

المظاهر الطاقية

1. شغل قوة:

1.1. شغل قوة ثابتة:



- شغل قوة \vec{F} مطبقة على جسم صلب في إزاحة مستقيمة يساوي الجداء السلمي لمتجهة القوة و متجهة انتقال نقطة تأثيرها

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overline{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}, \overline{AB}) = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

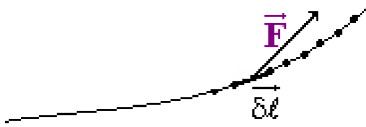
\overline{AB} : متجهة انتقال نقطة تأثير القوة \vec{F} بين الموضعين A و B

1.2. الشغل الجزئي لقوة غير ثابتة:

- الشغل الجزئي الذي تنجزه القوة \vec{F} خلال الانتقال الجزئي $\delta \ell$ $\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \delta \ell$

- الشغل الكلي بين الموضعين A و B للقوة \vec{F} هو مجموع الأشغال الجزئية

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \sum \delta W(\vec{F}) = \sum \vec{F} \cdot \delta \ell = \vec{F} \cdot \sum \delta \ell$$



1.3. شغل قوة مطبقة من طرف نابض:

- تعبير شغل القوة المطبقة من طرف نابض بين الموضعين الأول والثاني $W_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = E_{p1} - E_{p2} = \frac{1}{2} K \cdot (\Delta \ell_1^2 - \Delta \ell_2^2)$

يتعلق شغل قوة الارتداد بالموضع البدئي و الموضع النهائي لمركز قصور الجسم

2. طاقة الوضع المرنة:

• طاقة الوضع المرنة E_p :

$$E_p = \frac{1}{2} K \cdot \Delta \ell^2 + C$$

* تعبير طاقة الوضع المرنة

C: ثابتة يجب تحديد قيمتها

بالنسبة لنابض أفقي $\Delta \ell = x$ و بالتالي: $E_p = \frac{1}{2} K \cdot x^2 + C$

* مميزات طاقة الوضع المرنة:

- تحديد قيمة الثابتة C^{te} و ذلك باختيار أو تحديد حالة مرجعية لطاقة الوضع المرنة: $(E_p=0)$

مثال: المستوى الرأسي المار من موضع توازن الجسم الصلب مرجعا لطاقة الوضع المرنة

$$E_p=0 \text{ و } x=0 \text{ و منه } C^{te}=0$$

$$\text{و بالتالي: } E_p = \frac{1}{2} K \cdot x^2$$

3. الدراسة الطاقية للمجموعة (جسم صلب ، نابض) في وضع أفقي:

الطاقة الحركية E_c :

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2$$

$$x = x_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot x_m^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \phi)$$

الطاقة الميكانيكية E_m :

أ. تعريف:

الطاقة الميكانيكية لمجموعة ما، و في لحظة معينة، هي مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع في هذه اللحظة

$$E_m = E_c + E_p$$

ب. تعبير الطاقة الميكانيكية:

$$E_m = \frac{1}{2} m.V^2 + \frac{1}{2} K.x^2 + C$$

$$= \frac{1}{2} m.\omega^2.x_m^2.\sin^2(\omega.t + \varphi) + \frac{1}{2} K.x_m^2.\cos^2(\omega.t + \varphi) + C$$

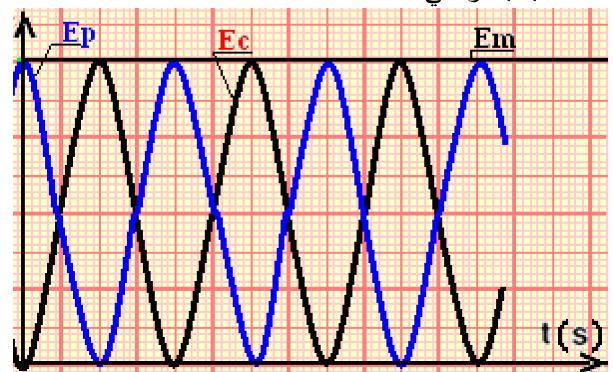
نعلم أن $\omega^2 = \frac{K}{m}$ و بالتالي: $K=m.\omega^2$

$$E_m = \frac{1}{2} K.x_m^2.\sin^2(\omega.t + \varphi) + \frac{1}{2} K.x_m^2.\cos^2(\omega.t + \varphi) + C$$

$$= \frac{1}{2} K.x_m^2.(\sin^2(\omega.t + \varphi) + \cos^2(\omega.t + \varphi)) + C$$

$$= \frac{1}{2} K.x_m^2 + C$$

استنتاج: $x_m=C^{te}$ وسع التذبذبات ثابت و بالتالي فالطاقة الميكانيكية تنحفظ $E_m=C^{te}$ و التذبذبات حرة و غير مخمدة و المتذبذب توافقي



$E_m=C^{te}$

- بالنسبة للأفصول $x=x_m$: $E_m = \frac{1}{2} K.x_m^2 + C$

- بالنسبة للأفصول $x=0$: $E_m = \frac{1}{2} m.V_m^2$

ج . نتائج انحفاظ الطاقة الميكانيكية:

- مخطط الطاقة:

$\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = 0$ و بالتالي $E_m = C^{te}$

$$= (E_{c2} + E_{p2}) - (E_{c1} + E_{p1}) \Delta E_m = E_{m2} - E_{m1}$$

$$= (E_{c2} - E_{c1}) + (E_{p2} - E_{p1})$$

$$= \Delta E_c + \Delta E_p$$

$\Delta E_c = -\Delta E_p$ و منه $\Delta E_c + \Delta E_p = 0$

الطاقة الميكانيكية تنحفظ خلال التذبذبات في حين تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة وضع و العكس صحيح

- المعادلة التفاضلية:

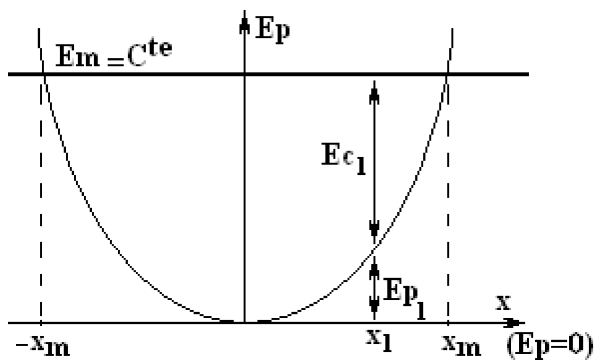
$\frac{dE_m}{dt} = 0$ و بالتالي $E_m = C^{te}$

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m.V^2 + \frac{1}{2} K.x^2 + C \right)$$

$$= \frac{1}{2} m.2.V.\dot{V} + \frac{1}{2} K.2.x.\dot{x}$$

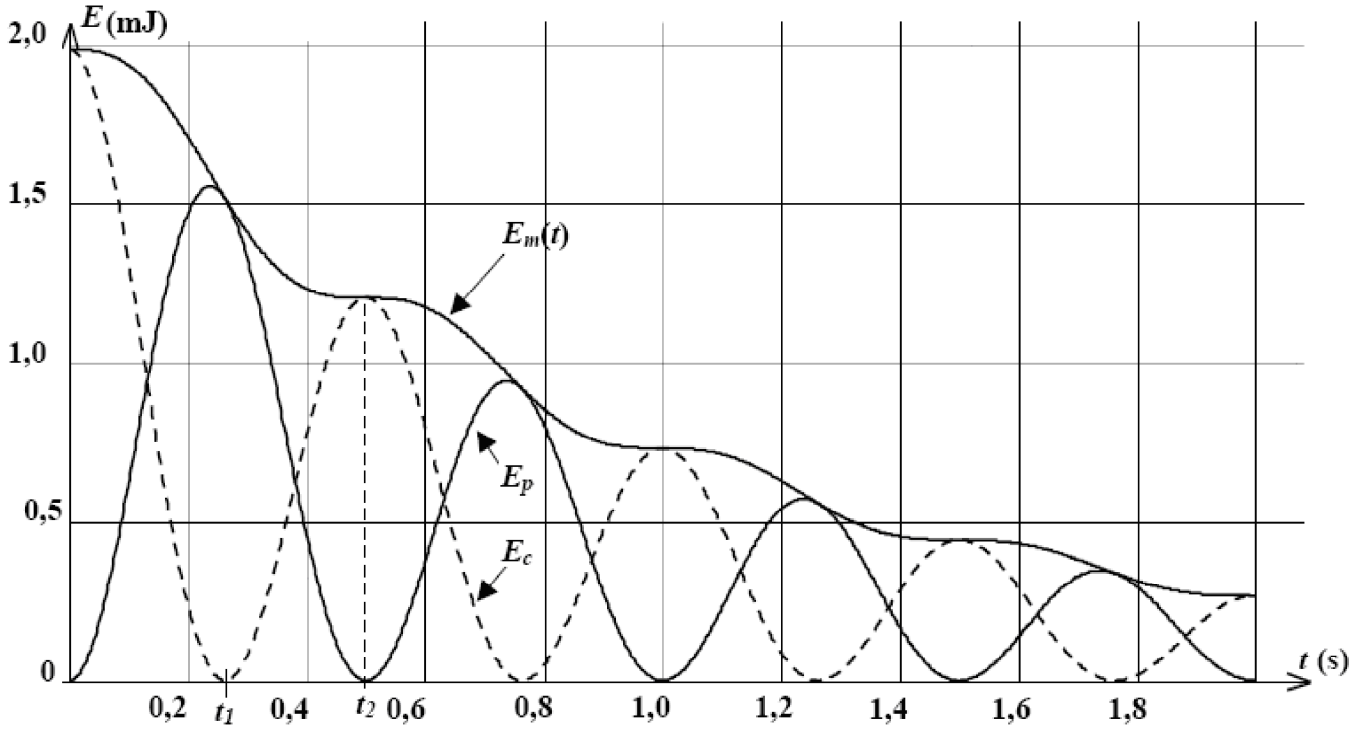
$$= m.V.\dot{V} + K.x.\dot{x} = m.V.\ddot{x} + K.x.V = V(m.\ddot{x} + K.x) = 0$$

$V \neq 0$: سرعة المتذبذب و منه $m.\ddot{x} + K.x = 0$ و بالتالي $\ddot{x} + \frac{K}{m}.x = 0$



هام:

في حالة تواجد الاحتكاكات يتناقص وسع التذبذبات نظرا لتناقص الطاقة الميكانيكية مع مرور الزمن



4. الدراسة الطاقية لنواس اللي الطاقة الحركية:

$$E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2$$

J_{Δ} : عزم قصور القضييب بالنسبة للمحور (Δ)

$\dot{\theta}$: السرعة الزاوية

تنحصر الطاقة الحركية لنواس اللي في الطاقة الحركية للقضييب

طاقة الوضع اللي المجموعة:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2 + C_0$$

C: ثابتة لي السلك

θ : الأفضول الزاوي

تحدد الثابتة C_0 باختيار حالة مرجعية لطاقة الوضع اللي ($E_p=0$)

* مميزات طاقة الوضع اللي:

- تحديد قيمة الثابتة C_0 و ذلك باختيار أو تحديد حالة مرجعية لطاقة الوضع اللي ($E_p=0$)

مثال: المستوى الرأسي المار من موضع توازن الجسم الصلب مرجعا لطاقة الوضع اللي

$$\theta=0 \text{ و } E_p=0 \text{ و منه } C_0=0$$

$$\text{و بالتالي: } E_p = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2$$

- تعبير تغير طاقة الوضع اللي:

$$\Delta E_p = E_{p_2} - E_{p_1} = \left(\frac{1}{2} C \cdot \theta_2^2 + C_0 \right) - \left(\frac{1}{2} C \cdot \theta_1^2 + C_0 \right) = \frac{1}{2} C \cdot (\theta_2^2 - \theta_1^2)$$

استنتاج: تغير طاقة الوضع اللي مستقل عن الثابتة C_0

الطاقة الميكانيكية E_m :

أ. تعبير الطاقة الميكانيكية:

4

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + C_0$$

$$= \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 \dot{\theta}_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} C \theta_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + C_0$$

نعلم أن $\omega^2 = \frac{C}{J_{\Delta}}$ و بالتالي: $C = J_{\Delta} \omega^2$

$$E_m = \frac{1}{2} C \theta_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} C \theta_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + C_0$$

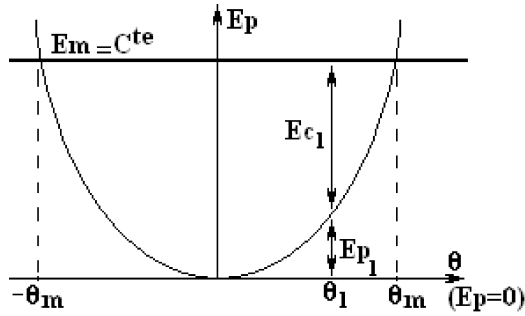
$$= \frac{1}{2} C \theta_m^2 (\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)) + C_0$$

$$= \frac{1}{2} C \theta_m^2 + C_0$$

استنتاج: $\theta_m = C^{te}$ وسع التذبذبات ثابت و بالتالي فالطاقة الميكانيكية تتحفظ $E_m = C^{te}$ و التذبذبات حرة و غير مخمدة و المتذبذب توافقي

ب. نتائج انحفاظ الطاقة الميكانيكية:

- مخطط الطاقة:



$E_m = C^{te}$ و بالتالي $\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = 0$

$$\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = (E_{c2} + E_{p2}) - (E_{c1} + E_{p1})$$

$$E_{m1} = (E_{c2} - E_{c1}) + (E_{p2} - E_{p1})$$

$$= \Delta E_c + \Delta E_p$$

$\Delta E_c = -\Delta E_p$ و منه $\Delta E_c + \Delta E_p = 0$

الطاقة الميكانيكية تتحفظ خلال التذبذبات في حين تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة وضع و العكس صحيح
- المعادلة التفاضلية:

$\frac{dE_m}{dt} = 0$ و بالتالي $E_m = C^{te}$

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + C_0 \right)$$

$$= \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot 2 \dot{\theta} \ddot{\theta} + \frac{1}{2} C \cdot 2 \theta \dot{\theta}$$

$$= J_{\Delta} \dot{\theta} \ddot{\theta} + C \theta \dot{\theta}$$

$$= \dot{\theta} (J_{\Delta} \ddot{\theta} + C \theta) = 0$$

$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \theta = 0$ و بالتالي $J_{\Delta} \ddot{\theta} + C \theta = 0$ و منه سرعة المتذبذب $v \neq 0$

- شغل مزدوجة اللي:

$\Delta E_c = -\Delta E_p$

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على المتذبذب: $\Delta E_c = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_c$

القوة \vec{R} موازية مع المحور (Δ): $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0$

الوزن \vec{P} موازية مع المحور (Δ): $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = 0$

$W_c = -\Delta E_p$

و بالتالي: $W_c = E_{p1} - E_{p2} = \frac{1}{2} C (\theta_1^2 - \theta_2^2)$