

## عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof: Bensad salaheddine

الأستاذ: بنساعد صلاح الدين  
الأستاذ: محمد شرحبيلي

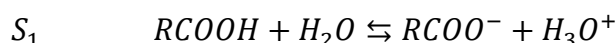
## الكيمياء

الجزء الأول التعرف على محلولين حمضين عن طريق المعايرة - تصنيع الإستر

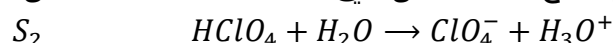
التعرف على محلولين حمضين عن طريق المعايرة

1-1. معادلة تفاعل كل حمض مع الماء

- تفاعل الحمض الكربوكسيلي مع الماء تفاعل غير كلي معادلته

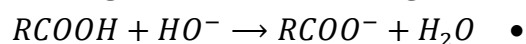


- تفاعل حمض بيركلوريك مع الماء تفاعل كلي لأن  $\tau = 1$  معادلة تفاعل:

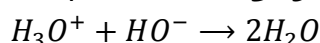


1-2. معادلة تفاعل المعايرة بالنسبة لكل حمض

- تفاعل المعايرة بالنسبة للحمض الكربوكسيلي  $RCOOH$



- تفاعل المعايرة بالنسبة للحمض بيركلوريك

حمض بيركلوريك يتفاعل كلياً مع الماء ليعطي أيونات  $H_3O^+$  ومنه فإن تفاعل المعايرة يحدث فيهذه الحالة بين أيونات  $H_3O^+$  وأيونات  $HO^-$  حسب المعادلة التالية

1-3. تحديد pH التكافؤ بالنسبة لكل خليط

الطريقة المتبعة هي طريقة المماسات (انظر الدرس )

- بالنسبة للمنحنى A  $pH_{EA} = 7$

- بالنسبة للمنحنى B  $pH_{EB} = 8,5$

**هام** تفاعل الحمض الكربوكسيلي مع الماء تفاعل غير كلي (حمض ضعيف) وهذا يعني أن  $pH_E > 7$  وذلك لأننا نحصل عند التكافؤ أثناء معايرة حمض ضعيف بواسطة قاعدة قوية على محلول قاعدي ( $pH_E > 7$ )، ومنه فإن

المنحنى B يوافق معايرة المحلول  $S_1$ 1-4. تركيز المحلولين  $S_1$  و  $S_2$ نحصل على التكافؤ عند إضافة الحجم  $V_{bE}$  من محلول هيدروكسيد الصوديوم :

- بالنسبة لمعايرة المحلول  $S_1$   $V_{bE1} = 16mL$  بتطبيق علاقة التكافؤ  $C_1 = \frac{C_b \cdot V_{bE1}}{V} = 1,6 \cdot 10^{-1} mol/L$

- بالنسبة لمعايرة المحلول  $S_2$   $V_{bE2} = 10mL$  بتطبيق علاقة التكافؤ  $C_2 = \frac{C_b \cdot V_{bE2}}{V} = 1 \cdot 10^{-1} mol/L$

1-5. تحديد قيمة  $pK_A$  للمزدوجة  $RCOOH/RCOO^-$ 

الجدول الوصفي

$RCOOH + H_2O \rightleftharpoons RCOO^- + H_3O^+$					
كميات المتفاعلة بالمول					تقدم التفاعل
$n_0(RCOOH)$	بوفرة	0	0	0	ح البدئية
$n_0(RCOOH) - x$	بوفرة	x	x	x	ح الوسطية
$n_0(RCOOH) - x_f$	بوفرة	$x_f$	$x_f$	$x_f$	ح النهائية

## عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof: Bensad salaheddine

الأستاذ: بنساعد صلاح الدين  
الأستاذ: محمد شرحبيلي

$$K_A = \frac{[RCOO^-]_{\acute{e}q} \cdot [H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[RCOOH]_{\acute{e}q}} \quad \text{تعبير ثابتة الحمضية}$$

من خلال الجدول الوصفي

$$[RCOO^-]_{\acute{e}q} = [H_3O^+]_{\acute{e}q} \quad \text{و منه} \quad n_{\acute{e}q}(RCOO^-) = x_f \quad \text{و} \quad n_{\acute{e}q}(H_3O^+) = x_f \quad \text{لدينا}$$

$$\text{و} \quad n_r(RCOOH) = n_0(RCOOH) - x_f \quad (\text{كمية المادة المتبقية من الحمض الكربوكسيلي})$$

$$[RCOOH]_{\acute{e}q} = C_1 - [H_3O^+]_{\acute{e}q} \quad \text{هو: التركيز المولي الفعلي للكمية المتبقية}$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q}^2}{C_1 - [H_3O^+]_{\acute{e}q}} \quad \text{يصبح تعبير ثابتة الحمضية كالتالي:}$$

**هام**

تركيز أيونات  $H_3O^+$  يتم تحديدها من  $pH$  المحلول  $S_1$ ، أي قيمة  $pH$  الموافقة للحجم  $V_b = 0mL$  بالنسبة للمنحنى  $B$  إذن  $pH_0 \approx 2,5$

$$pK_A = -\log K_A = -\log \left( \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q}^2}{C_1 - [H_3O^+]_{\acute{e}q}} \right)$$

$$pK_A = -\log \left( \frac{10^{-5}}{1,6 \cdot 10^{-1} - 10^{-2,5}} \right) = 4,2 \quad \text{ت ع}$$

**تصنيع الإستر**

2. تصنيع إستر انطلاقا من الحمض الكربوكسيلي السابق

2-1. انطلاقا من الإستر الناتج، نستنتج أن الحمض الكربوكسيلي هو حمض البنزويك صيغته الكيميائية هي:  $C_6H_5COOH$

2-2. كمية مادة الإستر المتكون

يمكن الاستعانة بجدول وصفي فنجد:

$$n_r(RCOOH) = n_0(RCOOH) - x_f \quad (\text{كمية مادة حمض البنزويك المتبقية})$$

$$x_f = n_f(\text{الإستر}) = \text{كمية مادة الإستر المتكون و منه فان:}$$

$$n_f(\text{الإستر}) = n_0(RCOOH) - n_r(RCOOH)$$

$$n_f(\text{الإستر}) = 8,2 \cdot 10^{-3} - 2,4 \cdot 10^{-3} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \quad \text{ت ع}$$

2-3. مردود التصنيع

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{th}} = \frac{n_f(\text{الإستر})}{n_{max}(\text{الإستر})} = \frac{5,8 \cdot 10^{-3}}{8,2 \cdot 10^{-3}} = 0,71 = 71\% \quad \text{نعلم أن}$$

### الجزء الثاني عمود كهربائي بالتركيز

**هام**

- عمود التركيز لا ينتج تيار كهربائي إلا إذا كان اختلاف في تركيز بين الكأسين حيث تنتقل الإلكترونات من الكأس ذات التركيز الصغير إلى الكأس ذات التركيز الكبير
- عندما يصبح نفس التركيز في الكأسين فإن التيار الكهربائي ينعدم فنقول أن المجموعة في حالة توازن، و منه فإن تحديد ثابتة التوازن يعتمد على معطيات التجربة b

1. ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة التفاعل

$$K = \frac{[Cu^{2+}_2]}{[Cu^{2+}_1]} = \frac{C_2}{C_1} = 1 \quad \text{إذن: } I = 0 \quad \text{المجموعة في حالة توازن كيميائي أي}$$

## عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورة العادية 2011 علوم رياضية

Prof: Bensad salaheddine

الأستاذ: بنساعد صلاح الدين  
الأستاذ: محمد شرحبيلي

-2

2-1. تحديد قطبية العمود

$$Q_{r,i} = \frac{[Cu^{2+}_2]_i}{[Cu^{2+}_1]_i} = \frac{0,1}{0,01} = 10$$

نلاحظ أن:  $Q_{r,i} > K$  ، إذن المجموعة ستتطور في المنحى المعاكس أي منحى تكون أيونات  $Cu^{2+}_1$  في

الكأس 1 ، وهكذا فنصف المعادلة التي تحدث في الكأس 1 هي :  $Cu_{1(s)} \rightleftharpoons Cu_{1(aq)}^{2+} + 2e^-$

و هكذا فإن الإلكترونات تنتقل عبر الدارة الخارجية من الصفيحة  $L_1$  نحو الصفيحة  $L_2$  و من تم فالصفيحة

$L_1$  تمثل القطب السالب و الصفيحة  $L_2$  تمثل القطب الموجب.

2-2. تعبير التقدم x للتفاعل بدلالة الزمن

$$Q = n(e^-) \cdot F = I \cdot \Delta t \quad \text{لدينا} \quad n(e^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F} \quad \text{نضع} \quad \Delta t = t \quad \text{مدة الاشتغال و} \quad I = I_1$$

من خلال نصف المعادلة  $Cu_{1(s)} \rightleftharpoons Cu_{1(aq)}^{2+} + 2e^-$  و الجدول الوصفي نجد  $n(e^-) = 2x$  ومنه

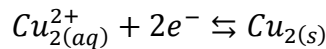
$$x = \frac{n(e^-)}{2} = \frac{I_1 \cdot t}{2F}$$

$$x = \frac{0,140}{2 \cdot 96500} t = 7,25 \cdot 10^{-7} \cdot t \quad \text{ت ع}$$

انتباه حساب نسبة التقدم  $\tau$  وليس تقدم التفاعل فقط

$$\tau = \frac{x}{x_{max}} \quad \text{لدينا}$$

لتحديد  $x_{max}$  ينبغي اعتماد نصف المعادلة الكيميائية التي تحدث في الكأس 2 ، حيث أن المتفاعل المحد هو  $Cu_{2(aq)}^{2+}$ :



$$x_{max} = C_2 \cdot V_2$$

$$\tau = \frac{I_1 \cdot t}{2F \cdot C_2 \cdot V_2} \quad \text{لدينا:} \quad x(t = 30min) = \frac{I_1 \cdot t}{2F}$$

$$\tau = \frac{0,140 \cdot 30 \cdot 60}{2 \cdot 96500 \cdot 0,1 \cdot 0,05} = 0,26 = 26\% \quad \text{ت ع}$$

2-3. تحديد قيمة التركيزين

الجدول الوصفي

$Cu_1 + Cu_2^{2+} \rightleftharpoons Cu_2 + Cu_1^{2+}$					
كميات المادة بالمول				تقدم التفاعل	
$n_0(Cu_1)$	$C_2 V_2$	$n_0(Cu_2)$	$C_1 V_1$	0	ح البدئية
$n_0(Cu_1) - x$	$C_2 V_2 - x$	$n_0(Cu_2) + x$	$C_1 V_1 + x$	x	ح الوسطية
$n_0(Cu_1) - x_f$	$C_2 V_2 - x_f$	$n_0(Cu_2) + x_f$	$C_1 V_1 + x_f$	$x_f$	ح النهائية

$$K' = \frac{1}{K} = \frac{[Cu^{2+}_1]_{\acute{e}q}}{[Cu^{2+}_2]_{\acute{e}q}} = 1 \quad \text{بحيث} \quad K' \quad \text{بالرمز} \quad \text{هذا التفاعل بالرمز} \quad K' \quad \text{نرمز لثابتة هذا التفاعل}$$

من خلال الجدول الوصفي نجد:

$$[Cu^{2+}_2]_{\acute{e}q} = \frac{C_2 V_2 - x_f}{V_2}$$

$$[Cu^{2+}_1]_{\acute{e}q} = \frac{C_1 V_1 + x_f}{V_1}$$

عند التوازن (عند استهلاك العمود) يتحقق لدينا  $[Cu^{2+}_2]_{\acute{e}q} = [Cu^{2+}_1]_{\acute{e}q}$

## عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورة العادية 2011 علوم رياضية

Prof: Bensad salaheddine

الأستاذ: بنساعد صلاح الدين

الأستاذ: محمد شرحبيلي

$$V_2 = V_1 \text{ و بما أن } \frac{C_2 V_2 - x_f}{V_2} = \frac{C_1 V_1 + x_f}{V_1}$$

$$\text{إذن: } C_2 V_2 - x_f = C_1 V_1 + x_f$$

$$\text{أي: } \left( \text{لأن } V_2 = V_1 \right) \frac{x_f}{V_1} = \frac{(C_2 - C_1)}{2}$$

$$\text{ومنه: } [Cu^{2+}]_{\acute{e}q} = \frac{C_1 V_1 + x_f}{V_1} = C_1 + \frac{(C_2 - C_1)}{2} = \frac{C_2 + C_1}{2}$$

$$\text{ت ع: } [Cu^{2+}]_{\acute{e}q} = \frac{0,1 + 0,01}{2} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\text{لدينا: } [Cu^{2+}]_{\acute{e}q} = [Cu^{2+}]_{\acute{e}q} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

## الفيزياء النووية

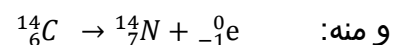
## التأريخ بالكربون



- انحفاظ العدد الإجمالي للنويات:  $A = 14 - 0 = 14$

- انحفاظ الشحنة الكهربائية:  $Z = 6 + 1 = 7$

إذن النواة المتولدة  ${}^4_2Y$  هي  ${}^{14}_7N$



حسب مخطط سيغري نجد أن  $Z'=5$  ومنه نجد:  $Z=6-5=1$  (انحفاظ الشحنة الكهربائية)

و بالتالي فالإشعاع الناتج عن هذا التحول هو  $\beta^+$  ( ${}^0_1e$ )

ومنه نجد  $A'=11-0=11$



## 2. استغلال مخطط الطاقة :

1-2. طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة الكربون 14

$$E = \frac{E_L({}^{14}_6C)}{A} = \frac{13146,2 - 13047,2}{14}$$

$$\text{ت ع } E = 7,08 \approx 7,1 \text{ Mev/nucleon}$$

2-2. القيمة المطلقة للطاقة الناتجة عن تفتت الكربون 14

انطلاقا من مخطط الطاقة نستنتج أن القيمة المطلقة الناتجة عن تفتت نواة الكربون 14 هي:

$$E = 13047,1 - 13044,3 = 2,8 \text{ Mev}$$

## 3. تحديد عمر قطعة خشب

3-1 تحديد عدد نوى الكربون الموجودة في القطعة ذات الكتلة  $m = 0,295 \text{ g}$

نعبر عن عدد نوى الكربون بالعلاقة التالية  $N(C) = \frac{m(C) \cdot N_A}{M(C)}$  حيث  $m(C) = \frac{51,2m}{100}$  تمثل كتلة الكربون

الموجودة في الكتلة  $m = 0,295 \text{ g}$  ومنه فإن  $N(C) = \frac{51,2 \cdot m \cdot N_A}{100M(C)}$

$$\text{ت ع } N(C) = \frac{51,2 \cdot 0,295 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{100M(C)} = 7,58 \cdot 10^{21}$$

تحديد عدد نوى الكربون 14 الموجودة في القطعة ذات الكتلة  $m = 0,295 \text{ g}$

## عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof: Bensad salaheddine

الأستاذ: بنساعد صلاح الدين  
الأستاذ: محمد شرحبيلي

$$N({}^{14}_6C)_0 = 1,2 \cdot 10^{-12} \cdot N(C) \text{ ومنه فإن } \frac{N({}^{14}_6C)_0}{N(C)} = 1,2 \cdot 10^{-12} \text{ وتبقى ثابتة ومنه فإن } N({}^{14}_6C)_0 = 9,1 \cdot 10^9 \text{ ت ع}$$

## 3-2 عمر قطعة الخشب

بتطبيق قانون التناقص الإشعاعي نجد  $a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t}$  عند اللحظة  $t$  التي تمثل عمر الخشب القديم لدينا:  $a(t) = \frac{14}{60} Bq$  (عدد التفتتات في الثانية الخاصة بالكربون 14)

$$a_0 = \lambda \cdot N({}^{14}_6C)_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N({}^{14}_6C)_0$$

$$a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t} = \lambda \cdot N({}^{14}_6C)_0 \cdot e^{-\lambda t} \text{ ومنه:}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda \cdot N({}^{14}_6C)_0}{a(t)} = e^{\lambda t}$$

$$\Leftrightarrow \ln \left( \frac{\lambda \cdot N({}^{14}_6C)_0}{a(t)} \right) = \lambda t$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{\lambda} \ln \left( \frac{\lambda \cdot N({}^{14}_6C)_0}{a(t)} \right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \left( \frac{\ln 2 \cdot N({}^{14}_6C)_0}{t_{1/2} \cdot a(t)} \right)$$

$$t = \frac{5730}{\ln 2} \cdot \ln \left[ \frac{\ln 2 \cdot 9,1 \cdot 10^9 \cdot 60}{5730 \cdot 3,15 \cdot 10^7 \cdot 1,4} \right] = 3340 \text{ans}$$

ت ع:

## الكهرباء

## 1. التذبذبات الكهربائية في حالة مقاومة الوشيعة مهملة

1-1. بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد:  $u_L + u_C = 0$ 

$$L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$(1) \quad L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

نقوم باشتقاق العلاقة 1 بالنسبة للزمن فنجد:

$$\frac{d}{dt} \left( L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \right) = 0 \Rightarrow L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C} \frac{d(q)}{dt} = 0$$

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{C} = 0 \text{ ومنه:}$$

وبالتالي: فإن  $\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{LC} = 0$  هي المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي

1-2. استغلال الشكلين 1 و 2 (مقاومة الوشيعة مهملة)

أ. الطاقة الكلية الدارة عند اللحظة هي:  $E_T = E_m + E_e$ عند اللحظة  $t = \frac{0,01}{2}$  تكون الطاقة المخزونة في الوشيعة قصوى و الطاقة المخزونة في المكثف منعدمة ومنه

$$E_T = E_m = 5,8 \cdot 10^{-7} \text{ J} \text{ فإن:}$$

الطاقة المخزونة في الدارة تتحفظ فإن  $E_T = E_m + E_e = E_{m,\max} = E_{e,\max}$  ومنه فإن

$$E_T = E_{e,\max} = \frac{1}{2} C U_0^2 \Rightarrow U_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_T}{C}}$$

$$U_0 = 12V \text{ ت ع}$$

## عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof: Bensad salaheddine

الأستاذ: بنساعد صلاح الدين

الأستاذ: محمد شرحبيلي

ب. قيمة  $L$  معامل تحريض الوشيعة

بما أن الطاقة المخزونة في الدارة تتحفظ فإن  $E_T = E_{m,max}$  ومنه فإن

$$E_T = \frac{1}{2} L I_{max}^2 \Rightarrow L = \frac{2E_T}{I_{max}^2}$$

لدينا  $I_{max} = 30mA$  من خلال منحنى الشكل 2

$$L = \frac{2 \cdot 5,8 \cdot 10^{-7}}{9 \cdot 10^{-4}} = 1,29 \cdot 10^{-3} \approx 1,3 \cdot 10^{-3} H \quad \text{ت ع}$$

2. استجابة وشيعة ذات مقاومة مهملة لرتبة توتر

2-1. المعادلة التفاضلية في المجال  $0 \leq t \leq \frac{T}{2}$

بتطبيق قانون اضافة التوترات نجد  $u_R + u_L = E$

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = E \quad \text{ومنه}$$

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = \frac{E}{L} \quad \text{وبالتالي:}$$

2-2. المنحنى الموافق لكل توتر

أ. من خلال حل المعادلة التفاضلية  $i(t) = I_p(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  نلاحظ  $i(0) = 0$  وبالتالي فإن  $u_R(0) = R \cdot i(0) = 0$

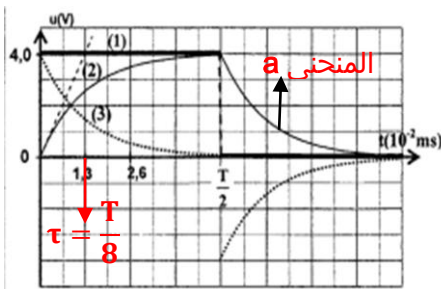
إذن المنحنى 2 يوافق التوتر  $u_R$

وبما أن  $u_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{I_p}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$  ومنه فإن

$$u_L(0) = L \frac{I_p}{\tau} \neq 0 \quad \text{إذن المنحنى 3 يوافق التوتر } u_L$$

ب. نعلم أن  $\tau = \frac{L}{R}$  وبالتالي فإن

$$I_p = \frac{E}{R} \quad \text{ت ع} \quad I_p = 4 \cdot 10^{-2} A \quad \text{ومنه فإن } u_L(0) = R \cdot I_p = E$$



الشكل 4

2-3. تعبير شدة التيار الكهربائي في المجال  $\frac{T}{2} \leq t \leq T$

$$i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{لدينا}$$

لنحدد أولا تعبير  $A$  بالإعتماد على المنحنى a أنظر الشكل 4

العلاقة بين ثابتة الزمن  $\tau$  و الدور  $T$  من خلال الشكل 4 أنظر الشكل  $\tau = \frac{T}{8}$

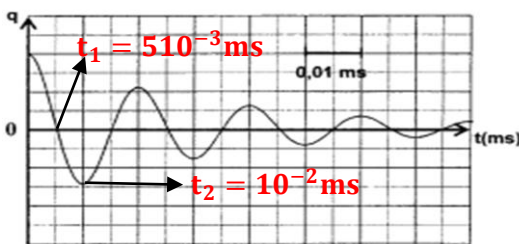
$$i\left(\frac{T}{2}\right) = A e^{-\frac{t}{\tau}} = A e^{-\frac{T/2}{T/8}} = A e^{-4} = \frac{E}{R} \Rightarrow A = \frac{E}{R} e^4$$

$$i(t_1) = \frac{E}{R} e^4 e^{-\frac{t_1}{\tau}} \quad \text{ومنه فإن}$$

$$\frac{t_1}{\tau} = 6 \quad \text{مع } i(t_1) \text{ في } t_1 = \frac{3T}{4}$$

$$\frac{E}{R} = I_p \quad \text{مع } i(t_1) = \frac{E}{R} e^4 e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{E}{R} e^4 e^{-6} = \frac{E}{R} e^{-2}$$

$$i(t_1) = I_p e^{-2} \quad \text{وبالتالي}$$



الشكل (5)

3. التذبذبات في حالة وشيعة ذات مقاومة غير مهملة

3-1. تكون الطاقة المخزونة في الوشيعة قصوى عندما تكون

الطاقة المخزونة في المكثف منعدمة أي  $u_C = 0$  أو  $q = 0$

عند  $t_1 = 510^{-3} ms$  و بالتالي الطاقة المخزونة في

الدارة هي الطاقة المخزونة في الوشيعة ، حيث تكون الطاقة

المخزونة في الوشيعة عند هذه اللحظة قصوى (أنظر الشكل)

(أ) صحيح بينما (ب) خطأ

## عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورة العادية 2011 علوم رياضية

Prof: Bensad salaheddine

الأستاذ: بنساعد صلاح الدين

الأستاذ: محمد شرحبيلي

عند اللحظة  $t_2 = 10^{-2} \text{ms}$  لدينا  $q = -q_{max}$  ومنه الطاقة المخزونة في المكثف قصوى وبالتالي الطاقة المخزونة في الوشيجة دنيا . (ج) خطأ بينما (د) صحيح  
3-2. المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف:

$$u_L + u_C = 0 \quad \text{لدينا:}$$

$$ri + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{dq}{dt} \quad \text{و} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad \text{نعلم أن}$$

$$r \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{إذن بالتعويض نحصل على:}$$

$$(1) \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0 \quad \text{و منه:}$$

$$(2) \quad \frac{d^2q}{dt^2} + 2\lambda \frac{dq}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot q = 0 \quad \text{لدينا:}$$

بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نجد:

$$\lambda = \frac{r}{2L} \quad \text{و} \quad \frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{1}{LC} \quad \text{أي} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{الدور الخاص للدائرة.}$$

3-3. الشرط الذي يجب أن تحققه المقاومة لكي تكون  $T \approx T_0$

$$\text{من خلال العلاقة} \quad T = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{\lambda^2}{4\pi^2}}} \quad \text{يجب أن تكون} \quad \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \quad \text{مهمله أمام} \quad \frac{1}{T_0^2} :$$

$$\frac{\lambda^2}{4\pi^2} \ll \frac{1}{T_0^2}$$

$$\frac{r^2}{4L^2} \ll \frac{4\pi^2}{T_0^2} \quad \text{بتعويض} \quad \lambda^2 \quad \text{بتعبيرها نحصل على:}$$

$$\frac{r^2}{4L^2} \ll \frac{1}{LC}$$

$$r^2 \ll \frac{4L}{C}$$

$$r \ll 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

## الميكانيك

## الجزء الأول دراسة حركة متزلج

1. يغادر المتزلج السكة عند اللحظة  $t = 0$  بسرعة  $v_0$

1-1. المعادلة التفاضلية التي تحققها إحدائيات متجهة السرعة

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \quad \text{بتطبيق قانون الثاني لنيوتن نجد}$$

المتزلج في سقوط حر يخضع لوزنه  $\vec{P}$  فقط

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

$$a_x = 0 \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = 0$$

الإسقاط على المحور  $(0; i)$  نجد

$$a_y = -g \Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = -g$$

الإسقاط على المحور  $(0; j)$  نجد

## عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof: Bensad salaheddine

الأستاذ: بنساعد صلاح الدين  
الأستاذ: محمد شرحبيلي

### 1-2. معادلة المسار

المعادلة الزمنية التي يحققها الأرتوب  $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y} \cdot t + y_0$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأفصول  $x(t) = v_{0x} \cdot t + x_0$

بالاعتماد على الشروط البدئية نجد: احداثيات مركز قصور الكرة في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t & 1 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t & 2 \end{cases}$$

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن بين المعادلتين الزميتين 1 و 2 حيث  $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha$$

### 2. القيمة الدنيا $h_{min}$ للارتفاع لكي لا يسقط في بركة الماء

لكي لا يسقط المتزحلق في بركة الماء يجب أن يسقط على الأقل عند النقطة B ذات الأفصول  $x_B = d = 10m$  و أرتوبها  $y_B = -H$ .

ليسقط المتزحلق في النقطة B ينبغي أن يصل إلى النقطة O بسرعة  $v_0 = \sqrt{2gh_{min}}$

بتعويض  $x_B = 10m$  و  $y_B = -H$  في معادلة المسار نحصل على:  $-H = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_B^2 + \tan \alpha \cdot x_B$

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_B^2 = H + x_B \cdot \tan \alpha \quad \text{إذن:}$$

$$v_0^2 = 2gh_{min} \quad \text{لدينا في هذه الحالة:}$$

$$\frac{x_B^2}{4h_{min} \cos^2 \alpha} = H + x_B \cdot \tan \alpha \quad \text{و منه بعد التعويض:}$$

$$h_{min} = \frac{x_B^2}{4(H + x_B \cdot \tan \alpha) \cos^2 \alpha} \quad \text{و بالتالي:}$$

$$h_{min} = \frac{100}{4(0,5 + 10 \cdot \tan 30) \cos^2 30} \approx 5,3m \quad \text{ت ع:}$$

### الجزء الثاني السقوط الرأسى لكرية فلزية

#### 1. دراسة حركة الكرية في الهواء :

تخضع الكرية إلى وزنه  $\vec{P}$  و تأثير الهواء  $\vec{R}$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \quad \text{1-1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد}$$

$$1 \quad mg - R = ma \Rightarrow R = m(g - a) \quad \text{الإسقاط على المحور Ox نجد:}$$

أثناء سقوط الكرية في الهواء يكون تسارعها ثابت لأن شدة القوة  $\vec{R}$  ثابتة حيث تكون المعادلة الزمنية للحركة

$$v(t) = at + v_0 t \quad \text{من خلال المنحني } v_0 = 0 \text{ و منه فإن } v(t) = at$$

عند اللحظة  $t_1$  نجد  $v_1 = at_1 \Rightarrow a = \frac{v_1}{t_1}$  نعوض في العلاقة 1 نجد

$$R = m \left( g - \frac{v_1}{t_1} \right) = \rho_1 \cdot V \left( g - \frac{v_1}{t_1} \right)$$

#### 1-2. استغلال المنحني لحساب شدة القوة $\vec{R}$

تصل الكرية إلى سطح الماء عند اللحظة  $t_1$  بسرعة قصوى، وبعدها يبدأ تناقص سرعتها بفعل دافعة أرخميدس

عند اللحظة  $t_1 = 0,35s$  نجد قيمة السرعة هي  $v_1 = 3m/s$

$$R = \rho_1 \cdot V \left( g - \frac{v_1}{t_1} \right) = 2700 * 4,20 \cdot 10^{-6} \left( 9,80 - \frac{3}{0,35} \right) \approx 1,4 \cdot 10^{-2} N \quad \vec{R} \text{ حساب شدة القوة}$$



## عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof: Bensad salaheddine

الأستاذ: بنساعد صلاح الدين

الأستاذ: محمد شرحبيلي

2. دراسة حركة الكرة داخل السائل اللزج

2-1. المعادلة التفاضلية الحرفية التي تحققها السرعة  $v$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد}$$

$$mg - f - F = ma \quad \text{الإسقاط على المحور Ox نجد:}$$

$$\rho_1 V g - kv - \rho_2 g V = \rho_1 V \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) - \frac{k}{\rho_1 V} v$$

2-2. التحقق من صحة المعادلة التفاضلية 1

$$g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = 9,8 \left(1 - \frac{1,26}{2,70}\right) \approx 5,2 m/s^2 \quad \text{لدينا} \quad g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

$$\frac{k}{\rho_1 V} \quad \text{تحديد قيمة المقدار}$$

تصل الكرة عند اللحظة  $t_f \approx 0,54s$  إلى السرعة الحدية  $v_l \approx 0,2m/s$  حيث  $\frac{dv_l}{dt} = 0$  و بالتالي

$$v_l = \frac{g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}{\frac{k}{\rho_1 V}} \Rightarrow \frac{k}{\rho_1 V} = \frac{5,2}{0,2} = 26$$

$$\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26v \quad \text{و بالتالي فإن}$$

2-3. تحديد k

بالاعتماد على معادلة الأبعاد نجد:

$$[k] = \frac{[f]}{[v]} = \frac{[M][a]}{[v]} = \frac{[M][L][t]^{-2}}{[L][t]^{-1}} = [M][t]^{-1}$$

إذن وحدة k هي:  $kg \cdot s^{-1}$

تحديد قيمة K

$$\frac{k}{\rho_1 V} = 26 \Rightarrow k = 26 \rho_1 V = 26 * 2,70 \cdot 10^3 * 4,20 \cdot 10^{-6} \approx 0,3 kg/s$$

2-4. طريقة أولير

يحدد التسارع عند اللحظة  $t_i$  من خلال المعادلة التفاضلية  $a_i = 5,2 - 26v_i$

يعبر عن السرعة في اللحظة  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  بالعلاقة التالية:

$$v_{i+1} = a_i \Delta t + v_i = (5,2 - 26v_i) \Delta t + v_i = 5,2 \Delta t + v_i (1 - 26 \Delta t)$$

$$v_{i+1} = v_i (1 - 26 \Delta t) + 5,2 \Delta t \quad \text{و منه فإن}$$

$$v_{i+1} = 2,38(1 - 26 * 5,00 \cdot 10^{-3}) + (5,2 * 5,00 \cdot 10^{-3}) = \quad \text{ت ع:}$$

$$v_{i+1} \approx 2,096 m/s \quad \text{ت ع} \quad \text{و منه} \quad v_i = 2,38 m/s \quad \text{و} \quad \Delta t = 5ms \quad \text{باستعمال}$$