_m :

لدينا : $E_{P\ max}=\frac{1}{2}KX_m^2$ وبالتالي : $X_m^2=\frac{2.E_{P\ max}}{K}$ نستنتج : $X_m=\sqrt{\frac{2.E_{P\ max}}{K}}$

حسب المبيان لدينا : $E_{P\ max}=5.10^{-3}\ J$



الشكل 2

ت.ع : $X_m=\sqrt{\frac{2\times5.10^{-3}}{25}}=0{,}02\ m\Rightarrow X_m=2cm$

-الطور φ :

لدينا : $E_P=\frac{1}{2}K.x^2$ عند $t=0$ نكتب : $E_P(t=0)=\frac{1}{2}K.{X_0}^2$

ومنه : $X_0=\sqrt{\frac{2.E_{P\ (t=0)}}{K}}=\sqrt{\frac{2\times1{,}25.10^{-3}}{25}}=0{,}01m$

أي: $x(t=0)=X_m cos\varphi=X_0$: $cos\varphi=\frac{X_0}{X_m}=\frac{0{,}01}{0{,}02}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\varphi=\pm\frac{\pi}{3}$

بما ان : $V_0=\dot{x}(t=0)=-X_m\frac{2\pi}{T_0}sin\varphi<0$ وبالتالي : $\varphi=\frac{\pi}{3}$

2-3-2-تعبير السرعة V_0 :

باعتبار انحفاظ الطاقة الميكانيكية نكتب :

$$E_m=\frac{1}{2}m.\dot{x}^2+\frac{1}{2}Kx^2=cte$$

عند اللحظة $t=0$ الطاقة الميكانيكية تكتب : $E_m=\frac{1}{2}m.V_0^2+\frac{1}{2}KX_0^2$

عند الموضع $x=X_m$ نكتب : $E_m=\frac{1}{2}KX_m^2$

$$\frac{1}{2}m.V_0^2+\frac{1}{2}KX_0^2=\frac{1}{2}KX_m^2\Rightarrow m.V_0^2=K(X_m^2-X_0^2)\Rightarrow V_0^2=\frac{K}{m}.\left(X_m^2-\left(\frac{X_m}{2}\right)^2\right)=\frac{3K}{4m}.X_m^2$$

$$V_0=X_m.\sqrt{\frac{3K}{4m}}\Rightarrow V_0=\frac{X_m}{2}.\sqrt{\frac{3K}{m}}$$