

المظاهر الطاقية

Aspects énergétiques

I - شغل قوة :

1 - شغل قوة ثابتة :

تعبر شغل قوة ثابتة \vec{F} نقطة تأثيرها تنتقل من النقطة A إلى B هو : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB}$

لا يتعلق شغل قوة ثابتة بالمسار الذي تسلكه نقطة تأثيره بل يتعلق بالموضع البدني و النهائي.

2 - الشغل الجزئي غير ثابتة :

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \delta \vec{l}$$

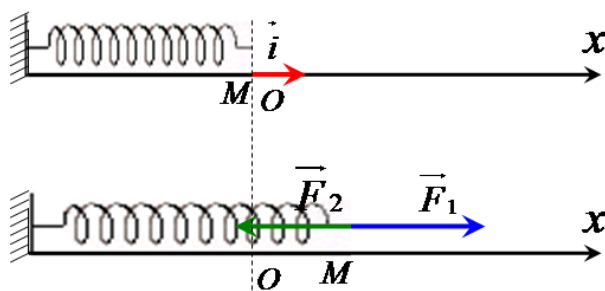
تعبر الشغل الجزئي للقوة \vec{F} خلال الانتقال الجزئي $\delta \vec{l}$ هو :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \sum_A^B \delta W(\vec{F}) = \sum_A^B \vec{F} \cdot \delta \vec{l}$$

الشغل الكلي للقوة المتغيرة \vec{F} هو مجموع الاشغال الجزئية :

3 - شغل القوة الخارجية المطبقة على طرف نابض :

نعتبر نابض في وضع أفقي حيث أحد طرفيه مرتبط بحامل ، نطبق قوة \vec{F}_1 عند الطرف الاخر فيطال النابض حيث $\vec{OM} = x\vec{i}$



و حسب قانون III لنيوتن لمبدأ التأثيرات المتبادلة فإن النابض يطبق معاكسة \vec{F}_2 و هي قوة الارتداد تسعى لإرجاع النابض إلى حالة

توازنه حيث $\vec{F}_2 = -kx\vec{i}$ ومنه فإن : $\vec{F}_1 = kx\vec{i}$

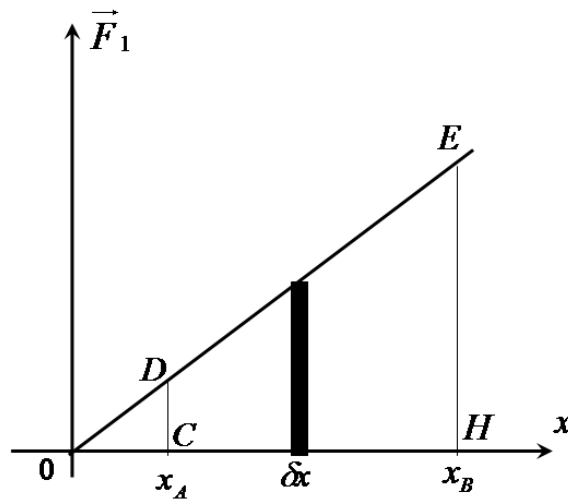
إذن القوة \vec{F}_1 قوة غير ثابتة تتعلق بالافصول إذن شغل القوة \vec{F}_1 عند انتقال النابض من الموضع A إلى B هي :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_1) = \sum_A^B \delta W(\vec{F}_1) = \sum_A^B \vec{F}_1 \cdot \delta \vec{l}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_1) = \sum_A^B kx\vec{i} \cdot \delta x\vec{i} = \sum_A^B k \cdot x \cdot \delta x$$

إذن لتحديد هذا المجموع يمكن استعمال طريقتين :

❖ الطريقة الميبانية : طريقة المساحات



- يوافق الشغل الجزئي : $\delta(\vec{F}_1) = k \cdot x \delta x_1$ مساحة المستطيل الجزئي الأسود.

- مجموع مساحات المستطيلات الجزئية يساوي مساحة شبه منحرف $CDEH$ و توافق هذه المساحة الشغل الكلي للقوة \vec{F}_1 المطبقة على النابض لجعله ينتقل من النقطة A إلى B .

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_1) = \frac{1}{2} k \cdot x_B^2 - \frac{1}{2} k \cdot x_A^2$$

$$\text{أو} \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_1) = \frac{1}{2} k \cdot x_B \cdot x_B - \frac{1}{2} k \cdot x_A \cdot x_A$$

$$\Delta E_C = \sum_{A \rightarrow B} W(\vec{F}_{ext})$$

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية :

$$\frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}_1) + W(\vec{F}_2)$$

$$v_A = v_B = 0 \quad \text{و} \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0$$

$$W(\vec{F}_1) + W(\vec{F}_2) = 0$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_1) = -W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_2) = \frac{1}{2} k \cdot x_B^2 - \frac{1}{2} k \cdot x_A^2$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_1) = E_{pe}(B) - E_{pe}(A)$$

II - الدراسة الطاقية للنواس المرن في وضع أفقي :

1 - طاقة الوضع المرنة :

طاقة الوضع المرنة للنواس المرن في وضع أفقي هي الطاقة التي يخزنها هذا النواس من جراء تشويه النابض و يعبر عنها بالعلاقة :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k \cdot x^2 + cte$$

k : صلابة النابض ب $N \cdot m^{-1}$ و x : إطلاته

عند اختيار الحالة المرجعية $E_{pe} = 0$ عندما يكون النابض غير مشوه أي $x = 0$ فإن $cte = 0$

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

إذن :

❖ ملحوظة :

- تتعلق الثابتة cte بالحالة المرجعية.

- تغير طاقة الوضع المرن لا يتعلق بالحالة المرجعية.

$$\Delta E_{Pe} = E_{Pe}(B) - E_{Pe}(A) = \frac{1}{2}k.(x_B^2 - x_A^2)$$

2 - الطاقة الميكانيكية :

الطاقة الميكانيكية لمجموعة هي :

$$E_m = E_C + E_P$$

E_P : مجموع طاقة الوضع الثقالية و المرنة

$$E_P = E_{PP} + E_{Pe}$$

باختيار طاقة الوضع مطابقة للمستوى الأفقي المار من G فإن $E_{PP} = 0$

$$E_P = E_{Pe} = \frac{1}{2}k.x^2 + cte \quad \text{و منه فإن :}$$

باختيار $E_{Pe} = 0$ عند التوازن : $cte = 0$

$$E_m = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}k.x^2$$

عندما تكون الاحتكاكات مهملة فإن تنحفظ : $\frac{dE_m}{dt} = 0$ أي $E_m = cte$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} + k\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k.x^2 \right) = 0$$

$$m.\dot{x}.\ddot{x} + kx.\dot{x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{x}(m.\ddot{x} + kx) = 0$$

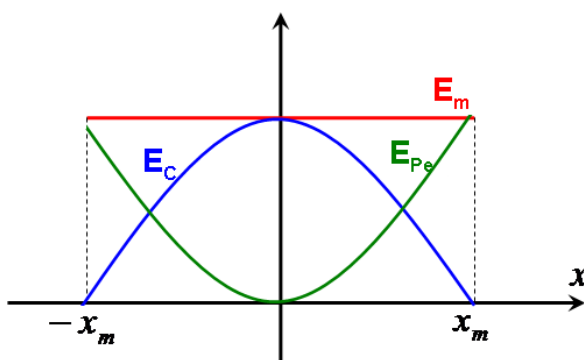
$$m.\ddot{x} + kx = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

المعادلة التفاضلية للحركة :

3 - مخطط الطاقة :

❖ الطاقة بدلالة x :



❖ الطاقة بدلالة t :

$$x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

لدينا :

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}k.x^2 = \frac{1}{2}k.x_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

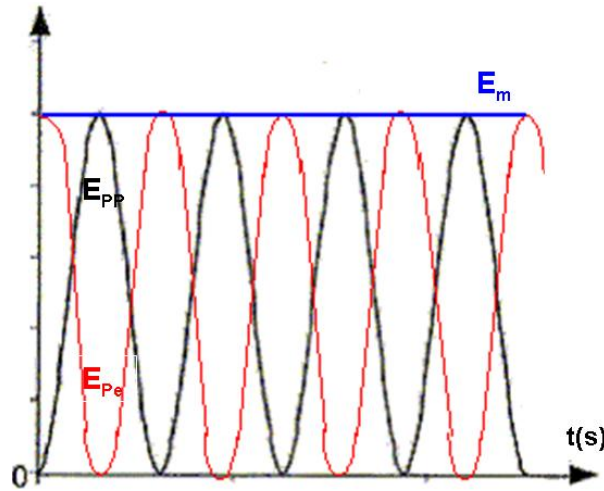
$$E_C = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2} k x_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} m \omega_0^2 x_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

مع أن : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$E_m = \frac{1}{2} k x_m^2 \underbrace{[\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)]}_{=1}$$

$$E_m = \frac{1}{2} k x_m^2 = cte$$



III – الدراسة الطاقية لنواس اللي :

1 – الطاقة الحركية للمجموعة :

$$E_C = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2$$

$$E_{Pt} = \frac{1}{2} C \theta^2 + cte$$

2 – طاقة الوضع للي : يعبر عنها بالعلاقة التالية:

عندما نأخذ الحالة المرجعية $E_{Pt} = 0$ عند $\theta = 0$ فإن : $cte = 0$

$$E_{Pt} = \frac{1}{2} C \theta^2$$

3 – الطاقة الميكانيكية :

عندما نأخذ الحالة المرجعية $E_{Pt} = 0$ عند $\theta = 0$ فإن : $cte = 0$

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2$$

عندما تكون الاحتكاكات مهملة تحفظ الطاقة الميكانيكية : $E_m = cte$ أي $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 \right) = 0$$

$$J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} + C\dot{\theta} = 0$$

$$\dot{\theta}(J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} + C\dot{\theta}) = 0$$

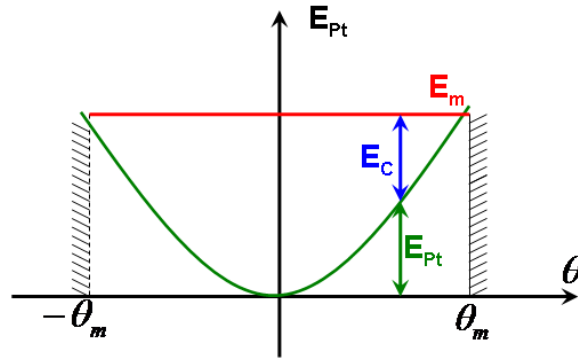
$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \dot{\theta} = 0$$

المعادلة التفاضلية لحركة نواس اللي :

$$E_m = \frac{1}{2} C \theta_m^2$$

إذن :

منحنى الطاقة عبارة عن شلجم :



❖ ملحوظة :

في وجود الاحتكاكات تتناقص الطاقة الميكانيكية

III - الدراسة الطاقية لنواس وازن :

1 - الطاقة الحركية للمجموعة :

$$E_C = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2$$

$$E_{PP} = mgz + cte$$

2 - طاقة الوضع للي : يعبر عنها بالعلاقة التالية:

عندما نأخذ الحالة المرجعية $E_{PP} = 0$ عند $z = 0$ فإن $cte = 0$

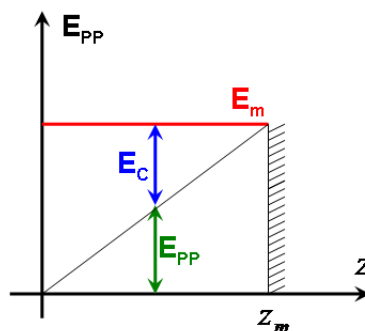
$$E_{PP} = \frac{1}{2} C \theta^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + mgz$$

3 - الطاقة الميكانيكية :

في غياب الاحتكاكات الصلبة أو السائلة تحفظ الطاقة الميكانيكية $E_m = cte$

❖ مخطط الطاقة : $E_{PP} = f(z)$

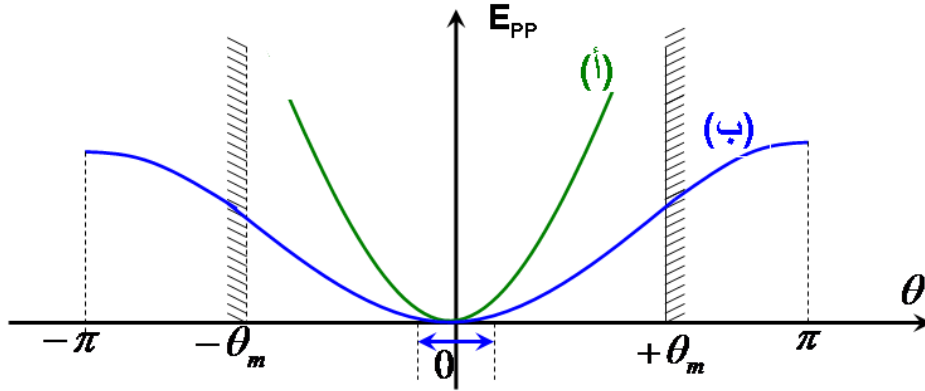


أثناء التذبذبات الحرة غير المخمدة : $\Delta E_C = -\Delta E_{PP}$

ولدينا مع $E_{PP} = \frac{1}{2} mgd(1 - \cos \theta)$

$E_{PP} = \frac{1}{2} mgd\theta^2$

❖ مخطط الطاقة : $E_{PP} = f(\theta)$ و هو عبارة عن شلجم



(أ) : θ صغيرة

(ب) : θ غير صغيرة

المعجم العلمي

Extrémité	طرف	Travail	الشغل
Analytique	تحليلي	Global	كلي
Aire	مساحة	Graphique	مبياني
Allongé	مطال	Intégration	تكامل
Conservation	انحفاظ	Comprimé	مضغوط
Variation	تغير	Energie potentielle élastiqu	طاقة الوضع المرنة
Diagramme	مخطط	Dérivation	اشتقاق
		Energie potentielle de tors	طاقة الوضع للي