

سلسلة تمارين حول التذبذبات القسرية في دارة RLC على التوالي

سلسلة خاصة بمسلكي العلوم الفيزيائية والرياضية.

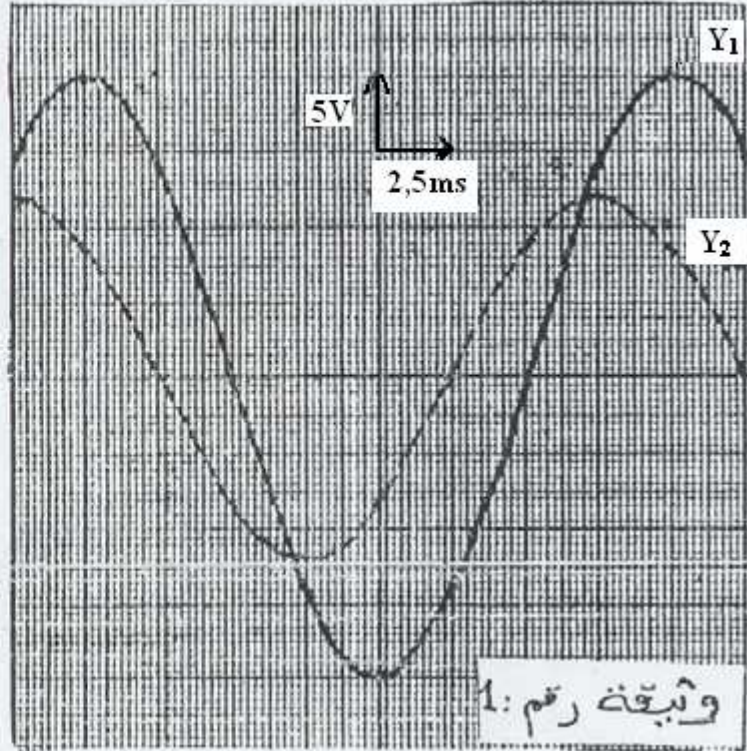
عن امتحانات البكالوريا دورة يونيو 1990 المملكة المغربية الكاديمية الكاديير

نعتبر ثنائي قطب D ، مكون من العناصر التالية مركبة على التوالي :

- موصل اومي مقاومته $R = 30 \Omega$
- مكثف سعته $C = 2 \mu F$
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r ،

نطبق ، بواسطة مولد ذي تردد منخفض (G, B, F) ، بين مربطي ثنائي القطب D ، توترا متناوبا جيبيا تردده N قابل للتغيير، وصيغته :

$$u(t) = U_m \cos(2\pi Nt + \varphi)$$
 نعابن ، بواسطة كاشف التذبذب المتوتر $u(t)$ بين قطبي المولد (على المدخل Y_1) ، والتوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل اومي (على المدخل Y_2) .



1- رسم تخطيطية التركيب المستعمل

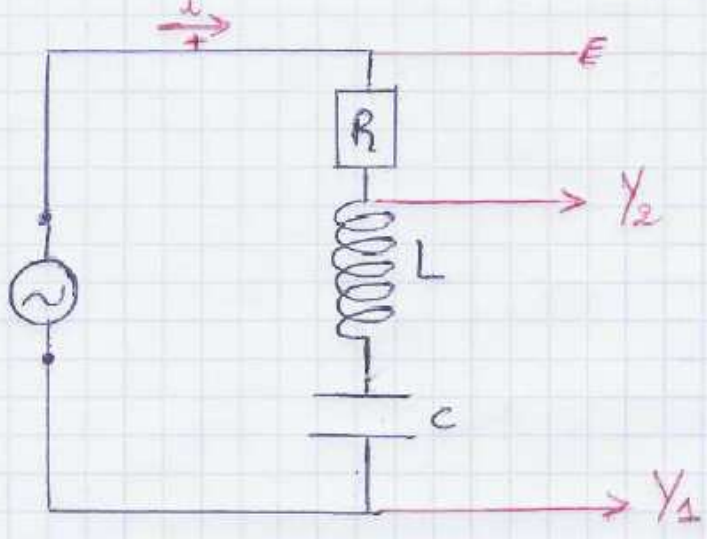
- 2- بالنسبة لقيمة معينة N_1 للتردد، نشاهد على شاشة كاشف التذبذب المنحنيتين الممثلين على الوثيقة رقم 1. علما انهم ضبط الكسح الافقي على 5ms/cm والحساسية الرأسية بالنسبة للمدخلين Y_1 و Y_2 على 5V/cm حدد مبيانيا :
 - 1.2- الدور T_1 والتردد N_1 لكل من التوترين $u(t)$ و $u_R(t)$
 - 2.2- القيمتين القصويتين U_m للتوتر $u(t)$ و I_m لشدة التيار $i(t)$ ؟
 - 3.2- قيمة فرق الطور $|\varphi|$ بين $u(t)$ و $i(t)$ ، ما المقدار المتقسم في الطور على الاخر ؟

3- احسب الممانعة Z لثنائي القطب D ، ثم اوجد قيمة Z باستعمالك انشاء فرينيل.

- 4- اعط التعبير العددي لكل من التوتر اللحظي $u(t)$ ، وشدة التيار اللحظي $i(t)$
- 5- نغير التردد N للتوتر $u(t)$ ، مع ابقاء شدة الفعالة U ثابتة، فنلاحظ ان ثنائي القطب D ينتصرف كأنه موصل اومي ، عندما تكون قيمة التردد $N_0 = 150 \text{ Hz}$

- 1.5- ما هي الظاهرة الملاحظة ؟ احسب القيمة الفعالة القصوى I_0 لشدة التيار
- 2.5- احسب قيمة معامل التحريف L للوشيعة .

تم تصحيح موضوع الدورة يونيو 1990



$$T_1 = 8 \text{ cm} \cdot 2,5 \text{ ms/cm} = 20 \text{ ms} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

السرور T_1 : (2) (1.2) $\square \square$

$$N_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-2} \text{ s}} = 50 \text{ Hz}$$

التردد N_1 : $\square \square$

$$N_2 = 50 \text{ Hz}$$

ما خلال المشاهدة في المدخل Y_1 قبل ذلك : (2-2) $\square \square$

$$U_{\text{max}} = 4 \text{ cm} \times 5 \text{ V/cm} = 20 \text{ V}$$

ما خلال المشاهدة في المدخل Y_2 لدينا :

$$U_{\text{max}} = 2,4 \text{ cm} \times 5 \text{ V/cm} = 12 \text{ V}$$

$$U_{\text{max}} = R I_{\text{max}}$$

ولدينا : فرق الطور $|\varphi|$: (3-2) $\square \square$

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T_1} e$$

$$= \frac{2\pi}{20 \cdot 10^{-3}} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 0,25\pi = \frac{\pi}{4}$$

$$|\varphi| = \frac{\pi}{4}$$

U_L هي المتقدمة في الطور على $i(t)$; إذن $i(t)$ هي المتقدمة في الطور على $U_L(t)$. وبأن $i = I_m \cos \omega t$ ← طور $i(t)$ متقدم ومتقدمة

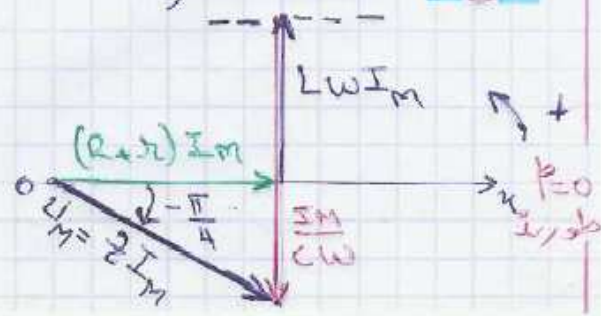
في الطور عليها فإن $\varphi < 0$ سالبة الدارة : (3) $\square \square$

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{20}{0,4} = 50 \Omega$$

$$\cos \varphi = \frac{R + r}{Z}$$

$$\Rightarrow r = Z \cos \varphi - R = 50 \cos \frac{\pi}{4} - 30$$

$$r = 5,35 \Omega$$



$$\begin{aligned}
 u(t) &= U_m \cos(2\pi Nt + \varphi) \\
 &= 20 \cos(2\pi \cdot 50t - \frac{\pi}{4}) = 20 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{4}) \\
 i(t) &= I_m \cos(2\pi Nt) = 0,4 \cos(100\pi t)
 \end{aligned}$$

(1-5) 5

عندما يتكافأ التأخران الحثي و الكثافي تكون
 وممانعة الدارة تكتب كما يلي :

$$Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

عند $\omega = \frac{1}{LC}$ تصبح $Z = R+r$

و بالتالي ثنائي القطب يتصرف كأنه موصل أومي و الدارة تكون في حالة رئبي.
 إذن الظاهرة الملحوظة هي ظاهرة الرنين

حساب I_0 :

$$I_0 = \frac{U}{R+r}$$

$$= \frac{20}{30+5,35} = 0,56 \text{ A}$$

(2-5)

بما أن الدارة في حالة رئبي :

$$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Leftrightarrow LC\omega_0^2 = 1$$

مع $\omega_0 = 2\pi N_0$ إذن :

$$LC4\pi^2 N_0^2 = 1$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C}$$

تطبيق عددي :

$$L = \frac{1}{4\pi^2 (150)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}$$

$$= 0,56 \text{ H}$$

المستوى : الثالثة ثانوي
 المادة : العلوم الفيزيائية
 الزمن : 2 س
 المعامل : 5
 الشعبة : العلوم التجريبية
 والزراعية والاصيلة

1/3

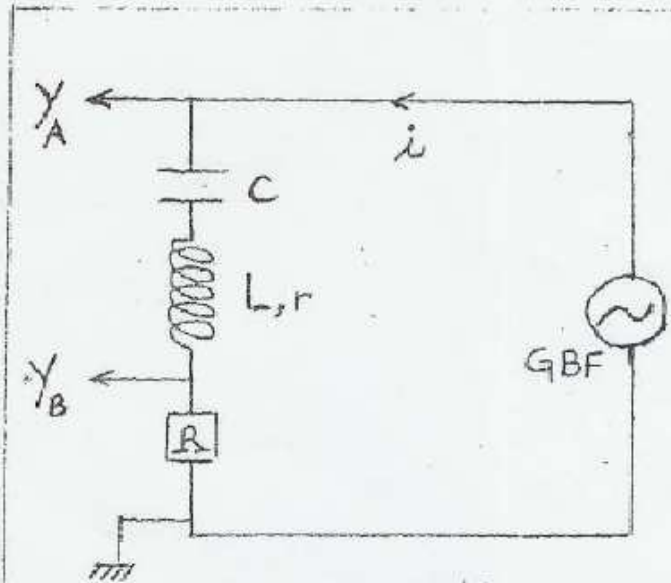
المملكة المغربية
 وزارة التربية الوطنية
 أكاديمية أكادير
 = / =
 امتحانات البكالوريا
 دورة : يونيو 1992

الموضوع الاول : (7 نقط) يسمى باستعمال الآلة الحاسبة الغير المبرمجة

ننجز دائرة كهربائية، باستعمال الاجهزة التالية، مركبة على التوالي :

موصل اومى مقاومته $R = 10 \Omega$ ، و رشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r ومكثف سعته $C = 10 \mu F$ و مولد يغذي الدارة بتوتر جيبي قيمته اللحظية $\mu(t) = U_m \cos(2\pi Nt + \varphi)$ ، وقيمته القصوى ثابتة .
 (انظر الشكل 1)

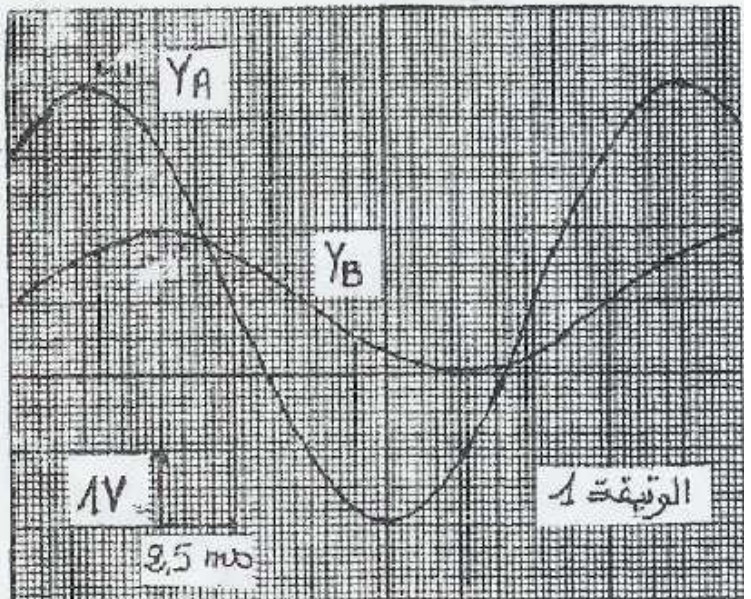
1) نعاين بواسطة راسم التذبذب الشنائي المنحنى ، التوتر $\mu(t)$ بين قطبي المولد والتوتر $\mu_r(t)$ بين مربيضي الموصل الاومى فنحصل على الرسم التذبذبى الممثل على الوثيقة (1) .



شكل 1

1 - 1 - عين مبيانيا القيمة القصوى U_m للتوتر $\mu(t)$ والقيمة القصوى I_m لشدة التيار $i(t)$ المار عبر الدارة .
 استنتج قيمة الممانعة Z للدارة .
 1 - 2 - عين قيمتي التردد N وفرقا الطور φ للتوتر $\mu(t)$ بالنسبة لشدة التيار $i(t)$.

1 - 3 - بين أي التاثيرين اقوى ، الحثي ام الكتافي ؟ ثم اعط تعبير $\mu(t)$ و $i(t)$.



2) انجز انشاء مربيثيل المتعلق بالممانعات واعط :

- تعبير المقاومة r بدلالة R و Z و φ . احس قيمتها .

- تعبير L بدلالة N و C و R و φ . احس قيمته .

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{8,25 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{0,02} = 50 \text{ Hz}$$

الدلتين لهما نفس التردد : $\omega = 2\pi \cdot 50 = 100\pi$

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T} \epsilon = \frac{2\pi}{20 \cdot 10^{-3}} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = \frac{\pi}{4}$$

ومن خلال الجيبان لدينا لدينا $i(t)$ متقدمة في الطور عن $u(t)$.
 في الطور عن $u(t)$. (لأنها تتقاطع مع محور الزمن قبل $u(t)$)
 وبما أن طور i هو نفس طور u فإن $i(t)$ متقدمة في الطور عن $u(t)$
 ولدينا φ هو فرق الطور بين $i(t)$ و $u(t)$ ونختار : $i(t) = I_m \cos \omega t$
 فإن تعبير $u(t)$ هو كما يلي :

إذن طور $u(t)$ متقدم وهو متأخرة في الطور عن $i(t)$ إذن $\varphi > 0$
 ونه : $\varphi = +\frac{\pi}{4}$

نعلم أن : (3.1)

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R + r}$$

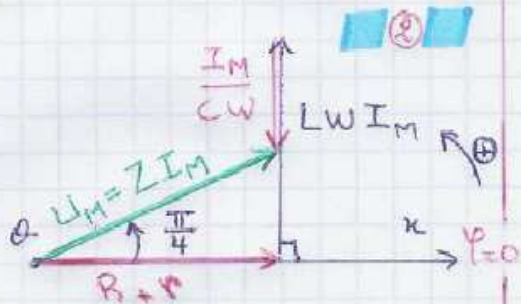
بما أن : $\varphi > 0 \iff \tan \varphi > 0 \iff L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$

$$L\omega > \frac{1}{C\omega}$$

إذن التأثير الحثي هو المتفوق .

• $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) = 3 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$
 • $i(t) = I_m \cos(\omega t) = 0,1 \cdot \cos(100\pi t)$

تعبير المقاومة r بدلالة R و Z و φ :



$$\cos \varphi = \frac{R+r}{Z}$$

$$\iff R+r = Z \cdot \cos \varphi \iff r = Z \cdot \cos \varphi - R$$

$$r = 30 \cdot \cos \frac{\pi}{4} - 10 = 11,2 \Omega$$

* تطبيق عددي :

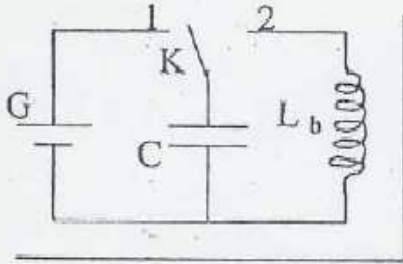
تعبير L بدلالة N, R, r, C, φ :

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r}$$

$$(R+r) \tan \varphi = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

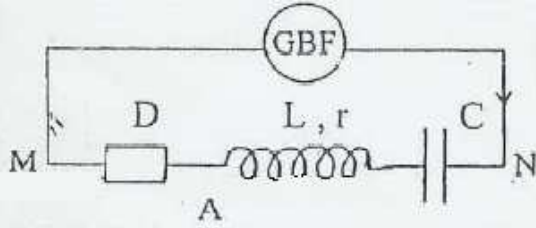
$$(R+r) \tan \varphi + \frac{1}{2\pi N C} = 2\pi N L \iff L = \frac{(R+r) \tan \varphi + \frac{1}{2\pi N C}}{2\pi N}$$

$$= \frac{(R+r) \tan \varphi}{2\pi N} + \frac{1}{4\pi^2 N^2 C} \approx 1 \text{ H}$$



- 1- يتكون التركيب الكهربائي الممثل في الشكل جانبه من :
 - G : مولد لتوتر مستمر ثابت قيمته $U_0 = 10 \text{ V}$ ،
 - مكثف سعته $C = 5 \mu\text{F}$ ،
 - وشيعة (b) معامل تحريضها $L_b = 0,8 \text{ H}$ ومقاومتها مهملة ،
 - K : قاطع التيار .

- 1-1 نضع قاطع التيار في الموضع (1) ، فيشحن المكثف . احسب قيمة الشحنة Q_0 للمكثف . 0,5
 1-2 نضع قاطع التيار في الموضع (2) في لحظة نأخذها أصلا للتواريخ .
 1-2-1 اثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها q شحنة المكثف . 0,5
 1-2-2 أوجد تعبير الشحنة q بدلالة الزمن . 0,5



- 2- تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل جانبه من :
 - المكثف السابق ،
 - وشيعة معامل تحريضها L قابل للضبط ومقاومتها r ،
 - موصل أومي D مقاومته $R = 40 \Omega$ ،
 - مولد GBF يزود الدارة بتوتر متناوب جيبي تعبيره

$$u_{NM}(t) = U_m \cos(2\pi.N.t + \varphi)$$

التي هي القيمة القصوى لـ U_m ثابتة وتردده N قابل للضبط ، فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته اللحظية $i(t) = I_m \cos(2\pi.N.t)$

- 2-1 نضبط معامل التحريض على القيمة L_1 والتردد على القيمة N_1 ، ونعاين على شاشة راسم التذبذب التوترين $u_{AM}(t)$ و $u_{NM}(t)$ فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الوثيقة (1) .

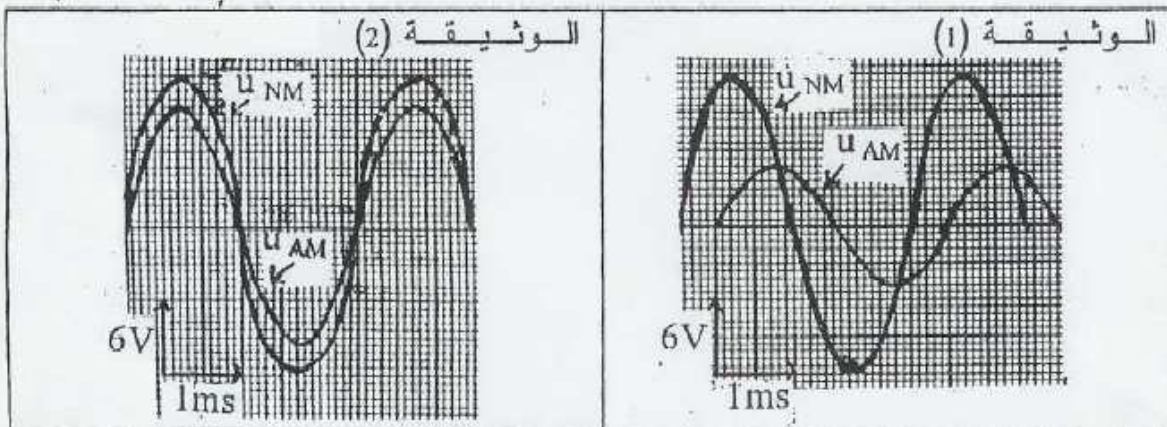
- 1-1 باعتمادك على هذا الرسم حدد قيم كل من N_1 و I_m و Z ممانعة ثنائي القطب MN و φ طور التوتر $u_{NM}(t)$ بالنسبة للشدة $i(t)$. استنتج ، معللا جوابك ، هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟ 2,25
 2-1-2 باستعمال إنشاء فرينيل أوجد قيمة L_1 . 0,75

- 2-2 نغير أحد المقدارين القابلين للضبط (L أو N) ، فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الوثيقة (2)

- 2-2-1 ماهي الظاهرة التي تبرزها هذه الوثيقة ؟ علل جوابك . 0,5

- 2-2-2 حدد ، معللا جوابك ، المقدار الذي غيرناه . احسب قيمته الجديدة . 1

- 2-2-3 أوجد قيمة r . 1

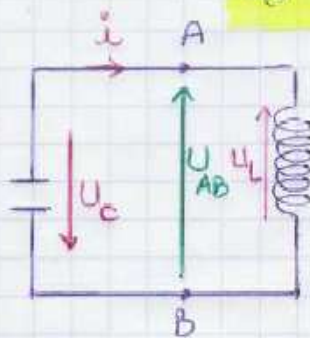


$$Q_0 = C U$$

$$= 5 \times 10^{-6} F \times 10V.$$

$$Q_0 = 5 \cdot 10^{-5} C \quad \text{إذاً فإن}$$

(1-4) ①



المعادلة التفاضلية :

$$U_{AB} = -U_C$$

$$U_{AB} = U_L$$

$$U_C = -U_L \quad \text{إذن}$$

$$U_L + U_C = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad ; \quad L \ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad \text{②}$$

$$(\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ مع})$$

تغيير q بدلالة t :

لدينا المعادلة التفاضلية ② هي لمذبذب توافقى ، فإن حلها =

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$q_m = Q_0 = 5 \cdot 10^{-5} C \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{5 \cdot 10^{-6} \times 98}}$$

$$q = q_m \quad \text{عند أصل التواريخ } t=0 \text{ لدينا} = 500 \text{ rad/s.}$$

$$\cos \varphi = 1 \quad \Leftrightarrow \quad q_m = q_m \cos(\varphi) \quad \Leftrightarrow$$

$$q = 5 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(500t)$$

$$N_2 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{3 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 333,33 \text{ Hz}$$

$$U_{AM} = R I_m \Leftrightarrow I_m = \frac{U_{Rmax}}{R}$$

$$U_{AM} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{48}{10} = 4,8 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{U_{AMmax}}{R} = \frac{4,8}{40} = 0,12 \text{ A.}$$

$$Z = \frac{U_{NMmax}}{I_m} = \frac{2 \times 6V}{0,12} = 100 \Omega$$

$$|\varphi| = \frac{2\pi C}{T_0} = \frac{2\pi}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = \frac{\pi}{3}$$

(ت) لك متقدمة في الطور على R (طور R هو نفس طور U_R).

(2-4) ②

قيمة I_m

ممانحة الدارة Z :

حساب الطور :

فإن $i(t)$ متقدمة $u(t)$ (وهي متأخرة في الطور) وبما أن طور $i(t)$ متقدم

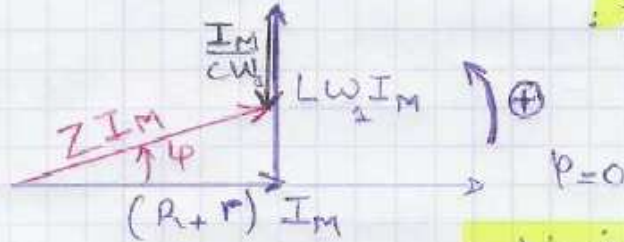
$$\varphi = +\frac{\pi}{3}$$

إذن

$$\varphi > 0$$

لدينا: $\varphi > 0$: $\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} > 0$ و بالتالي: $L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$
أي: $L\omega > \frac{1}{C\omega}$

إذن الدارة حثريّة:



$$(2.2)$$

$$P=0$$

من خلال إنشاء فرينيل:

$$\sin \varphi = \frac{L\omega_2 I_m - \frac{I_m}{C\omega_2}}{Z I_m} \Leftrightarrow \sin \varphi = \frac{L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2}}{Z}$$

$$\Leftrightarrow Z \sin \varphi = L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2} \Leftrightarrow L_2 = \frac{Z \sin \varphi + \frac{1}{C\omega_2}}{\omega_2}$$

$$(\omega_2 = 2\pi N \text{ مع})$$

$$L_2 = \frac{100 \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1}{5 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot 333,33}}{2\pi \cdot 333,33} = 0,087 \text{ H} = 87 \text{ mH}$$

$$(2.3.1) \quad (2.3)$$

الظاهرة التي يبرزها هذه الوثيقة هي ظاهرة الرنين لأن $i(t)$ و $u(t)$ على توافق في الطور.

$$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \quad \text{هنا عند الرنين}$$

$$LC\omega_0^2 = 1 \quad ; \quad (\omega_0 = 2\pi N_0 \text{ مع})$$

$$LC4\pi^2 N_0^2 = 1$$

من خلال الوثيقة (2) نصل على التردد N_0 عند الرنين:

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{3 \cdot 10^{-3}} = 333,33 \text{ Hz} = N_0$$

إذن التردد ثابت، وبالتالي المقدار الذي تم تغييره هو L .

$$L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi^2 \cdot (333,33)^2} = 0,045 \text{ H} = 45 \text{ mH}$$

من خلال إنشاء فرينيل:

$$\cos \varphi = \frac{R+r}{Z} \Leftrightarrow R+r = Z \cos(\varphi) \Leftrightarrow r = Z \cos \varphi - R$$

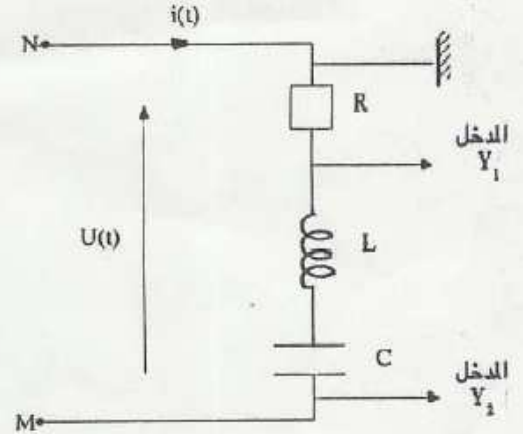
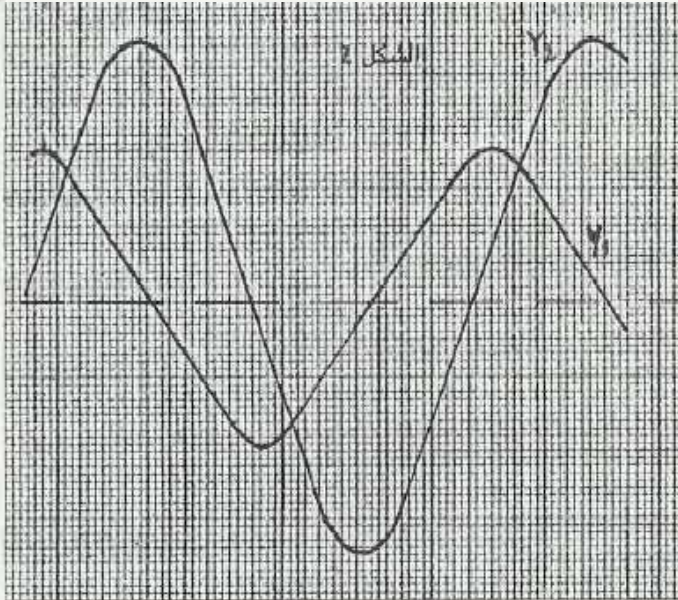
$$\Leftrightarrow r = 100 \cos \frac{\pi}{3} - 40 = 10 \Omega$$

نطبق على

يمثل الشكل 1 ، ثنائي قطب MN مركب من موصل أومي مقاومته $R = 20 \Omega$ و زشعبة مقاومتها مهملة ومعامل تحريضها $L = 0.1 H$ ومكثف سعته $C = 10 \mu F$

نطبق بين المربطين M و N توترا جيبيا $u(t) = U \sqrt{2} \cos(\omega t + \phi)$ ، قيمته الفعالة ثابتة ونبضه قابل للضبط فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته $i(t) = I \sqrt{2} \cos \omega t$

1- اعتمادا على الشكل 2 ، الذي يمثل الرسم المشاهد على شاشة كاشف التذبذب الذي يتم ضبط مدخله، Y_1 على $5V/cm$ و Y_2 على $20 V/cm$ والحساسية الأفقية على $2ms/cm$



1-1- عين القيمة القصوية $U_m(R)$ التوترا المطبق بين M و N ، والقيمة القصوية $U_m(R)$ التوترا بين مربطين الموصل الأومي ذي المقاومة R .

2-1- استنتج أن العلاقة بين Z معانعة الدارة و R هي : $Z = 7R$.

3-1- حدد معللا جوابك هل الدارة حثية أم كثافية وأوجد قيمة فرق الطور بين $u(t)$ و $i(t)$.

بضبط النبض $\omega = \omega_0$ بحيث $\omega = \omega_0$ ، فينعدم فرق الطور بين $u(t)$ و $i(t)$.

1-2- أوجد التعبير العددي لشدة التيار $i(t)$.

2-2- احسب معامل الجودة Q

3- أوجد تعبير التوترا الفعال ، U بين مربطين المكثف بدلالة U و R و L و ω .

تصحيح :

$$\rightarrow U_{(M)} = 3,5 \text{ cm} \times 20 \text{ V/cm} = 70 \text{ V}$$

$$\rightarrow U_{(R)} = 2 \text{ cm} \times 5 \text{ V/cm} = 10 \text{ V}$$

$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad (1)$$

$$I_m = R I_m$$

$$I_m = \frac{U_m(\max)}{R}$$

$$Z = \frac{U_m}{\frac{U_m}{R}} = \frac{R U_m}{U_m} = \frac{R \cdot 10}{10} = 7R$$

إذن العلاقة الصحيحة

(1.3) لتغيران المتغيرين $L\omega$ و $\frac{1}{C\omega}$: لدينا : $\omega = \frac{2\pi}{T}$
 حيث أن $T = 6.28 \text{ cm} \times 2 \text{ cm/s/cm}$

$$L\omega = \frac{2\pi L}{T} = \frac{2\pi \cdot 0.1}{12 \cdot 10^{-3}} = 52,33 \Omega$$

$$\frac{1}{C\omega} = \frac{1}{C \frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{2\pi C} = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 191 \Omega$$

إذن : $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ الدارة "كثافية"
 نصيغ عددي :

$$\text{tg } \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{52,33 - 191}{20} = -6,93$$

$$\varphi = \text{Arctg}(-6,93) = -81,79^\circ = -0,45\pi$$

(2) $i(t) = I_0 \sqrt{2} \cos \omega_0 t$

الدارة عند الرنين : لدينا
 بجان الدارة في حالة رنين :

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow LC\omega^2 = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{0,1 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}} = 10^3 \text{ rad/s}$$

$$I = I_0$$

لدينا : $U = ZI$ عند الرنين $Z = R$ و

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2} R} = \frac{U}{\sqrt{2}}$$

عوض في العلاقة ④

$$i(t) = 3,5 \cos(10^3 t)$$

(2.2)

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{0,1 \times 10^3}{20} = 5$$

معامل الجودة

$$U_C = Z_C \cdot I_0$$

$$= \frac{1}{C\omega_0} I_0 = \frac{1}{C\omega_0} \frac{U}{\sqrt{2}}$$

$$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$$

عند الرنين :

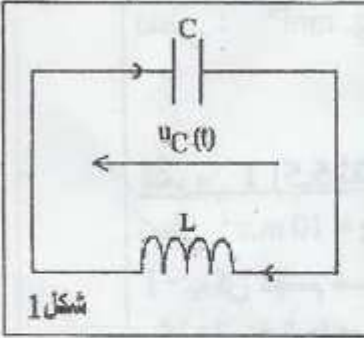
$$U_C = L\omega_0 \frac{U}{R} = QU = 5 \times (3,5 \times 20) = 350 \text{ V.}$$

الموضوع الخامس :

عن باكالوريا 2007 الدورة الاستدراكية المملكة المغربية.

التمرين 2 (4,5 نقط)

1- نطبق بين مرطبي مكثف سعته $C = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ وتوتر مستمر $U_0 = 10 \text{ V}$ ، فيشحن المكثف ثم نركبه بين مرطبي وشيعة معامل تحريضها $L = 0,05 \text{ H}$ ومقاومتها مهملة ، عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ $t = 0$ (شكل 1) ، نأخذ $\pi^2 = 10$.

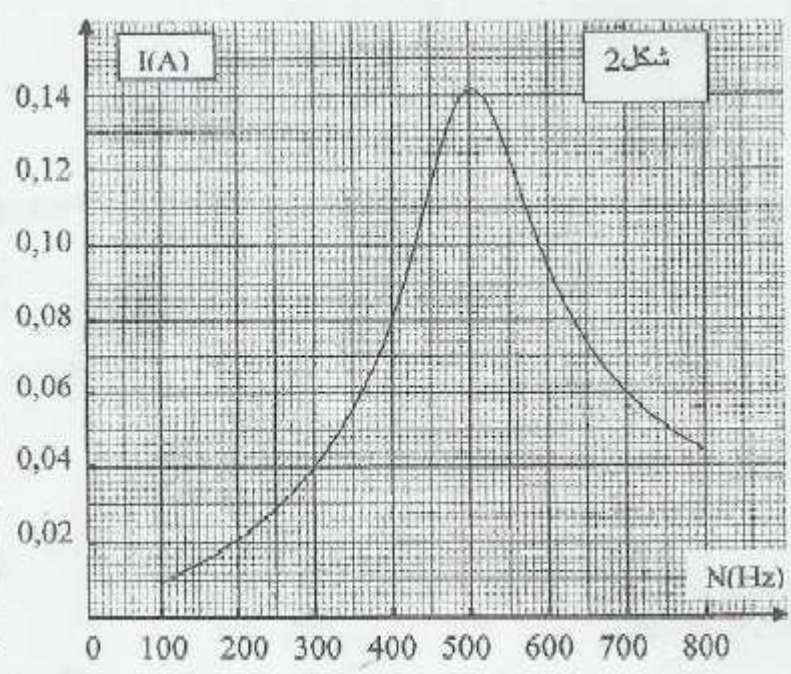


1.1- نعتبر $u_C(t)$ التوتر بين مرطبي المكثف عند لحظة t .
أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ ، واستنتج قيمة الدور الخاص T_0 للتذبذبات الكهربائية .

1.2- اكتب التعبير العددي للتوتر $u_C(t)$ بدلالة الزمن .

1.3- حدد ، عند اللحظة $t = 1,5 \text{ ms}$ ، قيمة الطاقة المخزونة في كل من المكثف و الوشيعة .

2- نركب على التوالي مع المكثف و الوشيعة السابقين موصلا أوميا مقاومته R ، ثم نطبق بين مرطبي ثنائي القطب المحصل (RLC) ، بواسطة مولد ذي تردد منخفض ، توترا : $u(t) = 10 \cos(2\pi \cdot N \cdot t) \text{ (V)}$.
تردده N قابل للضبط . نغير التردد N ونقيس الشدة الفعالة I للتيار المار في الدارة . يعطي الشكل 2 تغيرات I بدلالة N .



2.1- عين عند التردد N_0 والشدة الفعالة I_0 للتيار . استنتج قيمة R .

2.2- عين القيمتين N_1 و N_2 للتردد

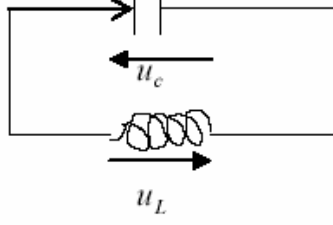
$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

مع $N_2 > N_1$ ، واحسب قيمة معامل الجودة Q للدارة .

2.3- عندما يأخذ التردد القيمة $N = N_1$ يمر في الدارة تيار شدته الفعالة I_1 . أوجد في هذه الحالة التعبير العددي للشدة اللحظية $i(t)$ للتيار المار في الدارة .

2.4- أوجد في حالة $N = N_2$ قيمة القدرة الكهربائية المستهلكة في الدارة .

تصحیح :



:1-1 حسب قانون التوترات لدينا :

$$u_L = -u_c$$

$$u_L + u_c = 0 \quad \text{أي}$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{c} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = \dot{q} \quad \text{إذن} \quad i = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \quad \text{مع : لدينا}$$

$$L\ddot{q} + \frac{q}{c} = 0 \quad \text{أي}$$

$$\ddot{q} = c\ddot{u}_c \quad \text{إذن} \quad q = cu_c \quad \text{ولدينا}$$

المعادلة التفاضلية السابقة تصبح كما يلي :

$$Lc\ddot{u}_c + u_c = 0$$

$$\cdot \quad u_c(t) \quad \text{وهي المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر} \quad \ddot{u}_c + \frac{1}{Lc}u_c = 0 \quad \text{أي}$$

$$\omega_o^2 = \frac{1}{Lc} \quad \text{مع :}$$

$$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{Lc} \quad \text{الدور الخاص :}$$

$$T_o = 2\pi\sqrt{0,05 \times 2 \times 10^{-6}} = 2\sqrt{\pi^2 \times 0,05 \times 2 \times 10^{-6}} = 2\sqrt{10 \times 0,05 \times 2 \times 10^{-6}}$$

$$= 2\sqrt{10^{-6}} = 2 \times 10^{-3} s = 2ms$$

:1-2

من خلال المعادلة التفاضلية يتضح أن المتذبذب توافقي إذن حل المعادلة التفاضلية هي عبارة عن دالة جيبية تكتب كما يلي :

$$u_c(t) = u_m \cos(\omega_o t + \varphi)$$

$$u_m = u_o = 10V$$

$$\varphi = 0 \quad \text{إذن} \quad u_c = u_m = 10V \quad \text{وعند } t = 0$$

$$\omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = \frac{2\pi}{2 \times 10^{-3}} = 1000\pi \text{ rad/s}$$

$$u_c(t) = 10 \cos 10^3 \pi t \quad \text{إذن}$$

:1-3

$$\xi = \frac{1}{2} c U_o^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times 10^2 = 10^{-4} J \quad \text{الطاقة الكلية في الدارة هي :}$$

الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف في اللحظة $t = 1,5ms$:

$$Ee = \frac{1}{2} c u_c^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times [10 \cos(10^3 \pi \times 1,5 \times 10^{-3})]^2 = 10^{-4} \cos^2 \frac{3\pi}{2} = 0J$$

أو بطريقة أخرى : لدينا : $\frac{t}{T_o} = \frac{1,5}{2} = 0,75$ إذن : $t = \frac{3T_o}{4}$ وفي هذه اللحظة التوتر بين مربطي المكثف منعدم :

$$u_c(t) = 10 \cos \omega_o t = 10 \cos \left(\frac{2\pi}{T_o} \cdot \frac{3T_o}{4} \right) = 10 \cos \frac{3\pi}{2} = 0$$

إذن المكثف مفرغ $\leftarrow Ee = 0$

$$E_m = \xi - E_e = 10^{-4} - 0 = 10^{-4} J$$

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L\dot{q}^2 = \frac{1}{2} L(c\dot{u})^2 \quad \text{لدينا} \quad \text{أو بطريقة اخرى :}$$

$$\dot{u} = -10^4 \pi \sin 10^3 \pi t \quad \text{مع : } u_c(t) = 10 \cos 10^3 \pi t \quad \text{إذن}$$

$$E_m = \frac{1}{2} L (-10^4 c \pi \sin 10^3 \pi t)^2$$

$$= \frac{1}{2} L \times \{(-1)^2 10^8 \times 4 \times 10^{-12} \pi^2 \sin^2(10^3 \pi t)\} \quad \text{ومنه:}$$

وفي اللحظة $t = 1,5ms$ مع اعتبار $\pi^2 = 10$ حسب المعطيات

$$E_m = \frac{1}{2} 0,05 \times 10^8 \times 4 \times 10^{-12} \times 10 \times \sin^2(10^3 \pi 1,5 \times 10^{-3})$$

$$= 10^{-4} \sin^2 \frac{3\pi}{2} = 10^{-4} \times (-1)^2 = 10^{-4} J$$

(2) 2-1:

التردد عند الرنين : مبيانيا $N_o = 500Hz$

والشدة الفعالة للتيار عند الرنين : $I_o = 0,142A$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_o \times \sqrt{2}} = \frac{10}{0,142 \times \sqrt{2}} \approx 50\Omega \quad \text{ولدينا :}$$

$$I = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{0,142}{\sqrt{2}} = 0,1A$$

2-2: الترددين المقابلين للشدة الفعالة :

هما : $N_1 = 430Hz$

و : $N_2 = 590Hz$

$$Q = \frac{N_o}{N_2 - N_1} = \frac{500}{590 - 430} = 3,125$$

معامل الجودة:

$$i(t) = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_1 t + \varphi) \quad \text{2-3}$$

$$\omega_1 = 2\pi N_1 = 2\pi \times 430 = 860\pi$$

في هذه الحالة : $N_1 < N_o$ أي : $\omega_1^2 < \omega_o^2$ ولدينا : $\omega_o^2 = \frac{1}{Lc}$

إذن : $\omega_1^2 < \frac{1}{Lc}$ إذن : $L\omega_1 < \frac{1}{c\omega_1}$ فنستنتج أن التأثير الكثافي هو المتفوق أي أن الدارة كثافية

ويكون في هذه الحالة $i(t)$ هو المتقدم على $u(t)$ لأن طور $u(t)$ منعدم وبالتالي : $\varphi > 0$

