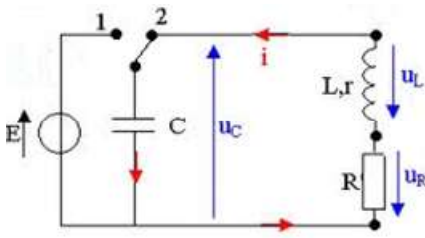


## 1- تفرغ مكثف في وشيعة



بعد شحن المكثف كلياً، نضع قاطع التيار K في الموضع (2) ، فنحصل على دارة RLC متواليه ، يُفردغ المكثف في الوشيعة . بعد انعدام التيار في الدارة فإن الوشيعة تفرغ في المكثف : بين الوشيعة و المكثف تحدث تبادلات طاقية عبر الموصل الاومي يؤدي تفرغ مكثف مشحون في وشيعة الدارة RLC المتواليه إلى ظهور ذبذبات حرة و مخمدة ذبذبات : التوتر يتأرجح بين قيمة موجبة و قيمة سالبة حرة : غياب مولد في الدارة يرغما على التذبذب مخمدة : الوسع يتناقص مع الزمن بسبب ضياع الطاقة الكهربائية في الموصل الاومي

## 2- الذبذبات الحرة في دارة RLC

### 1-2 المعادلة التفاضلية

نعتبر الدارة التالية :

حسب قانون إضافية التوترات بين A و F نكتب :  $u_L(t) + u_R(t) + u_C(t) = 0$  (1)

مع :  $u_R(t) = r \cdot i(t)$  و  $u_L(t) = r \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$  و  $i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$

إذن :  $u_R(t) = r' \cdot C \frac{di}{dt}$  و  $u_L(t) = r \cdot C \frac{du_C}{dt} + L \cdot C \frac{d^2u_C}{dt^2}$  نعوض في المعادلة (1) :

$$L \cdot C \frac{d^2u_C}{dt^2} + (r + r') C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

نضع  $R = r + r'$  و نقسم على  $L \cdot C$

فتصبح المعادلة :  $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} u_C = 0$  المعادلة التفاضلية لدارة RLC متواليه التي يحققها التوتر  $u_C(t)$

بين مربطي المكثف .

" يعبر المقدار  $\frac{R}{L} \frac{du_C}{dt}$  عن ظاهرة خمود الذبذبات ، و يحدد حسب قيم  $R$  ، نظام هذه الذبذبات "

### 2-2 أنظمة الذبذبات الحرة

$R$ كبيرة جدا	$R$ حرجة	$R$ صغيرة جدا	$R=0$
نظام لا دوري	نظام حرج	نظام شبه دوري	نظام دوري (مثالي)
$R$ كبيرة جدا ؛ تزول التذبذبات نظرا لوجود خمود مهم	في الذبذبات الحرة توجد قيمة معينة للمقاومة $R$ ، نرمز له ب $R_C$ ، مقاومة حرجة و هي مقاومة تفصل بين النظام شبه الدوري و النظام لا دوري و يسمى النظام في هذه الحالة حرجا. في هذه الحالة يعود التوتر $u_C(t)$ إلى الصفر بسرعة و دون تذبذب . تتعلق $R_C$ ب $L$ و $C$ . $R_C = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$	$R$ صغيرة ، نحصل على ذبذبات يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن	$R$ منعدمة ، نحصل على ذبذبات وسعها يبقى ثابتا مع الزمن تسمى هذه الدارة بالمثالية: الدارة بالمثالية LC لاستحالة تحقيقها تجريبيا ، لكون أن الوشيعات تتوفر على مقاومة داخلية

حسب  $R$  المقاومة الاجمالية للدارة يمكن الحصول

## 3- الذبذبات غير المخمدة في دارة مثالية LC :

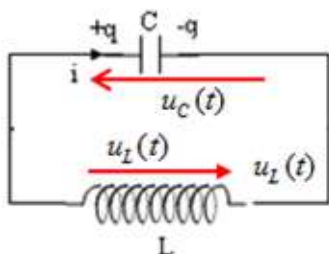
### 1-3 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$

حسب قانون إضافية التوترات ، نكتب :  $u_C(t) + u_L(t) = 0$  .

مع  $u_L(t) = L \frac{di}{dt}$  و  $i = C \frac{du_C}{dt}$  أي :  $u_L(t) = L \cdot C \frac{d^2u_C}{dt^2}$

$$LC \frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

نعوض فنجد :



أي :  $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$  المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_C(t)$  خلال الذبذبات الكهربائية الحرة غير المخمدة لدارة LC

### 3-2: حل المعادلة التفاضلية

هذه المعادلة التفاضلية ، معادلة خطية من الدرجة الثانية ، حلها جيبى على شكل :  $u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$  حيث  $U_m$  \* : وسع الذبذبات ب (V).

\*  $\varphi$  : الطور عند أصل التواريخ ( $t=0$ ) ب (rad) . \*  $\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$  : الطور في اللحظة t ب (rad) .

\*  $T_0$  : الدور الخاص للذبذبات ب (s) .

ملحوظة : نضع  $\frac{2\pi}{T_0} = \omega_0$  . نسمي  $\omega_0$  النبض الخاص للذبذبات ب (rad/s) . نكتب :  $u_C(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$  .

تعبير الدور الخاص :	تحديد $U_m$ و $\varphi$ :
$u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ ، أي أن : $\frac{d^2 u_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_C$ $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot u_C + \frac{1}{LC} u_C(t) = 0$ و بالتالي : $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC}$ ومنه : $T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$	تحدد قيم $U_m$ و $\varphi$ ، بالشروط البدئية مثال 1 : * المكثف مشحونا كلياً و بالتالي : $U_m = E$ . * عند ( $t=0$ ) لدينا : $u_C(t=0) = E$ $u_C(0) = U_m \cos \varphi = E$ أي أن : $\cos \varphi = \frac{E}{U_m} > 0$ إذن $\varphi = 0$ في حالة حصولنا على قيمتين مختلفتين لـ $\varphi$ يتم اختيار القيمة المناسبة بناءً على إشارة $i(t) = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} C U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ في اللحظة $t=0$ باعتبار أن هاتين الدالتين متصلتين كيفما كانت t .

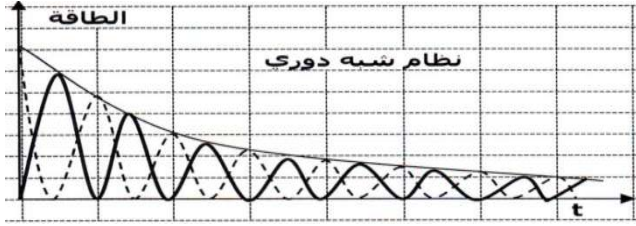
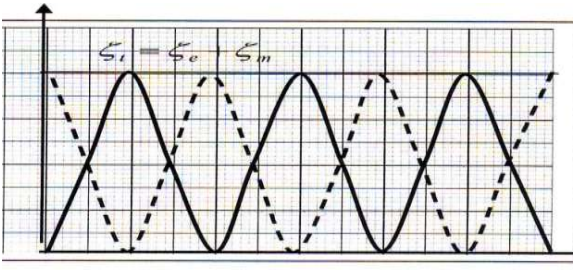
$$u_C(t) = E \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

تعبير الشحنة $q(t)$	تعبير شدة التيار $i(t)$
$q(t) = C u_C(t) = C U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ مع $C U_m = q_m$	$i(t) = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} C U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ بما أن $C U_m = q_m$ فان $\frac{2\pi}{T_0} q_m = I_m$

ملحوظة من خلال معادلة الأبعاد نتحقق ان وحدة  $T_0$  هي الثانية.  $[T_0] = ([L] \cdot [C])^{1/2}$  مع  $[L] = \frac{[U]}{[I]}$  و  $[C] = \frac{[I] \cdot [t]}{[U]}$

أي :  $[T_0] = ([t] \cdot [t])^{1/2} = [t]$  و هكذا  $T_0$  لها بعد زمني وحدته هي الثانية .

### 4- انتقال الطاقة بين المكثف و الوشيجة

الطاقة في الدارة RLC المتوالية	الطاقة في الدارة LC المثالية
خلال دراسة تجريبية لدارة RLC متوالية حيث المقاومة $R \neq 0$ ، نعاين بواسطة جهاز ملائم ، منحنيات تغيرات الطاقة $E_m$ و $E_e$ و $E_t$ بدلالة الزمن 	الطاقة الكلية المخزونة في الدارة LC هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف و الطاقة المغناطيسية في الوشيجة 
المخزونة في الدارة هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف و الطاقة المغناطيسية في الوشيجة لنبين ان الطاقة غير ثابتة في هذه الدارة $E_t = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$ ، $E_t = E_e + E_m$ $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot 2 \cdot U_C(t) \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2 \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$	لنبين ان الطاقة ثابتة في هذه الدارة $E_t = E_e + E_m$ ، $E_t = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$ $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot 2 \cdot U_C(t) \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2 \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$

مع  $i(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$

اذن:  $\frac{dE}{dt} = C \cdot U_C(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot i(t) \cdot \frac{dU_C}{dt}$

$\frac{dE}{dt} = U_C(t) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} \cdot \frac{di(t)}{dt}$

$\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$

$\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2U_C}{dt^2}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$

بما ان  $L \cdot C \frac{d^2u_C}{dt^2} + (r+r')C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

$L \cdot C \frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = R \cdot C \frac{du_C}{dt} = -R \cdot i(t)$

$\frac{dE}{dt} = (R \cdot i(t)) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = -R \cdot i^2(t)$

فان  $\frac{dE}{dt} \neq 0$  اي الطاقة الاجمالية غير ثابتة

مع  $i(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$

اذن:  $\frac{dE}{dt} = C \cdot U_C(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot i(t) \cdot \frac{dU_C}{dt}$

$\frac{dE}{dt} = U_C(t) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} \cdot \frac{di(t)}{dt}$

$\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$

بما ان  $\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2U_C}{dt^2}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$

اي الطاقة الاجمالية  $\frac{dE}{dt} = 0$  فان  $L \cdot C \frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$

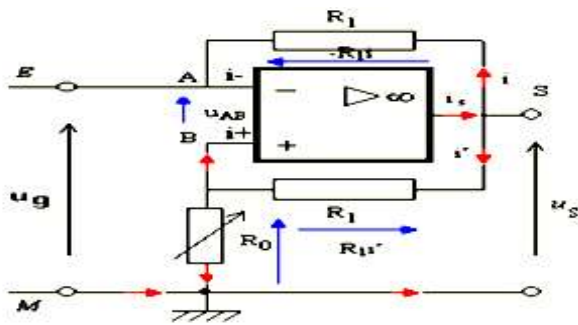
ثابتة

تكون الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن و تساوي الطاقة البدئية المخزونة في المكثف.

- خلال الذبذبات غير المخمدة تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة مغناطيسية في الوشعة و العكس صحيح.

## 5- صيانة الذبذبات

### 5-1: مولد الصيانة



$U_{AM} = U_{AS} + U_{SB} + U_{BM}$

$U_{AM} = -R_1 \cdot i + R_1 \cdot i' + R_0 \cdot i'$

(1)  $U_{AM} = R_1 (i' - i) + R_0 \cdot i'$

$U_{AM} = U_{AB} + U_{BM}$

(2)  $U_{AM} = 0 + R_0 \cdot i'$

من المعادلتين (1) و (2) نجد:  $R_1 (i' - i) = 0$  ، أي أن:  $i = i'$

وهكذا: التوتر بين مربطي المولد G يتناسب إطرادا مع شدة التيار.  $u_G = R_0 \cdot i$

### 5-2: دراسة المتذبذب

في كل لحظة يمكن كتابة:  $u_{AM} = u_{AD} + u_{DM}$

$L \frac{di}{dt} + (R_B - R_0)i + u_C = 0$  أي أن:  $R_0 i = R_B i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C}$

مع:  $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$  أي:

المعادلة التفاضلية للمتذبذب:  $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{(R_B - R_0)}{LC} C \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$

للحصول على تذبذبات مصانة يجب أن يكزن  $R_B - R_0 = 0$  أي  $R_B = R_0$

وبالتالي:  $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$  وهي المعادلة التفاضلية المميزة للمتذبذب (L, C) ذي مقاومة مهملة.

لصيانة التذبذبات يجب تزويد الدارة بطاقة كهربائية تعوض الطاقة المبددة بمفعول جول في المقاومة R. نستعمل ثنائي قطب يتصرف كمقاومة سالبة

### 5-3: معاينة التوتر بين مربطي مكثف الدارة (L, C) يوجد بها المولد G.

تجربة: في التركيب التجريبي السابق، نعاين التوتر  $u_C$  بين مربطي المكثف على شاشة راسم التذبذب، فنلاحظ:

