تصحيح الامتحان الوطني للفيزياء 2013 الدورة العادية
مسلك العلوم الرياضية

الكيمياء

الجزء الأول : من التحول الكيميائي غير الكلي الى التحول الكلي

1-التتبع الزمني لتحول كيميائي

1.1-تعريف زمن التفاعل :

زمن نصف التفاعل هو المدة الزمنية اللازمة لكي يأخذ تقدم التفاعل نصف قيمته النهائية .

$x\left(t_{1/2}\right) = \frac{x_f}{2} = \frac{0,08}{2} = 0,04\ mol$ باستعمال المبيان وبالإسقاط نحصل على $t_{1/2} = 15min$

2.1-حساب قيمة السرعة الحجمية $v(0)$:

حساب حجم الكحول المستعمل: $V_B = \frac{m_{(B)}}{\rho_{(B)}} = \frac{n_{(B)}.M_{(B)}}{\rho_{(B)}} = \frac{0,12\times 88}{0,810} = 13mL$

ومنه حجم الخليط: $V = V_A + V_B = 11 + 13 = 24mL$

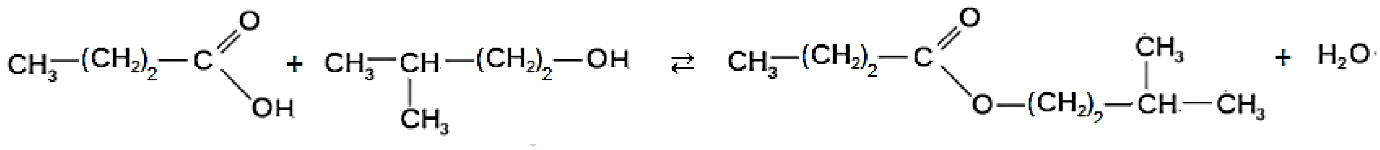
السر(0)عة الحجمية عند اللحظة: t تعطيها العلاقة التالية : $v = \frac{1}{V}\times\frac{dx}{dt}$

حساب السرعة الحجمية عند اللحظة $t = 0$:

مبيانيا نجد : $v(0) = \frac{1}{V}.\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{t=0} = \frac{1}{24.10^{-3}L}\times\frac{(0,08-0)mol}{(25-0)min} \Rightarrow v \approx 0,13\ mol.L^{-1}.mn^{-1}$

2-مردود التفاعل

2.1-معادلة تفاعل الاسترة :



اسم الاستر : بوتانوات 3-مثيل البوتيل

2.2-كمية مادة الحمض البدئية $n_i(A)$:

$$n_{i(A)} = \frac{m(A)}{M(A)} = \frac{\rho(A).V_A}{M(A)} = \frac{0,056\times 11}{88} \Rightarrow n_i(A) \approx 0,12\ mol$$

2.3-حساب قيمة ثابتة التوازن K :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		A	$+ B$	$\rightleftarrows E$	$+ H_2O$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$0,12$	$0,12$	0	0
حالة التحول	x	$0,12 - x$	$0,12 - x$	x	x
الحالة النهائية	$x_{éq}$	$0,12 - x_{éq}$	$0,12 - x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$

$$K = Q_{r,éq} = \frac{[E]_{éq}\,.\,[eau]_{éq}}{[A]_{éq}\,.[B]_{éq}} = \frac{\frac{x_{éq}}{V}\cdot\frac{x_{éq}}{V}}{\frac{n_A - x_{éq}}{V}\cdot\frac{n_B - x_{éq}}{V}} \Rightarrow \boldsymbol{K = \frac{x_{éq}^2}{(0,12 - x_{éq})^2}}$$

مبيانيا نجد : $x_{éq} = 0{,}08mol \Leftarrow K = \frac{0{,}08^2}{(0{,}12-0{,}08)^2} \Leftarrow \mathbf{K = 4}$

<u>2.4-أ-حساب التقدم النهائي :</u>

جدول تقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		A + B ⇄ E + H_2O			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$0,12$	$0,24$	0	0
حالة التحول	x	$0,12 - x$	$0,24 - x$	x	x
الحالة النهائية	$x_{éq}$	$0,12 - x_{éq}$	$0,24 - x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$

$$K = \frac{[E]_f\,.\,[eau]_f}{[A]_f\,.[B]_f} = \frac{\frac{x_{eq}}{V}\cdot\frac{x_{eq}}{V}}{\frac{n_A - x_{eq}}{V}\cdot\frac{n_B - x_{eq}}{V}} = \frac{x_{eq}^2}{(0{,}12 - x_{eq}).(0{,}24 - x_{eq})} = 4$$

ومنه نجد : $3x_{eq}{}^2 - 1{,}44x_{eq} + 0{,}1152 = 0$

$\Delta = 0{,}6912$ هناك حلين :

✓ $x_1 = 0{,}38\,mol > x_{max}$ لا يمكن

✓ $x_2 = 0{,}10\,mol$

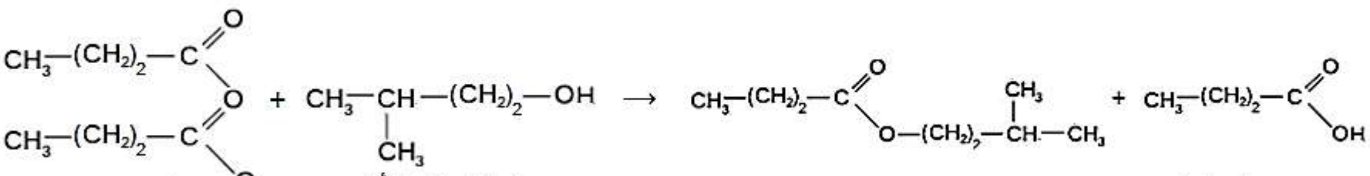
اذن : $\boldsymbol{x_{eq} = 0,1\,mol}$

ثابتة التوازن لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة ومنه K ستحتفظ بنفس القيمة السابقة .

<u>ب-مردود التفاعل :</u> $\mathbf{r} = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{0{,}1}{0{,}12} = 0{,}83 \Rightarrow \boldsymbol{r = 83\ \%}$

3-التحكم في تطور المجموعة الكيميائية

<u>3.1-معادلة التفاعل :</u>



أندريد البوتانويك ، 3-مثيل بوتان-1-أول ، بوتانوات 3-مثيل البوتيل ، حمض البوتانويك

<u>3.2-حساب الكتلة $m(E)$:</u>

كمية مادة الكحول البدئية : $n_i(B) = \frac{\rho(B).V_B}{M(B)} = \frac{0{,}810\times13}{88} \approx 0{,}12\,mol$

كمية مادة الأندريد البدئية : $n_i(AN) = \frac{\rho(AN).V_{AN}}{M(AN)} = \frac{0{,}966\times14}{158} \approx 0{,}085\,mol$

المتفاعل المحد هو الأندريد ومنه التقدم الاقصى هو : $x_{max} = n_i(AN) = 0{,}085\,mol$

التفاعل الكلي ⇐ كمية مادة الاستر الناتج : $n(E) = x_{max}$ مع : $x_{max} = 0{,}085\,mol$

$$\boldsymbol{m(E) = x_{max}.M_{(E)}} = 0{,}085\ \times 158 \Rightarrow \boldsymbol{m(E) \approx 13,4g}$$

للتذكير فإن الصيغة الإجمالية للاستر E هي نفس صيغة أندريد البوتانويك : $C_9H_{18}O_2$ ⇐ كتلته المولية : $M = 158g.mol^{-1}$

الجزء الثاني : من التحولات التلقائية الى التحولات القسرية

1-التحول التلقائي

1.1-إلكترود المرتبط بالمربط الموجب للامبير متر هو الكاثود وبالتالي صفيحة النحاس هو الكاثود.

1.2-حساب كمية الكهرباء Q :

وبجوار الكاثود يحدث تفاعل الاختزال التالي : $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$

بجوار الكاثود يحدث تفاعل الاختزال التالي : $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$

حصيلة التفاعل الذي يحدث : $Zn_{(s)} + Cu^{2+}{}_{(aq)} \rightarrow Zn^{2+}{}_{(aq)} + Cu_{(s)}$

الجدول الوصفي :

حالة المجموعة	$Zn_{(s)} + Cu^{2+}{}_{(aq)} \rightarrow$		$Zn^{2+}{}_{(aq)} + Cu_{(s)}$		كمية مادة é المتبادلة
البدئية	$n_i(Zn)$	$n_i(Cu^{2+})$	$n_i(Zn^{2+})$	$n_i(Cu)$	$n(é) = 0$
بعد تمام المدة Δt	$n_i(Zn) - x$	$n_i(Cu^{2+}) - x$	$n_i(Zn^{2+}) + x$	$n_i(Cu) + x$	$n(é) = 2x$

حسب الجدول لدينا :

$$2x = n(é) \text{ مع } n(é) = \frac{Q}{F} \text{ ومنه } Q = 2x.F$$

تغير كمية مادة Cu^{2+} : $\Delta n(Cu^{2+}) = n_i(Cu^{2+}) - x - n_i(Cu^{2+}) = -x$

تغير تركيز Cu^{2+} يكتب :

$$\Delta[Cu^{2+}] = \frac{\Delta n(Cu^{2+})}{V} \Rightarrow \Delta n(Cu^{2+}) = \Delta[Cu^{2+}].V$$

$$Q = 2x.F = 2.\left(-\Delta n(Cu^{2+})\right).F \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{Q = -2\Delta[Cu^{2+}].V.F}$$

ت.ع :

$$Q = -2 \times [2{,}5 \times 10^{-3} - 10^{-2}] \times 150 \times 10^{-3} \times 96500 \Rightarrow \boldsymbol{Q \approx 217C}$$

2-التحول القسري

2.1-تعين الإلكترود الذي يلعب دور الكاثود :

الصفيحة المرتبطة بالقطب السالب للوحة الشمسية هي الكاثود ، وبالتالي إلكترود الزنك هو الذي يلعب دور الكاثود.

2.2-المعادلة الحصيلة للتفاعل الكيميائي :

بجوار الأنود يحدث تفاعل الأكسدة : $Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$

بجوار الكاثود يحدث تفاعل الاختزال : $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$

حصيلة التفاعل الذي يحدث : $\boldsymbol{Zn^{2+}{}_{(aq)} + Cu_{(s)} \rightarrow Zn_{(s)} + Cu^{2+}{}_{(aq)}}$

2.3-حساب المدة Δt :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

حالة المجموعة	$Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)} \rightarrow Zn_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)}$				كمية مادة é المتبادلة
البدئية	$n_i(Zn^{2+})$	$n_i(Cu)$	$n_i(Zn)$	$n_i(Cu^{2+})$	$n(é) = 0$
بعد تمام المدة Δt	$n_i(Zn^{2+}) - x$	$n_i(Cu) - x$	$n_i(Zn) + x$	$n_i(Cu^{2+}) + x$	$n(é) = 2x$

لنحدد تركيز أيونات الزنك Zn^{2+} في اللحظة t=0 أي عند وضع قاطع التيار في الموضع 2 .

$$[Zn^{2+}]_i = [Zn^{2+}]_0 + \frac{Q}{2.F.V} = 10^{-2} + \frac{217}{2 \times 96500 \times 0,15} = 17,5.10^{-3} mol/L$$

من خلال نصف المعادلة : $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$ يتضح أن كمية مادة Zn^{2+} المتفاعلة :

$$n(Zn^{2+}) = \frac{n(e^-)}{2}$$

ومن خلال جدول تقدم التفاعل كمية مادة Z^{2+} المتفاعلة : $n(Zn^{2+}) = x$ إذن:

$$x = \frac{n(e^-)}{2}$$

ونعلم أن : $n(e^-) = \frac{I.\Delta t}{F}$ إذن $x = \frac{I.\Delta t}{2.F}$ كذلك من خلال جدول تقدم التفاعل :

$$[Zn^{2+}] = [Zn^{2+}]_i - \frac{x}{V}$$

أي : $[Zn^{2+}]_{\Delta t} = [Zn^{2+}]_i - \frac{I.\Delta t}{2.F.V} \Leftarrow [Zn^{2+}]_i - [Zn^{2+}]_{\Delta t} = \frac{I.\Delta t}{2.F.V}$

ومنه :

$$\Delta t = \frac{[Zn^{2+}]_i - [Zn^{2+}]_{\Delta t}}{I}$$

ت.ع:

$$\Delta t = \frac{2 \times 96500 \times 0,15}{15.10^{-3}} \times (17,5.10^{-3} - 5.10^{-3}) = 24125s \Rightarrow \Delta t = 6\,h\,42\,min\,5\,s$$

الفيزياء

تمرين 1 من تبدد الضوء الى الحيود

1-تبدد الضوء

1.1-تعبير طول الموجة :

$$n_R = \frac{\lambda_{0R}}{\lambda_R} \Rightarrow \lambda_R = \frac{\lambda_{0R}}{n_R}$$

1.2-حساب قيمة كل من A و B :

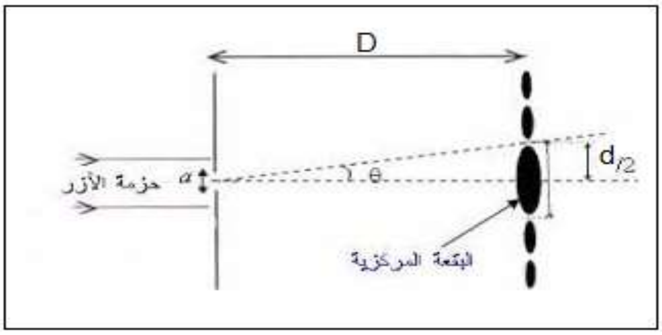
$$\begin{cases} n_R = A + \frac{B}{\lambda_{0R}^2} \\ n_V = A + \frac{B}{\lambda_{0V}^2} \end{cases} \Rightarrow n_R - n_V = \frac{B}{\lambda_{0R}^2} - \frac{B}{\lambda_0^2} = B\left(\frac{1}{\lambda_{0R}^2} - \frac{1}{\lambda_0^2}\right) \Rightarrow B = \frac{n_R - n_V}{\frac{1}{\lambda_{0R}^2} - \frac{1}{\lambda_0^2}}$$

$$B = \frac{1,51 - 1,52}{\frac{1}{0,768^2} - \frac{1}{0,434^2}} \Rightarrow B = 2,77.10^{-3}\,\mu m^2$$

لدينا : $n_R = A + \frac{B}{\lambda_{0R}^2}$ أي: $A = n_R - \frac{B}{\lambda_{0R}^2}$

$$A = 1{,}51 - \frac{2{,}77.10^{-3}}{0{,}768^2} \Rightarrow \boldsymbol{A \approx 1,50}$$

2-حيود الضوء :



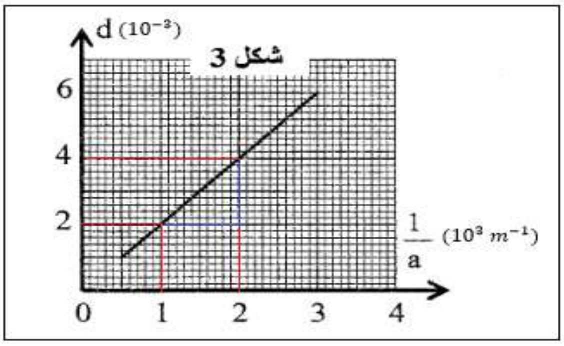
2.1-تعبير d عرض البقعة المركزية :

لدينا : $tan\theta = \frac{d/2}{D} = \frac{d}{2D}$

باعتبار الزاوية θ صغيرة نكتب : $tan\theta \approx \theta$ أي: $\theta = \frac{d}{2D}$

نعلم أن : $\theta = \frac{\lambda}{a}$ ومنه فإن : $\frac{d}{2D} = \frac{\lambda}{a}$ أي: $\boldsymbol{d = 2\lambda . D . \frac{1}{a}}$

2.2-تحديد λ طول الموجة :



معادلة المنحنى $d = f(\frac{1}{a})$ هي : $d = K.\frac{1}{a}$

المعامل الموجه : $K = \frac{\Delta d}{\Delta(\frac{1}{a})} = \frac{(4-2)\times 10^{-3}}{(2-1)10^{3}} = 2.10^{-6}\ m^2$

حيث : $2\lambda . D = K$ أي: $\lambda = \frac{K}{2D} = \frac{2.10^{-6}}{2\times 1{,}5} = 667\ .10^{-9}\ m$

$$\boldsymbol{\lambda = 667\ nm}$$

تمرين 2 : من الطاقة الشمسية الى الطاقة الكهربائية

1-شحن المكثف وتفريغه

1.1-موافقة كل جزء من المبيان بموضع قاطع التيار :

الجزء $(\boldsymbol{a})$ يوافق قاطع التيار في الموضع 2

الجزء $(\boldsymbol{b})$ يوافق قاطع التيار في الموضع 0

الجزء $(\boldsymbol{c})$ يوافق قاطع التيار في الموضع 1

- استنتاج I_0 :

$$\begin{cases} q(t) = I_0 . t \\ q(t) = C . u_C \end{cases} \Rightarrow I_0 . t = C . u_C \Rightarrow u_C = \frac{I_0}{C} . t \quad (1)$$

معادلة الدالة $u_C = f(t)$ هي : $u_C = k.t \quad (2)$ بتطابق العلاقتين (1) و (2) نجد : $\frac{I_0}{C} = k$ أي: $\boldsymbol{I_0 = k.C}$

ت.ع : $I_0 = \frac{2{,}25}{1{,}5} \times 0{,}1 \Rightarrow \boldsymbol{I_0 = 0,15\ A}$

1.2-المعادلة التفاضلية التي تحققها $q(t)$ شحنة المكثف :

أ-أثناء الشحن :

لدينا : $q(t) = I_0 . t$ أي : $dq = I_0 . dt$ مع : $I_0 = Cte$ ومنه : $\boldsymbol{\frac{dq}{dt} = I_0}$

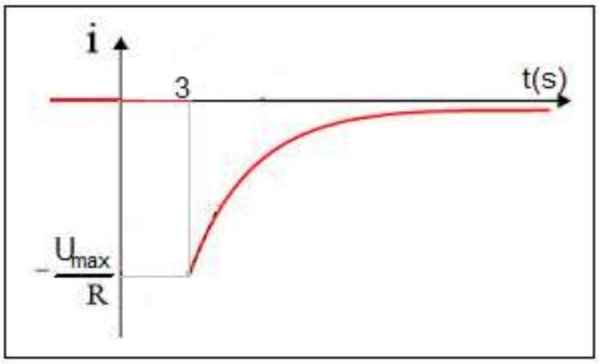
ب-خلال التفريغ :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_C = 0$ أي: $Ri + u_C = 0 \Leftarrow R.\frac{dq}{dt} + \frac{d}{C} = 0$ نستنتج : $\boldsymbol{R.C.\frac{dq}{qt} + q = 0}$

مع : $i = \frac{dq}{dt}$

1.3-استنتاج تعبير شدة التيار $i(t)$:

يحدث التفريغ خلال المجال $t \geq 3s$ حيث :



$$i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} = C.\frac{d}{dt}\left(U_m.e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}\right)$$

$$= C.U_m\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}$$

$$= -\frac{C.U_m}{\tau}.e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}$$

$$= -\frac{C.U_m}{R.C}.e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}$$

$$\boldsymbol{i(t) = -\frac{U_m}{R}.e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}}$$

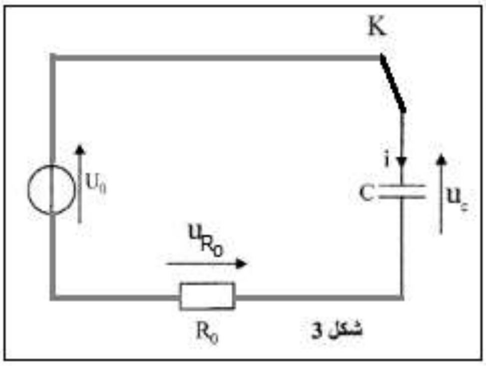
ت.ع : $i(t) = -\frac{2,25}{10}.e^{-\frac{(t-3)}{10\times 0,1}} \Rightarrow$

$$\boldsymbol{i(t) = -0,225.e^{-(t-3)}}$$

- تمثيل هيئة المنحنى $i = f(t)$ حيث $t \geq 3\ s$:.

2-شحن مكثف بواسطة رتبة توتر صاعدة

2.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :



حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_C = U_0$

$$R_0.i + u_C = U_0$$

مع : $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$ ومنه : $\boldsymbol{R_0.C\frac{du_C}{dt} + u_C = U_0}$

2.2-تحديد الثابتتين A و B :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $u_c(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

في النظام الدائم لدينا $t \to +\infty$ ومنه : $e^{-\frac{t}{\tau}} \to 0$ إذن : $u_c(t) \to B$

مقارب المنحنى $u_c(t)$ هو $u_c = U_0 = 2,25\ V$

نستنتج : $\boldsymbol{B = U_0 = 2,25\ V}$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا : $u_c(0) = A.e^0 + B = 0$

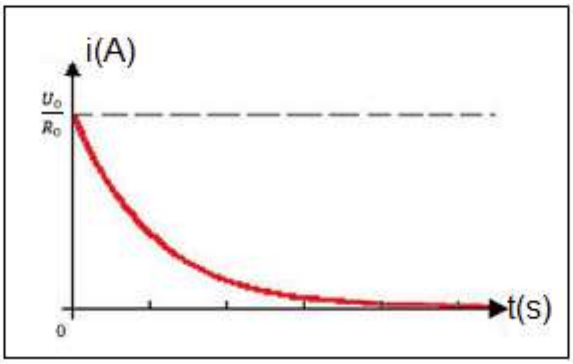
أي: $\boldsymbol{A = -B = -2,25\ V}$

2.3-تعبير شدة التيار $i(t)$ أثناء الشحن :

لدينا : $u_c(t) = -U_0.e^{-\frac{t}{\tau}} + U_0$ وبالتالي: $i(t) = C.\frac{du_C}{dt} = C.\left[-U_0\left(-\frac{1}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + 0\right] = \frac{C.U_0}{R_0.C}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

تعبير شدة التيار هو : $\boldsymbol{i(t) = \frac{U_0}{R_0}.e^{-\frac{t}{R_0C}}}$

ت.ع : $i(t) = \frac{2,25}{50}.e^{-\frac{t}{50\times 0,1}} \Rightarrow \boldsymbol{i(t) = 0,045.e^{-0,2.t}}$

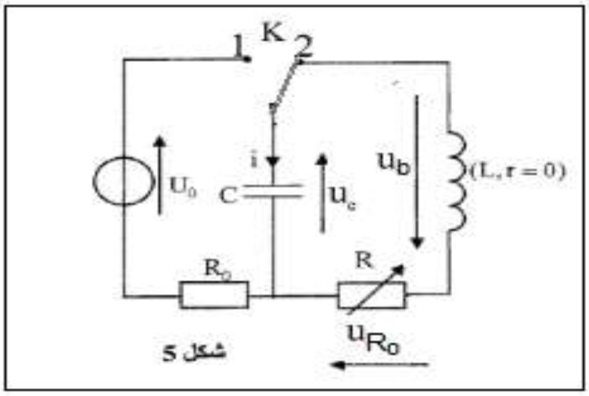


- تمثيل هيئة المنحنى $i(t)$:

باستعمال الشكل 2 نحدد المدة Δt الذي استغرقها الشحن الكلي لمكثف مريم

وهي : $\Delta t = 1,5\ s$ وتمثل مدة الشحن الكلي لمكثف أحمد نكتب :

أي: $\Delta t = 5\tau$ ومنه $5R_0.C = \Delta t$: $\boldsymbol{R_0 = \frac{\Delta t}{5C}} = \frac{1,5}{5\times 0,1} \Rightarrow \boldsymbol{R_0 = 3\ \Omega}$



3-التذبذبات في دارة RLC

3.1-أ- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_b + u_R + u_c = 0 \quad (1)$

حسب قانون أوم : $u_L = L.\frac{di}{dt} + ri = L\frac{di}{dt}$ لأن $r = 0$

$u_R = R_1.i = 0$ لأن $R_1 = 0$

المعادلة (1) تكتب : $L\frac{di}{dt} + u_c = 0$

مع : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$ و $\frac{di}{dt} = C.\frac{d^2u_c}{dt^2}$

تكتب المعاددلة التفاضلية على الشكل : $L.C\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$

أو : $\boldsymbol{\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{L.C}.u_c = 0}$

- إيجاد تعبير الدور الخاص :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $u_c = U_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$ بالاشتقاق نحصل على : $\frac{du_c}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}U_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$

بالاشتقاق مرة ثانية نحصل على : $\frac{d^2u_c}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_c(t) + \frac{1}{L.C}.u_c(t) = 0 \Leftarrow \left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{L.C}\right].\underbrace{u_c(t)}_{\neq 0} = 0$$

ومنه : $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{L.C} = 0$ أي: $\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{L.C}}$ وبالتالي : $\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}}$

- تحديد قيمة L :

لدينا : $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$ أي: $T_0^2 = 4\pi^2 L.C$ ومنه : $\boldsymbol{L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}}$

مبيانيا و حسب الشكل 6 الدور الخاص هو $T_0 = 1s$ ت.ع: $L = \frac{1^2}{4\pi^2 \times 0,1} \Rightarrow \boldsymbol{L = 0,25\ H}$

ب- حساب شدة التيار القصوى I_{max} :

حسب تعبير الطاقة الكلية : $E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.i^2 = cte$

عندما تكون E_e قصوية أي $E_e = \frac{1}{2}C.U_0^2$ تكون $i = 0$ وبالتالي : $E_T = \frac{1}{2}C.U_0^2$

وعندما تكون E_m قصوية أي: $E_m = \frac{1}{2}L.I_{max}^2$ تكون $u_c = 0$ وبالتالي : $E_T = \frac{1}{2}L.I_{max}^2$

نكتب من العبارتين : $\frac{1}{2}C.U_0^2 = \frac{1}{2}L.I_{max}^2$ أي : $I_{max}^2 = \frac{C}{L}.U_0^2$ نستنتج : $\boldsymbol{I_{max} = U_0\sqrt{\frac{C}{L}}}$

ت.ع : $I_{max} = 2,25 \times \sqrt{\frac{0,1}{0,25}} \Rightarrow \boldsymbol{I_{max} \approx 1,42\ A}$

3.2-إيجاد تعبير $\frac{dE_T}{dt}$:

حسب تعبير الطاقة الكلية للدارة : $E_T = \frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.i^2$ مع : $i = C\frac{du_c}{dt}$

$$E_T = \frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.C^2\left(\frac{du_c}{dt}\right)^2 \Leftarrow E_T = \frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.\left(C\frac{du_c}{dt}\right)^2$$

ننجز الاشتقاق ل E_T :

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.C^2\left(\frac{du_c}{dt}\right)^2\right] = \frac{1}{2}C.\frac{d}{dt}(U_c^2) + \frac{1}{2}L.C^2\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{du_c}{dt}\right)^2\right]$$

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{1}{2}C.\frac{d}{dt}\left(2u_c.\frac{du_c}{dt}\right) + \frac{1}{2}L.C^2\frac{d}{dt}\left[2\frac{du_c}{dt}.\frac{d^2u_c}{dt^2}\right] \Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = C.\frac{du_c}{dt}\left(u_c + L.C\frac{d^2u_c}{dt^2}\right)$$

$$\frac{dE_T}{dt} = i\left(u_c + L.C\frac{d^2u_c}{dt^2}\right) \qquad (1)$$

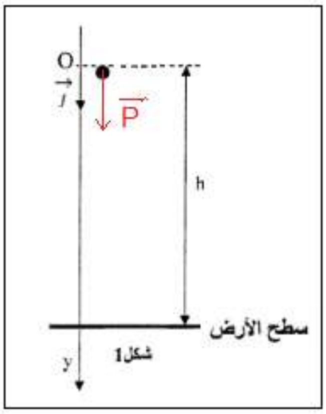
من خلال المعادلة التفاضلية $L.C.\frac{d^2u_c}{dt^2} + R_2.C.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ إذن : $L.C.\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = -R_2.C.\frac{du_c}{dt} = -R_2.i$

العلاقة (1) تكتب : $\boldsymbol{\frac{dE_T}{dt} = -R_2.i^2}$

تمرين 3

الجزء الاول : من السقوط الحر الى السقوط بالاحتكاك

1-دراسة حركة الكرية (a) في الهواء



1.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لمركز قصور الكرية :

المجموعة المدروسة : الكرية

جرد القوى : $\vec{P}$: وزنها فقط

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم $(O;\vec{j})$ المرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا .

$$\vec{P} = m.\vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Oy :

$P = m.a_y$ أي : $ma_y = mg$ ومنه : $\boldsymbol{\frac{dv}{dt} = g}$

1.2-حساب الارتفاع h :

سرعة الكرية : $v = g.t + v_0$ مع $v_0 = 0$

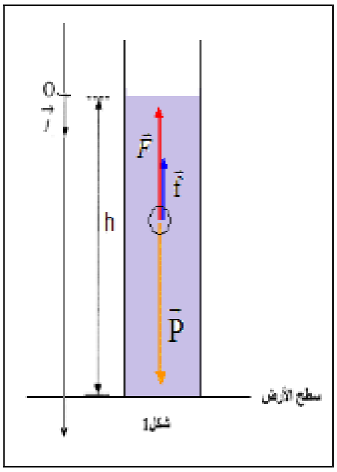
المعادلة الزمنية : $y = \frac{1}{2}gt^2 + y_0$ مع : $y_0 = 0$

تصل الكرية الى سطح الارض عند $t_a = 0{,}41\ s$ حيث : $y = h$ المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\boldsymbol{h = \frac{1}{2}gt_a^2}$$

ت.ع : $h = \frac{1}{2} \times 9{,}80 \times (0{,}41)^2 \Rightarrow \boldsymbol{h = 0{,}82\ m}$

2-دراسة حركة الكرية (b) في الماء :



$m.\frac{dv}{dt} \Leftarrow$

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لمركز قصور الكرية :

المجموعة المدروسة : الكرية (b)

جرد القوى :

$\vec{P}$: وزنها

$\vec{F}$: دافعة أرخميدس

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$ أي: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

الإسقاط على المحور Oy : $m.g - \rho.V.g - K.v^2 = P - F - f = m.a_G$

$$\frac{dv}{dt} = \left(1 - \frac{\rho.V}{m}\right)g - \frac{K}{m}.v^2$$

2.2-تحديد قيمة K بالاعتماد على الشكل 2 :

في النظام الدائم تصبح السرعة ثابتة : $v = v_l = cte$ ومنه : $\frac{dv}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية تكتب : $\left(1 - \frac{\rho.V}{m}\right)g - \frac{K}{m}.v_l^2 = 0$ نستنتج : $K = \frac{m.g\left(1 - \frac{\rho.V}{m}\right)}{v_l^2}$ أو : $K = g\frac{(m - \rho.V)}{v_l^2}$

مبيانيا حسب الشكل 2 نحصل على $v_l = 0{,}85\ m.s^{-1}$

ت. ع : $K = 9{,}80 \times \frac{(6.10^{-3} - 10^3 \times 2{,}57.10^{-6})}{(0{,}85)^2} = 4{,}56.10^{-2}\ kg.s^{-1}$

2.3-حساب $a_{th}(0)$ التسارع النظري لتسارع G :

عند $t = 0$ لدينا : $v(0) = 0$ المعادلة التفاضلية تكتب : $a_{th}(0) = \left(1 - \frac{\rho.V}{m}\right)g$

ت.ع : $a_{th}(0) = \left(1 - \frac{10^3 \times 2{,}57.10^{-6}}{6.10^{-3}}\right) \times 9{,}80 \Rightarrow a_{th} = 5{,}60\ m.s^{-2}$

- التحقق من توافق قيمة a_{th} مع قيمة a_{exp} القيمة التجريبية لتسارع G :

القيمة التجريبية لتسارع مركز قصور الكرية توافق المعامل الموجه لمماس المنحنى $v(t)$ عند اللحظة $t = 0$ حيث :

$a_{exp}(0) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0{,}56 - 0}{0{,}10 - 0} = 5{,}60\ m.s^{-2}$

نلاحظ أن قيمة $a_{th}(0)$ تتوافق مع قيمة $a_{exp}(0)$ أي: $a_{th}(0) \approx a_{exp}(0)$

3-الفرق بين مدتي السقوط :

3.1-التعبير عن المدة Δt :

- ليكن مدة سقوط الكرية t_1 (a) في الهواء بعد قطع الارتفاع $2h$: $2h = \frac{1}{2}gt_1^2$ بما أن $h = \frac{1}{2}gt_a^2$ (السؤال 1.2) نحصل على :

$2t_a^2 = t_1^2$ أي: $t_1 = t_a\sqrt{2}$

- ليكن مدة سقوط الكرية t_2 (b) في الماء بعد قطع الارتفاع $2h$: بحيث : $t_2 = t_b + \frac{h}{v_l}$

*t_b مدة السقوط خلال الارتفاع h الاول حيث تصل الى النظام الدائم .

* $t'_b = \frac{h}{v_l}$ مدة السقوط خلال الارتفاع h الثاني تكون حركتها مستقيمية منتظمة .

المدة الفاصلة بين لحظتي وصول الكرتين الى سطح الأرض : $\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = t_b + \frac{h}{v_l} - t_a\sqrt{2}$

3.2-حساب Δt :

$$\Delta t = 1{,}1 + \frac{0{,}82}{0{,}85} - 0{,}42\sqrt{2} \Rightarrow \Delta t \approx 1{,}48\ s$$

الجزء الثاني : من المدار الدائري المنخفض الى المدار الدائري المرتفع

1-تحديد بعد الثابتة G باستعمال معادلة الأبعاد :

حسب قانون التجاذب الكوني : $F = G\frac{m.M}{d^2}$ ومنه : $G = \frac{F.d^2}{m.M} \Leftarrow [G] = \frac{[F][L]^2}{[M]^2}$

لدينا : $F = m.a$ و $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \Leftarrow [a] = \frac{[L]}{[t]^2} = [L][T]^{-2}$ ومنه : $[F] = [M].[L][T]^{-2}$

$$[G] = \frac{[M].[L][T]^{-2}[L]^2}{[M]^2} \Rightarrow [G] = [L]^3.[T]^{-2}.[M]^{-1}$$

وحدة الثابتة G هي : $m^3.s^{-2}.kg^{-1}$

2-تعبير T_1 بدلالة r_1 و T_2 و r_2 .

تطبيق القانون الثالث لكيبلر على المدار المنخفض : $T_1^2 = Kr_1^3$

تطبيق القانون الثالث لكيبلر على المدار المرتفع : $T_2^2 = Kr_2^3$

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_1^3} \Rightarrow T_1^2 = \frac{T_2^2}{r_2^3}.r_1^3 \Rightarrow T_1 = T_2\sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3}$$

تطبيق عددي : $T_1 = 24\sqrt{\left(\frac{6700}{42400}\right)^3} \Rightarrow T_1 = 1{,}51\ h$

3-تعبير متجهة التسارع $\vec{a}_S$ للقمر (S) :

المجموعة المدروسة : القمر الإصطناعي (S)

جرد القوى : قوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الارض على القمر : $\vec{F}_{T/S} = -G\frac{m.M_T}{OE^2}.\vec{u}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F}_{T/S} = m.\vec{a}_S$ أي : $-G\frac{m.M_T}{OE^2}.\vec{u} = m.\vec{a}_S$ متجهة التسارع : $\vec{a}_S = -G\frac{M_T}{OE^2}.\vec{u}$

المنظم هو : $a_s = G.\frac{M_T}{OE^2}.\|\vec{u}\|$

أي: $a_S = G.\frac{M_T}{OE^2}$

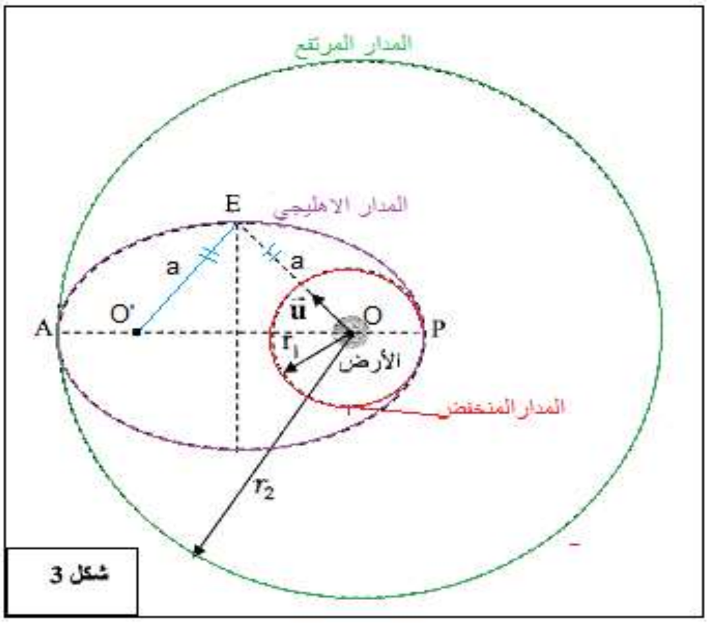
تحديد المسافة OE :

بما أن النقطة E تنتمي الى المحور الصغير للإهليج ، فإن : $OE = O'E$ حسب خاصية الاهليج فإن : $2a = OE + O'E$

النقطة E توجد على نفس المسافة من البؤرتين أي: $OE = O'E$ ومنه : $2OE = 2a$ أي :

$OE = a$

حسب خاصية الإهليج طول المحور الكبير :



شكل 3

$OA + O'A = 2a$ مع : $OA = r_1$ و $O'A = r_2$

ومنه : $r_1 + r_2 = 2a$

وبالتالي : $a = \frac{r_1+r_2}{2}$ أي : $OE = \frac{r_1+r_2}{2}$

التساع a_S يكتب : $a_S = G.\frac{M_T}{\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)^2} \Rightarrow \boldsymbol{a_s = 4G.\frac{M_T}{(r_1+r_2)^2}} \Rightarrow$

$$a_S = 6{,}67.10^{-11} \times \frac{6.10^{24}}{[(6700 + 42200) \times 10^3]^2} \Rightarrow \boldsymbol{a_S = 0{,}67\ m.s^{-2}}$$