تصحيح امتحان الوطني للفيزياء والكيمياء الدورة العادية 2014
العلوم الرياضية

الكيمياء

الجزء الاول : دراسة محلول الامونياك والهيدروكسيلامين

1-تحضير محلول حمض الكلوريدريك

1.1-تعبير كمية مادة الحمض $n(HC\ell)$ والتحقق من قيمة C_0 :

كمية مادة الحمض تكتب :

$$n(HC\ell) = \frac{m(HC\ell)}{M\,(HC\ell)}$$

النسبة الكتلية P للحمض تمثل كتلة الموجودة في $100g$ من المحلول أي: $P = \frac{m\,(HC\ell)}{m_S} \Rightarrow\ m\,(HC\ell) = Pm_S$

الكتلة الحجمية للمحلول تكتب :

$$\rho_S = \frac{m_S}{V} = d\rho \Rightarrow\ m_S = d\rho V$$

كمية مادة الحمض تكتب :

$$n(HC\ell) = \frac{m(HC\ell)}{M\,(HC\ell)} = \frac{Pm_S}{M\,(HC\ell)} = \frac{Pd\rho V}{M\,(HC\ell)}$$

تركيز المحلول التجاري ذي الحجم V هو :

$$C_0 = \frac{n(HC\ell)}{V} \Rightarrow\ C_0 = \frac{Pd\rho}{M\,(HC\ell)}$$

ت.ع:

$$C_0 = \frac{0{,}37 \times 1{,}15 \times 10^{3}}{36{,}5} \approx 11{,}6\,mol.L^{-1}$$

1.2-حساب حجم المحلول التجاري لعملية التخفيف :

حسب علاقة التخفيف :

$$\underbrace{C_0V_0}_{\text{المحلول البدئي}} = \overbrace{C_AV_A}^{\text{المحلول المخفف}}$$

$$V_0 = \frac{C_AV_A}{C_0} \Rightarrow V_0 = \frac{0{,}015 \times 1}{11{,}6} \approx 1{,}3\,10^{-3}L = 1{,}3\,mL$$

2-دراسة بعض خاصيات قاعدة مذابة في الماء :

2.1-إثبات تعبير K_A :

الجدول الوصفي لتفاعل القاعدة B مع الماء :

المعادلة الكيميائية		$B_{(aq)}$	$+\ H_2O_{(\ell)}$	$\rightleftarrows BH^+_{(aq)}$	$+\ HO^-_{(aq)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	CV	وفير	0	0
حالة التحول	x	$CV - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	$x_{éq}$	$CV - x_{éq}$	وفير	$x_{éq}$	$x_{éq}$

المتفاعل المحد هو B لأن الماء مستعمل بوفرة ومنه :

$$CV - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = CV$$

حسب الجدول الوصفي :

$$\begin{cases} [BH^+]_{éq} = [HO^-]_{éq} = \dfrac{x_{éq}}{V} \\ [B] = \dfrac{CV - x_{éq}}{V} = C - \dfrac{x_{éq}}{V} = C - [HO^-]_{éq} \end{cases}$$

نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} \Rightarrow\ \tau = \frac{[HO^-]_{éq}}{C} \Rightarrow\ [HO^-]_{éq} = C\tau$$

حسب تعريف ثابتة الحمضية للمزدوجة BH^+/B:

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{éq}.[B]_{éq}}{[BH^+]_{éq}} \Rightarrow K_A = \frac{[H_3O^+]_{éq}\left(C - [HO^-]_{éq}\right)}{[HO^-]_{éq}}$$

$$[H_3O^+]_{éq} = \frac{K_e}{[HO^-]_{éq}}$$

$$K_A = \frac{K_e\left(C - [HO^-]_{éq}\right)}{[HO^-]^2{}_{éq}} \Rightarrow K_A = \frac{K_e.(C - C\tau)}{(C\tau)^2} \Rightarrow K_A = \frac{K_e}{C}.\frac{(1-\tau)}{\tau^2}$$

2.2-حساب τ_1 ل NH_3 و τ_2 ل NH_2OH :

تعبير نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} \Rightarrow \tau = \frac{[HO^-]_{éq}}{C}$$

مع: $[HO^-]_{éq} = \frac{K_e}{[H_3O^+]_{éq}} = \frac{K_e}{10^{-pH}} = K_e.10^{pH}$

$$\tau = \frac{K_e.10^{pH}}{C}$$

-بالنسبة للأمونياك : $\tau_1 = \frac{K_e.10^{pH_1}}{C}$ **ت.ع:** $= 0{,}0398$ $\tau_1 = \frac{10^{-14}\times 10^{10{,}6}}{1{,}0.10^{-2}}$ **أي:** $\tau_1 = 3{,}98\%$

-بالنسبة للهيدروكسيلامين : $\tau_2 = \frac{K_e.10^{pH_2}}{C}$ **ت.ع:** $= 10^{-3}$ $\tau_2 = \frac{10^{-14}\times 10^{9{,}0}}{1{,}0.10^{-2}}$ **أي:** $\tau_2 = 0{,}1\%$

2.3-حساب pK_{A_1} و pK_{A_2} :

-بالنسبة للأمونياك : $K_{A_1} = \frac{K_e}{C}.\frac{(1-\tau_1)}{\tau_1^2}$ **ت.ع:** $K_{A_1} = \frac{10^{-14}}{1{,}0.10^{-2}}.\frac{(1-0{,}0398)}{(0{,}0398)^2} = 6{,}6.10^{-10}$

ومنه $pK_{A_1} = -\log K_{A_1} = 9{,}2$

-بالنسبة للهيدروكسيلامين : $K_{A_2} = \frac{K_e}{C}.\frac{(1-\tau_2)}{\tau_2^2}$ **ت.ع:** $K_{A_2} = \frac{10^{-14}}{1{,}0.10^{-2}}.\frac{(1-10^{-3})}{(10^{-3})^2} = 1{,}0.10^{-6}$

ومنه $pK_{A_2} = -\log K_{A_2} = 6$

3-المعايرة حمض قاعدة لمحلول مخفف للأمونياك :

3.1-معادلة تفاعل المعايرة :

$$NH_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)} \longrightarrow NH^+_{4(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

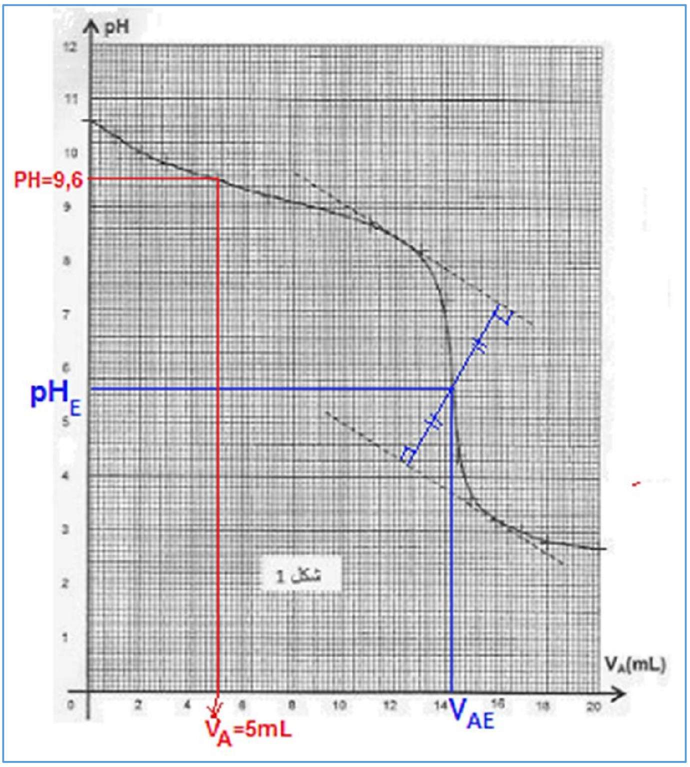
3.2-حساب نسبة التقدم النهائي بالنسبة للحجم $V_A = 5mL$:

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$NH_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)} \longrightarrow NH^+_{4(aq)} + H_2O_{(\ell)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
البدئية	0	C_BV	C_AV_A	0	وفير
التوازن	$x_{éq}$	$C_BV - x_{éq}$	$C_AV_A - x_{éq}$	$x_{éq}$	وفير

لدينا باستعمال المبيان عند الحجم $V_A = 5mL$ نجد : $pH = 9,6$ قبل التكافؤ يكون المتفاعل المحد هو H_3O^+ نكتب :

$$C_AV_A - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C_AV_A$$



من جدول التقدم نكتب :

$$[H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH} = \frac{C_AV_A - x_{éq}}{V_A + V} \Rightarrow C_AV_A - x_{éq} = 10^{-pH}.(V_A + V)$$

$$\Rightarrow x_{éq} = C_AV_A - 10^{-pH}.(V_A + V)$$

نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}} = \frac{C_AV_A - 10^{-pH}.(V_A + V)}{C_AV_A} = 1 - \frac{10^{-pH}.(V_A + V)}{C_AV_A}$$

ت.ع:

تفاعل المعايرة كلي $\leftarrow \tau = 1 - \frac{10^{-9,6}.(5 + 20)}{0,015 \times 5} \approx 1 = 100\%$

3.3-باستعمال طريقة المماسات نجد :

$V_{AE} \approx 14,2mL$ ، $pH_E \approx 5,7$

علاقة التكافؤ : $C'V = C_AV_{AE}$ أي: $C' = \frac{C_AV_{AE}}{V}$

ت.ع: $C' = \frac{0,015 \times 14,2}{20} = 1,06\,10^{-2} mol.L^{-1}$

حسب علاقة التخفيف : $C_B = 1000C' = 1000 \times 1,06\,10^{-2} = 10,6 mol.L^{-1}$

3.4-الكاشف الملون الملائم لهذه المعايرة هو الذي منطقة انعطافه تضم نقطة التكافؤ .

$5,2 < pH_E = 5,7 < 6,8$ الكاشف الملون المناسب هو أحمر الكلوروفينول .

الجزء الثاني : تحضير فلز بالتحليل الكهربائي

1-دراسة التحول الكيميائي

1.1-معادلات التفاعل الممكن أن تحدث عند كل إلكترود :

-بجوار الانود تحدث أكسدة أنودية للمختزل H_2O :

$$H_2O_{(l)} \rightleftarrows \frac{1}{2}O_2 + 2H^+_{(aq)} + 2e^-$$

-بجوار الكاثود يحدث اختزال للمؤكسدان : Zn^{2+} و H^+ :

$$Zn^{2+}_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows Zn_{(s)}$$

$$2H^+_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows H_{2(g)}$$

1.2-العلاقة بين Q كمية الكهرباء و x تقدم التحليل :

المعادلة الكيميائية		$Zn^{2+}_{(aq)} + 2H_2O_{(l)}$		$Zn_{(s)} + 2H^+_{(aq)} + \frac{1}{2}O_{2(g)}$			كمية مادة e^- المتبادلة
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)					
الحالة البدئية	0	$n_0(Zn^{2+})$	وفير	0	$n_0(H^+)$	0	$n(e^-) = 0$
خلال التحول	x	$n_0(Zn^{2+}) - x$	وفير	x	$n_0(H^+) - x$	$\frac{1}{2}x$	$n(e^-) = 2x$

باستعمال الجدول الوصفي نكتب :

$$n(e^-) = 2x$$

كمية الكهرباء Q :
$$Q = n(e^-)F \Rightarrow Q = 2xF \quad (*)$$

2-استغلال التحول الكيميائي :

2.1-حساب m كتلة الزنك المتوضعة :

حسب الجدول الوصفي : $n(Zn) = x$ مع : $n(Zn) = \frac{m}{M(Zn)}$

العلاقة $(*)$ تكتب : $x = \frac{Q}{2F} = \frac{I\Delta t}{2F}$

نستنتج : $x = \frac{I\Delta t}{2F} = \frac{m}{M(Zn)}$ أي: $m = \frac{I\Delta t M(Zn)}{2F}$

تطبيق عددي :
$$m = \frac{80.10^{3} \times 48 \times 3600 \times 65,4}{2 \times 96500} \approx 4,68.10^{6} g = 4,68.10^{3} kg$$

2.2-حساب V حجم ثنائي الاوكسيجين :

حسب الجدول الوصفي : $n(O_2) = \frac{x}{2}$ مع : $n(O_2) = \frac{V_{th}}{V_m}$ أي: $x = \frac{2V_{th}}{V_m}$

العلاقة (*) تكتب : $x = \frac{I\Delta t}{2F} = \frac{2V_{th}}{V_m}$ أي: $V_{th} = \frac{I\Delta t V_m}{4F}$

مردود التفاعل يكتب : $r = \frac{V_{exp}}{V_{th}}$ ومنه : $V_{exp} = rV_{th} = r.\frac{I\Delta t V_m}{4F}$

تطبيق عددي :
$$V_{exp} = 0,8 \times \frac{80.10^{3} \times 48 \times 3600 \times 24}{4 \times 96500} = 687,6.10^{3} L = 687,6 m^{3}$$

الفيزياء

تمرين 1 : الفيزياء النووية في المجال الطبي

-النشاط الاشعاعي لنويدة الفوسفور $^{32}_{15}P$:

1.1-معادلة التفتت :

$$^{32}_{15}P \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{0}_{-1}e$$

قوانين الانحفاظ :

$$32 = A + 0 \rightarrow A = 32$$
$$15 = Z - 1 \rightarrow Z = 16$$

1.2-الطاقة المحررة عند تفتت نويدة واحدة من الفوسفور $^{32}_{15}P$:

$$E_{libérée} = |m(Y) + m(e^-) - m(P)| = |[31,9822 + 5,485.10^{-4} - 31,9840]uc^2|$$
$$E_{libérée} = 1,2515.10^{-3} \times 931,5 MeV\,c^{-2}c^2 = 1,1658 MeV$$

2-حقن الوريدي بالفوسفور $^{32}_{15}P$:

2.1-النشاط الاشعاعي $1Bq$ هو تفتت واحد في الثانية .

2.2-أ-حساب المدة الزمنية Δt اللازمة ليصبح $a_2 = 20\% a_1$

قانون التناقص الاشعاعي :

$$a = a_0 e^{-\lambda t}$$

لدينا :

$$\left| \begin{array}{l} a_1 = a_0 e^{-\lambda t_1} \\ a_2 = a_0 e^{-\lambda t_2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{e^{-\lambda t_1}}{e^{-\lambda t_2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) = \ln e^{\lambda(t_2 - t_1)} = \lambda \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(\frac{a_1}{0,20a_1}\right) \Rightarrow \Delta t = \frac{14,3}{\ln 2}\ln\left(\frac{1}{0,2}\right) = 33,2 jours$$

ب-عدد النويدات المتفتتة خلال المدة Δt :

قانون التناقص الاشعاعي :

$$\begin{cases} a_1 = \lambda N_1 \\ a_2 = \lambda N_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = \dfrac{a_1}{\lambda} \\ N_2 = \dfrac{a_2}{\lambda} \end{cases} \Rightarrow N_2 - N_1 = \frac{a_1}{\lambda} - \frac{a_2}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}(a_1 - a_2) \Rightarrow N_2 - N_1 = \frac{t_{1/2}}{ln2}(a_1 - 0{,}20a_1)$$

نستنتج :

$$N_2 - N_1 = \frac{t_{1/2}}{ln2} 0{,}8a_1$$

ج-الطاقة المحررة خلال هذه المدة :

$$E'_{libérée} = N\,E_{libérée}$$

حيث : $N = N_2 - N_1$ عدد النويدات المتفتتة

و $E_{libérée}$ الطاقة المحرة عند تفتت نويدة واحدة من $^{32}_{15}P$

العلاقة تصبح:

$$E'_{libérée} = (N_2 - N_1)E_{libérée} \Rightarrow E'_{libérée} = \frac{t_{1/2}}{ln2} 0{,}8a_1 E_{libérée}$$

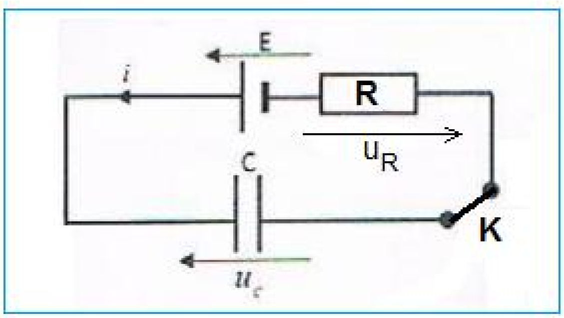
تطبيق عددي :

$$E'_{libérée} = \frac{14{,}3 \times 24 \times 3600}{ln2} \times 0{,}8 \times 2{,}5\,10^{5} \times 1{,}1658 = 4{,}156\,10^{15} MeV$$

$$E'_{libérée} = 4{,}156\,10^{15} \times 1{,}6\,10^{-13} = 664{,}96J$$

تمرين 2 : دراسة شحن وتفريغ مكثف :

1-دراسة شحن وتفريغ مكثف :



1.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i :

حسب قانون إضافية التوترات : $E = u_R + u_C$

$Ri + \frac{q}{C} = E$ بالاشتقاق نحصل على : $R.\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}.\frac{dq}{dt} = 0$

$R.\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$ نحصل على : $RC.\frac{di}{dt} + i = 0$

1.2-حل المعادلة التفاضلية يكتب : $i = Ae^{-t/\tau}$ بالاشتقاق نحصل على : $\frac{di}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$

نعوض في المعادلة التفاضلية فنحصل على :

$$\tau = RC \Leftarrow 1 - \frac{RC}{\tau} = 0 \Leftarrow Ae^{-t/\tau}\left(1 - \frac{RC}{\tau}\right) = 0 \Leftarrow RC\left(-\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}\right) + Ae^{-t/\tau} = 0$$

حسب الشروط البدئية وباستعمال قانون إضافية التوترات : $Ri(0) + u_C(0) = E$ لدينا المكثف غير مشحون $(u_C = 0)$

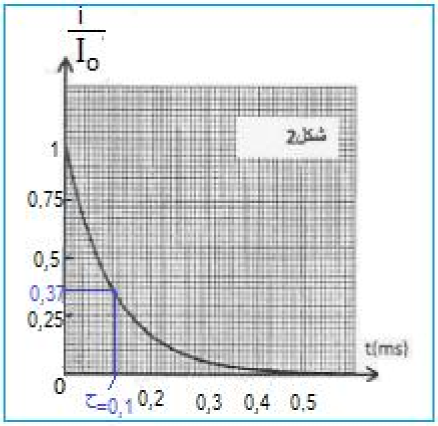
ومنه : $i(0) = I_0 = \frac{E}{R}$ حل المعادلة التفاضلية عند t=0 يكتب : $A = I_0 \Leftarrow i(0) = I_0 = Ae^0$

ومنه : $i(t) = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$

1.3-التعبير الحرفي ل u_C :

حسب قانون إضافية التوترات : $E = Ri + u_C \Rightarrow u_C = E - Ri \Rightarrow u_C = E - R\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$

$$u_C = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



1.4-تحديد τ واستنتاج C :

عند اللحظة $t = \tau$ لدينا : $i(\tau) = I_0 e^{-\tau/\tau} = 0,37 I_0$ أي: $\frac{i}{I_0} = 0,37$

مبيانيا بالاسقاط نجد $\tau = 0,1 ms = 1.10^{-4} s$

لدينا: $\tau = RC$ أي: $C = \frac{\tau}{R} = \frac{1.10^{-4}}{100} = 10^{-6} F = 1\mu F$

1.5-إثبات العلاقة :

-عند نهاية الشحن نحصل النظام الدائم ويكون $u_C = E$ وتكون الطاقة المخزونة في المكثف في النظام الدائم : $E_e = \frac{1}{2}CE^2$

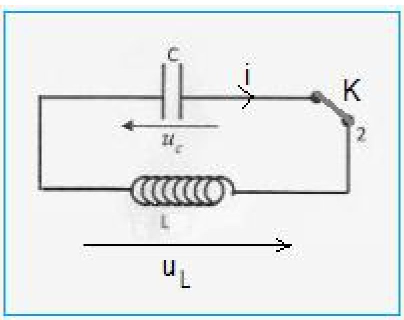
-عند اللحظة $t = \tau$ يكون التوتر $u_C(\tau) = E\left(1 - e^{-\tau/\tau}\right) = E\left(1 - e^{-1}\right)$ والطاقة المخزونة في المكثف هي :

$$E_e(\tau) = \frac{1}{2}CE^2(1 - e^{-1})^2$$

$$\frac{E_e(\tau)}{E_e} = \frac{\frac{1}{2}CE^2(1 - e^{-1})^2}{\frac{1}{2}CE^2} = (1 - e^{-1})^2 \Rightarrow \frac{E_e(\tau)}{E_e} = \left(1 - \frac{1}{e}\right)^2 = \left(\frac{e-1}{e}\right)^2 = 0,40 = 40\%$$

$$J_\Delta = \frac{1}{4\pi^2}\cdot\frac{(m_1 + m_2)gd}{N_0^2}$$

2.1-مقاومة الوشيعة مهملة :



أ-إثبات المعادلة التفاضلية :

حسب قانون إضافيةالتوترات : $u_L + u_C = 0$ أي: $L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$ بالاشتقاق نحصل على : $L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = 0$

ومنه : $\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC}i = 0$

ب-تحديد قيمة كل من I_m و φ :

حل المعادلة التفاضلية $\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC}i = 0$ يكتب : $i(t) = I_m\cos(2\pi N_0 t + \varphi)$ ومنه : $\frac{di}{dt} = -2\pi N_0 I_m \sin(2\pi N_0 t + \varphi)$

حسب قانون إضافية التوترات : $u_C = -u_L = -L\frac{di}{dt} = 2\pi N_0 L I_m \sin(2\pi N_0 t + \varphi)$

حسب الشروط البدئية لدينا المكثف مشحون كليا نكتب : $u_C(0) = E$ و $i(0) = 0$

$i(0) = I_m\cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ أو $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$u_C(0) = 2\pi N_0 L I_m \sin\varphi = E \Rightarrow \sin\varphi > 0$ ومنه: $\varphi = \frac{\pi}{2}$

لدينا : $2\pi N_0 L I_m \sin\varphi = E \Rightarrow I_m = \frac{E}{2\pi N_0 L\sin(\frac{\pi}{2})}$ مع: $2\pi N_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ومنه : $I_m = \frac{E}{\frac{L}{\sqrt{LC}}}$

$$I_m = E\sqrt{\frac{C}{L}} = 6\sqrt{\frac{10^{-6}}{0,2}} \Rightarrow I_m = 1,34.10^{-2} A$$

2.2-حساب E' طاقة المتذبذب عند اللحظة $t' = \frac{7}{4}T$ واستنتاج التغير $\Delta E = E' - E$

عند اللحظة t' تكون شدة التيار قصوية وتساوي $i = 10mA$ في حين يكون التوتر u_C منعدما

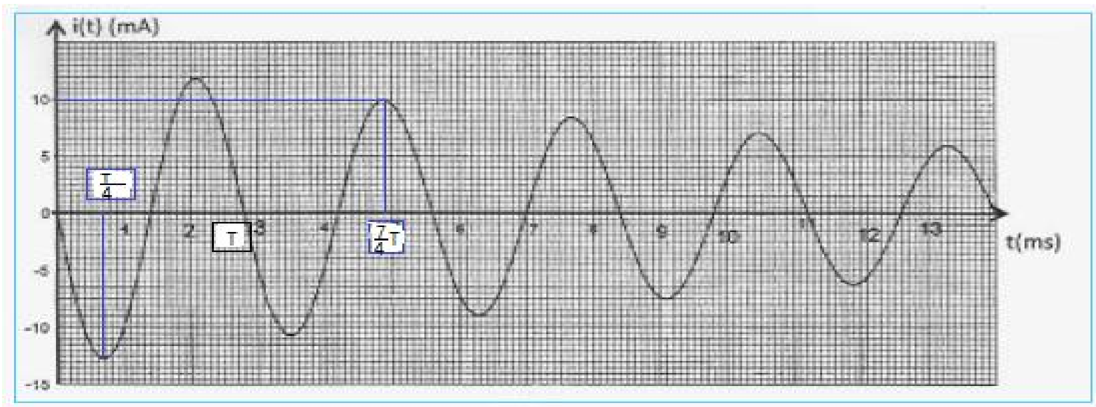
الطاقة الكلية تساوي : $E' = E_e + E_m = \frac{1}{2}Li^2$ ت.ع: $E' = \frac{1}{2} \times 0{,}2 \times 0{,}01^2 = 10^{-5}A$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا $i(0) = 0$ و $u_C(0) = E$ الطاقة الكلية تساوي : $E = E_e = \frac{1}{2}CE^2$

ت.ع: $E = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 6^2 = 1{,}8\,10^{-5}J$

استنتاج التغير $\Delta E = E' - E$: $\Delta E = 10^{-5} - 1{,}8\,10^{-5} = -8\,10^{-6}J$

يعزى هذا التغير الى وجود مقاومة الوشيعة التي تؤدي الى تبدد الطاقة بمفعول جول .



2.3-أ-نبين أن الطاقة الكلية للمتذبذب عند اللحظة $t = nT$ يمكن على الشكل $E_n = E_0(1-p)^n$

نقبل أن الطاقة الكلية تتناقص بنسبة p=27,5% خلال كل شبه دور .

عند اللحظة t=T الطاقة الكلية للمتذبذب $E_1 = E_0 - pE_0 = E_0(1-p)$

عند اللحظة t=2T الكاقة الكلية للمتذبذب $E_2 = E_1 - pE_1 = E_1(1-p) = E_0(1-p)^2$

نعتبر ان العلاقة $E_n = E_0(1-p)^n$ صحيحة بالنسبة للحظة t=nT ونبين أنها تتحقق بالنسبة للحظة t=(n+1)T

$$E_{n+1} = E_n - pE_n = E_n(1-p) = E_0(1-p)^n(1-p) \Rightarrow E_{n+1} = E_0(1-p)^{n+1}$$

ب-حساب n عندما تتناقص الطاقة الكلية ب 96% من قيمتها البدئية :

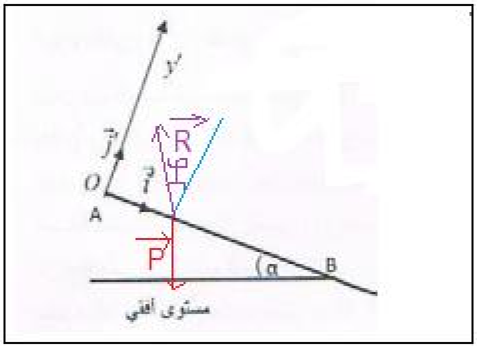
عند اللحظة t=nT يكون $E_n = (1-0{,}96)E_0 = 0{,}04E_0$

$$E_n = E_0(1-p)^n \Rightarrow \frac{E_n}{E_0} = (1-p)^n \Rightarrow n\ln(1-p) = ln\left(\frac{E_n}{E_0}\right) \Rightarrow n = \frac{ln\left(\frac{E_n}{E_0}\right)}{\ln(1-p)} = \frac{ln\left(\frac{0{,}04E_0}{E_0}\right)}{\ln(1-0{,}275)} = 10$$

التمرين 3:

الجزء الاول :دراسة حركة متزلج

1-دراسة القوى المطبقة على المتزلج بين A و B :



1.1-تعبير معامل الاحتكاك بدلالة a و g و α :

يخضع المتزلج لقوتين : $\vec{P}$ وزنه و $\vec{R}$ تاثير السطح المائل

نطبق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

الاسقاط على المحور Ox: $mgsin\alpha - f = ma$

أي: $f = mgsin\alpha - ma$

الاسقاط على المحور Oy: $mgcos\alpha - R_N = 0$ أي: $R_N = mgcos\alpha$

لدينا: $tan\varphi = \frac{f}{R_N} = \frac{mgsin\alpha - ma}{m\,gcos\alpha}$ نستنتج : $tan\varphi = tan\alpha - \frac{a}{gcos\,\alpha}$

1.2-حساب التسارع a :

تعبير السرعة هو : $v = at + v_0$ مع : $v_0 = 0$ عند النقطة B السرعة تكتب : $v_B = at_B$ أي: $a = \frac{v_B}{t_B} = \frac{20}{10} = 2ms^{-2}$

استنتاج قيمة معامل الاحتكاك : $tan\varphi = \tan(20°) - \frac{2}{9{,}8 \times \cos(20°)} = 0{,}15$

1.3-تعبير شدة القوة $\vec{R}$

لدينا : $\vec{R} = \vec{f} + \vec{R}_N$ أي: $R = \sqrt{f^2 + R_N^2} = \sqrt{R_N^2\left(1 + \frac{f^2}{R_N^2}\right)} = R_N\sqrt{1 + \left(\frac{f}{R_N}\right)^2}$ نستنتج : $R = mgcos\alpha\sqrt{1 + tan\varphi^2}$

ت.ع : $R = 80 \times 9{,}8 \times \cos(20°)\sqrt{1 + (0{,}147\,)^2} \approx 744{,}6N$

2-مرحلة القفز :

2.1-تحديد إحداثيات قمة المسار M

لدينا المعادلتان الزمنيتان: $\begin{cases} x(t) = v_C cos\,\alpha t - 15 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_C sin\alpha t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_C cos\,\alpha t \\ v_y = -gt + v_C sin\alpha \end{cases}$

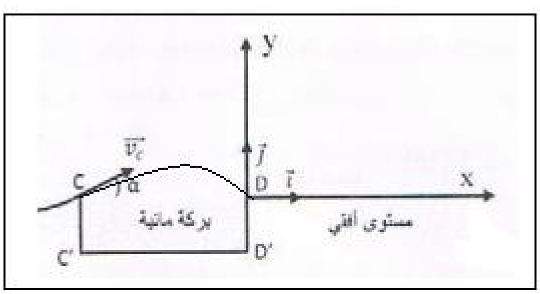
عند قمة المسار تكون $v_y = 0$ أي: $-gt_S + v_C sin\alpha = 0 \Rightarrow t_S = \frac{v_S sin\alpha}{g}$ نعوض في المعادلتين الزمنيتين :

$$\begin{cases} x_S = v_C cos\alpha.\frac{v_S sin\alpha}{g} - 15 = \frac{v_S^2 sin2\alpha}{2g} \\ y_S = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_S sin\alpha}{g}\right)^2 + v_C sin\alpha.\frac{v_S sin\alpha}{g} = \frac{v_S^2 sin^2\alpha}{2g} \end{cases}$$

ت.ع:

$$\begin{cases} x_S = \frac{(16{,}27)^2 \times sin(2\times 20)}{2\times 9{,}8} - 15 = -6{,}32m \\ y_S = \frac{(16{,}27)^2 \times sin^2(20)}{2\times 9{,}8} = 1{,}58m \end{cases}$$

2.2-الشرط الذي يجب أن تحققه السرعة v_C لكي لا يسقط المتزلج في البركة المائية ويسقط على المستوى الافقي عند النقطةP هو : $x_P \geq 0$ و $y_P = 0$



الشرط $y_P = 0$ يعني: $y_P = -\frac{1}{2}gt_P^2 + v_C sin\alpha t_P = 0$

أي: $t_P\left(v_C sin\alpha - \frac{g}{2}t_P\right) = 0$ الحل: $t_P = 0$ غير مرغوب فيه

والحل $v_C sin\alpha - \frac{g}{2}t_P = 0$ أي: $t_P = \frac{2v_C sin\alpha}{g}$ هو الحل المطلوب

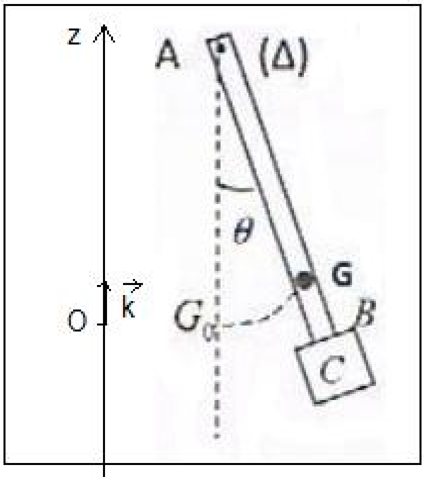
الشرط $x_P \geq 0$ يوافق $v_C cos\,\alpha t_P - 15 \geq 0$ أي: $v_C cos\,\alpha t_P.\frac{2v_C sin\alpha}{g} - 15 \geq 0$

$\Rightarrow \frac{v_C^2 sin2\alpha}{g} - 15 \geq 0$

نحصل على : $v_C \geq \sqrt{\frac{15g}{sin2\alpha}}$

تطبيق عددي : $v_C \geq \sqrt{\frac{15\times 9,8}{\sin(2\times 20)}} = 15,12ms^{-1}$ القيمة الدنوية للسرعة هي : $v_{Cmin} = 15,12ms^{-1}$

الجزء الثاني : الدراسة الطاقية للنواس الوازن



1-تحديد موضع مركز القصور G للمجموعة :

1.1-تعبير E_m الطاقة الميكانيكية في حالة التذبذبات الصغيرة :

الطاقة الميكانيكية تكتب : $E_m = E_C + E_{PP}(*)$

حيث $E_{PP} = (m_1 + m_2)gz + Cte$

الحالة المرجعية $E_{PP} = 0$ عند $z = 0$ ومنه $Cte = 0$ تعبير E_{PP} يصبح : $E_{PP} = (m_1 + m_2)gz$

مع : $z = d - dcos\theta = d(1 - cos\theta)$ باعتبار التذبذبات صغيرة نكتب : $cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ أي:

$$z = d\left(1 - 1 + \frac{\theta^2}{2}\right) = d.\frac{\theta^2}{2}$$

تعبير $E_{PP} = (m_1 + m_2)gd\ \frac{\theta^2}{2}$

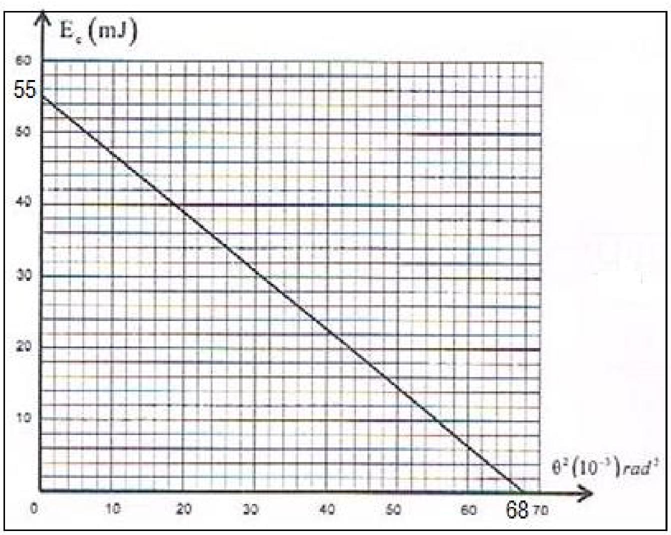
باعتبار الاحتكاكات مهملة فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ نكتب : $E_m = E_{ppmax}$ حيث $\theta = \theta_m$ و $E_C = 0$

$$E_m = (m_1 + m_2)gd\ \frac{\theta_m^2}{2}$$

1.2-استنتاج قيمة d بالاعتماد على المبيان :

الدالة $E_c = f(\theta^2)$ عبارة عن دالة تآلفية معادلتها تكتب

$E_c = a\theta^2 + b$ حيث a المعامل الموجه $a = \frac{\Delta E_C}{\Delta\theta^2} = \frac{55.10^{-3}-0}{0-68.10^{-3}} = -0,8J$



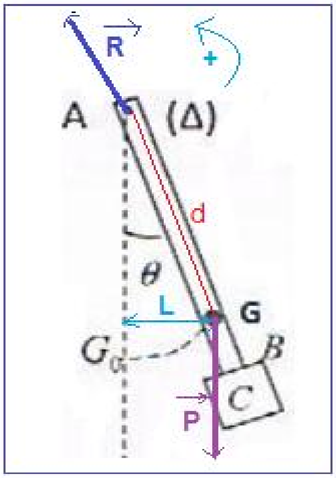
العلاقة (*) تكتب :

$$E_c = E_m - E_{PP} = E_m - (m_1 + m_2)gd\ \frac{\theta^2}{2}$$

بمقارنة هذه العلاقة مع معادلة المنحنى نجد :

$a = (m_1 + m_2)gd\ \frac{1}{2}$ أي: $d = \frac{2a}{(m_1+m_2)g} = \frac{2\times 0,8}{(0,1+0,3)\times 9,8} = 0,4m$

2-تحديد عزم القصور J_Δ



2.1-المعادلة التفاضلية للحركة :

يخضع النواس الوازن خلال حركته للقوى التالية : $\vec{P}$ وزن النواس و $\vec{R}$ تأثير محور الدوران (Δ)

تطبيق العلاقة الاساسية للديناميك : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta \ddot{\theta}$

$-(m_1 + m_2)gL = J_\Delta \ddot{\theta}$ أي: $-(m_1 + m_2)gd\sin\theta = J_\Delta \ddot{\theta}$

$\ddot{\theta} + \frac{-(m_1+m_2)gd}{J_\Delta}\sin\theta = 0$ في حالة التذبذبات الصغيرة يكون : $\sin\theta \approx \theta$

المعادلة التفاضلية تكتب : $\ddot{\theta} + \frac{(m_1+m_2)gd}{J_\Delta}\theta = 0$

2.2-ايجاد تعبير التردد الخاص N_0 :

حل المعادلة التفاضلية هو : $\theta(t) = \theta_m \cos(2\pi N_0 t + \varphi)$ الاشتقاق الاول : $\dot{\theta}(t) = -2\pi N_0 \theta_m \sin(2\pi N_0 t + \varphi)$

الاشتقاق الثاني : $\ddot{\theta}(t) = -(2\pi N_0)^2 \theta_m \cos(2\pi N_0 t + \varphi) = -(2\pi N_0)^2 \theta(t)$

نعوض في المعادلة التفاضلية : $-(2\pi N_0)^2\theta(t) + \frac{(m_1+m_2)gd}{J_\Delta}\theta(t) = 0$ أي : $(2\pi N_0)^2 = \frac{(m_1+m_2)}{J_\Delta}gd$

ومنه : $2\pi N_0 = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)}{J_\Delta}gd}$: $N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(m_1+m_2)gd}{J_\Delta}}$

2.3-حساب J_Δ :

لدينا : $N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(m_1+m_2)gd}{J_\Delta}} \Leftarrow N_0^2 = \frac{1}{4\pi^2}.\frac{(m_1+m_2)gd}{J_\Delta} \Leftarrow J_\Delta = \frac{1}{4\pi^2}.\frac{(m_1+m_2)gd}{N_0^2}$

ت.ع: $J_\Delta = \frac{1}{4\pi^2}.\frac{(0,1+0,3)\times 9,8\times 0,4}{1^2} = 3,97\,10^{-2} kgm^2$