برنامج مادة الرياضيات بالسنة الثا نية من سلك البكالوريا

شعبة العلوم الرياضية
ـ مسلك العلوم الرياضية ـ أ ـ
ـ مسلك العلوم الرياضية ـ ب ـ

I. التحليل

هناك هدفان لهذا الجزء:

- توسيع مجال المتتاليات والدوال العددية التي تم التطرق إليها بالسنة الأولى من سلك البكالوريا بإدراج بعض المفاهيم الجديدة (نهاية متتالية؛ المتتالية المتقاربة؛ الاتصال في نقطة وعلى مجال ـ تكامل دالة على قطعة؛ متتالية معرفة بتكامل...) وتقديم بعض الدوال الجديدة (الدالة العكسية للدالة المثلثية ($x \to \tan x$)؛ دوال الجذور النونية والقوى الجذرية؛ الدوال اللوغاريتمية؛ الدوال الأسية؛ الدوال المعرفة بتكامل...).
- تقديم الحساب التكاملي وتطبيقاته ومفهوم المعادلات التفاضلية؛

إن التمكن من الدراسة التقليدية لدالة عددية ودراسة متتالية عددية يعتبر ضروريا غير أن هذه الدراسة ليست هدفا في حد ذاتها وإنما الهدف هو اعتمادها كأداة رياضية في حل المسائل (البحث عن المطاريف، مقارنة الصيغ التحليلية، الحل الهندسي للمتراجحات والمعادلات، التأطير، التقريب...).

المتتاليات العددية

لقد تم التطرق بالسنة الأولى من سلك البكالوريا إلى عموميات حول المتتاليات العددية وإلى مميزات المتتاليات الحسابية والهندسية وبعض تطبيقاتهما لتعويد التلاميذ على التعامل مع وضعيات متقطعة ووصفها باستعمال المتتاليات. كما كان مناسبة لممارسة بعض أنواع الاستدلال الرياضي (البرهان بالترجع على سبيل المثال). أما خلال هذه السنة فيتم تزويد التلاميذ ببعض الأدوات الضرورية لدراسة سلوك متتالية عددية شموليا وبجوار اللانهاية واستخلاص نتائج بشأنها وتوظيفها في تحديد تقريبات لبعض الأعداد الحقيقية وفي حل مسائل متنوعة من مواد التخصص.
إن درس المتتاليات لا ينتهي بانتهاء الفصل المخصص لها بل ينبغي استثمار نتائجه، كلما سنحت الفرصة لذلك، بمختلف فصول المقرر اللاحقة. كما يتم التركيز على توظيف المتتاليات في حل المسائل المتعلقة بالتأطير والتقريب سواء لأعداد حقيقية أو صيغ أو تعابير جبرية... ويكون هذا الفصل مناسبة لممارسة التلاميذ للاستدلالات الرياضية وتعويدهم على الدقة في صياغة البراهين والنصوص الرياضية.

الاتصال

إن مفهوم الاتصال من المفاهيم الجديدة في هذا المستوى؛ وقد تم إدراجه اعتبارا لدوره في تقديم عدة خاصيات أساسية تتعلق بالدوال العددية وتمثيل الدوال مبيانيا وحل المعادلات والمتراجحات والتقريب والتأطير وكأداة رياضية قوية وفعالة في إثبات المبرهنات والخاصيات بطريقة أكثر دقة ووضوحا.

يتم تقديم مفهوم الاتصال انطلاقا من مفهوم النهاية على أن يتم التركيز على اتصال دالة على قطعة وعلى مجال وأثر ذالك على منحنى الدالة (منحنى متصل) على صورة مجال أو قطعة بدالة متصلة وبدالة متصلة ورتيبة قطعا، كما يتم التركيز بصفة خاصة على مبرهنة القيم الوسيطية

وتطبيقاتها المختلفة وعلى حالة دالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال (حالة المعادلات من نوع $f(x)=x$ ...)، كما يكون هذا الفصل مناسبة للتذكير بدالة الجزء الصحيح (يستعمل الرمز $E(x)$) كمثال لدالة غير متصلة في عدد لا منته من النقط.

يتم تقديم مبرهنة الدوال العكسية (مبرهنة الدوال التقابلية) ثم تطبيقها في تقديم الدالتين: $x \to Arc\tan(x)$ و $x \to \sqrt[n]{x}$ والقوى الجذرية لعدد حقيقي موجب قطعا؛

الاشتقاق ودراسة الدوال

يتم خلال هذه الفقرة:

- تقديم دالة اللوغاريتم النبيري مباشرة بعد تقديم الاشتقاق والدوال الأصلية، كالدالة الأصلية للدالة $x \to \frac{1}{x}$ على المجال $]0,+\infty[$ والتي تنعدم في 1؛ أو تقديمها كالدالة العكسية للدالة الأسية النبيرية؛
- تقديم الدالة الأسية النبيرية إما كالدالة العكسية لدالة اللوغاريتم النبيري وإما كالحل الوحيد للمعادلة التفاضلية $y'=y$ و $y(0)=1$ أو كالحل الوحيد للمعادلة الدالية $f(x+y)=f(x)f(y)$ ؛
- تعريف العدد a^x ($a^x=e^{x\ln(a)}$) باستعمال تعريف وخاصيات الدالة الأسية النبيرية؛
- التركيز على تطبيقات مبرهنة رول ومبرهنة التزايدات المنتهية ومتفاوتة التزايدات المنتهية في تأطير وإكبار وإصغار التعابير الجبرية باعتبارها من أهم نتائج دروس التحليل خلال هذه السنة كما يجب العمل على أن يتمكن التلاميذ من التأويلات الهندسية لمختلف هذه الخاصيات.

II . الجبر والهندسة

الحسابيات

يعتبر هذا الفصل مجالا خصبا للتمرن على مختلف الاستدلالات الرياضية وعلى الدقة في صياغة العبارات والنصوص والبراهين الرياضية، إضافة إلى ارتباطه الوثيق بالتطور الكبير الذي عرفه مجال البرمجة المعلوماتية وما رافقها من تطور على مستوى خوارزميات التشفير.

بعد التذكير بمكتسبات التلاميذ في هذا المجال ومن خلال أنشطة متنوعة يتم:

- إبراز دور الموافقة بترديد n في حل المسائل التي يستعصي حلها في المجموعة $\mathbb{Z}$؛
- التطرق إلى أمثلة لمعادلات ديوفانتية والتركيز على تطبيقات مبرهنات كوص وبوزو وفيرما وخوارزمية حل المعادلة $ax+by=c$ ونظمات العد وتوظيفها في أمثلة من مسائل بسيطة حول التشفير؛
- إبراز دور الأعداد الأولية في بناء الأعداد الصحيحة من خلال التوظيف الجيد للمبرهنة الأساسية في الحسابيات.

الأعداد العقدية

يزاوج البرنامج بين الدراسة الجبرية للأعداد العقدية بمختلف الكتابات (الجبرية، المثلثية، الأسية) والدراسة الهندسية لهذه الأعداد؛ ويركز على تطبيق الأعداد العقدية في الحساب الجبري والحساب المثلثي والهندسة المستوية.

يجب التركيز على ما يلي:

- ترجمة المفاهيم الهندسية إلى لغة الأعداد العقدية دون إغفال التطبيقات الجبرية المتنوعة لهذه الأعداد خصوصا: إخطاط الحدوديات المثلثية وصيغ التحويل المثلثية وحساب المجاميع وحل المعادلات الجبرية ...؛
- الحل العقدي لبعض المسائل الهندسية؛

حساب الاحتمالات

يتم إدراج مفهوم المحاكاة (*Simulation*) لإثبات استقرار تردد حدث عشوائي من خلال إعادة تجربة عشوائية عددا كبيرا من المرات (10000 مرة أو أكثر) من خلال أمثلة بسيطة وباستعمال الملمس *Rand* للآلة الحاسبة العلمية أو القابلة للبرمجة أو المبرمج *Excel* المندمج في الحاسوب لهذه الغاية، إن كان مستوى القسم يسمح بذلك، تمهيدا لقبول احتمال حدث عشوائي؛ هذا وإن أي تبرير نظري لهذه النتيجة يعتبر خارج المقرر.

البنيات الجبرية

يقتصر البرنامج في هذا الجزء على البنيات الأساسية الواردة في المحتوى، والتي يجب أن يستوعبها التلاميذ خلال السنة الدراسية بكاملها، انطلاقا من الأمثلة التي يتم مصادفتها في مختلف فقرات البرنامج (الجبر، الهندسة، التحليل). هذا ويجب الاقتصار على المجموعات الاعتيادية الواردة بالبرنامج فقط، بالإضافة إلى مجموعات التحويلات ومجموعات المصفوفات المربعة (من الرتبة 2 و3).

البرنامج والقدرات المنتظرة
والتوجيهات التربوية

التحليل

1. المتتاليات العددية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- نهاية متتالية؛ - نهاية المتتاليات من نوع $(n^{\alpha})_n$ و $\alpha \in \square^*,(a^n)_n$ و $a \in \square^*$؛ - المتتالية المتقاربة؛ المتتالية المتباعدة؛ - العمليات على نهايات المتتاليات؛ النهايات والترتيب؛ مصاديق التقارب؛ – المتتاليات المتحادية؛ تقارب متتالية تزايدية ومكبورة (أو تناقصية ومصغورة)؛ حالة متتالية تزايدية وغير مكبورة؛ - دراسة المتتاليات الترجعية من الشكل $u_{n+1}=f(u_n)$ حيث f دالة متصلة على مجال I و $f(I)\subset I$؛ - نهاية مركب متتالية و دالة متصلة؛	- استعمال المتتاليات الهندسية والمتتاليات الحسابية في دراسة أمثلة من متتاليات من الشكل: $u_{n+1}=au_n+b$ و $u_{n+1}=\dfrac{au_n+b}{cu_n+d}$ أو متتاليات ترجعية أخرى؛ - توظيف التأطير وخاصيات الترتيب في البرهنة على أن متتالية تؤول إلى عدد أو إلى اللانهاية وذلك باعتماد تعريف نهاية متتالية، في أمثلة خاصة؛ - استعمال نهايات المتتاليات المرجعية ومصاديق التقارب لتحديد نهايات متتاليات عددية؛ - دراسة المتتاليات الترجعية من الشكل $u_{n+1}=f(u_n)$ حيث f دالة متصلة على مجال I و $f(I)\subset I$ ؛ - تحديد نهاية مركب متتالية ودالة متصلة (متتاليات من النوع $v_n=f(u_n)$)؛ - توظيف المتتاليات المتحادية في تأطير عدد حقيقي بأعداد عشرية؛ - تأطير تكامل دالة متصلة على مجال أو	- تتم ممارسة بعض الأنشطة الرياضية مثل دراسة سلوك المتتاليات الاعتيادية ($(\sqrt{n})_{n\geq 0}$ و $(n^2)_{n\geq 0}$ و... و $\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)_{n\geq 1}$ و $\left(\dfrac{1}{n^2}\right)_{n\geq 1}$ و...) عندما يؤول n إلى $+\infty$ لتقريب مفهوم نهاية متتالية (منتهية أو لا منتهية) باستعمال المبرمج *Excel* على سبيل المثال ثم تقديم تعريف كل من النهاية اللامنتهية والنهاية المنتهية وربطهما بنهاية دالة عددية عند $+\infty$؛ - ينحصر استعمال تعريف النهاية في البرهنة على بعض الخاصيات الواردة في البرنامج وممارسة بعض الأنشطة بهدف الاستئناس به فقط؛ وذلك لأن استعمال تعريف نهاية متتالية ليس هدفا للبرنامج؛ - يتم التركيز أكثر على استعمال نهايات المتتاليات الاعتيادية ومصاديق التقارب في دراسة نهايات المتتاليات؛ - للتعبير على أن متتالية تؤول: * إلى l نقول إن "كل مجال مفتوح مركزه l يحتوي على جميع حدود المتتالية انطلاقا من رتبة معينة"؛ * إلى $+\infty$ نقول إن "كل مجال مفتوح من الشكل $]a,+\infty[$ يحتوي على جميع حدود المتتالية انطلاقا من رتبة معينة"؛ تتم البرهنة على ما يلي: * مصاديق التقارب؛

	مساحة حيز محصور بين منحنى دالة متصلة على قطعة $[a;b]$ ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=a$ و $x=b$ (باستعمال طريقة المستطيلات مثلا)؛	* إذا كان $\forall n\ ;\ u_n < a$ وكانت المتتالية (u_n) تقبل نهاية منتهية l فإن $l \leq a$؛ * مبرهنة المتتاليتين المتحاديتين؛ - تتم دراسة نهاية المتتالية $(a^n)_{n\geq 0}$ (حيث $a \in R^*$) والمتتالية $(n^r)_{n\geq 1}$ (حيث $r \in Q^*$) واعتبارهما من النهايات الإعتيادية؛ - تتم معالجة مسائل تؤول إلى دراسة: * متتاليات ترجعية من الشكل: $u_{n+1} = au_n + b$ في حالات خاصة؛ $u_{n+1} = \dfrac{au_n + b}{cu_n + d}$ في حالات خاصة؛ $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث f دالة متصلة على مجال I وتحقق $f(I) \subset I$. * متتاليات من النوع $(v_n = f(u_n))$: في حالات خاصة. - يتم تقديم الخاصيتين: * إذا كانت متتالية من نوع $(u_{n+1} = f(u_n))$ (حيث f دالة متصلة على مجال I وتحقق $f(I) \subset I$) متقاربة ونهايتها هي l فإن l حل للمعادلة $f(x) = x$ ؛ * إذا كانت المتتالية (u_n) متقاربة ونهايتها هي l و f دالة متصلة في l فإن المتتالية $(v_n = f(u_n))$ متقاربة ونهايتها هي $f(l)$ ؛

2. الدوال العددية

2.1. النهاية والاتصال

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- الاتصال في نقطة؛ الاتصال على اليمين؛ الاتصال على اليسار؛ الاتصال على مجال (حالة الدوال الحدودية والدوال الجذرية والدوال المثلثية والدالة $x \to \sqrt{x}$)؛ التمديد بالاتصال في نقطة؛ – العمليات على الدوال المتصلة؛ – اتصال مركب دالتين متصلتين؛ نهاية مركب دالة متصلة ودالة تقبل نهاية؛ نهاية مركب متتالية عددية ودالة متصلة؛ - صورة مجال وصورة قطعة بدالة متصلة؛ – مبرهنة القيم الوسيطية؛ حالة دالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال - مبرهنة الدوال العكسية (مبرهنة الدوال التقابلية) - الدوال العكسية الاعتيادية: $x \to \sqrt[n]{x}$ و $x \to Arc\tan(x)$ ؛ - القوى الجذرية x^r (حيث $r \in \mathbb{Q}^*$) وخاصيات العمليات على القوى الجذرية؛	- دراسة اتصال دالة عددية في نقطة باستعمال حساب النهايات؛ - دراسة اتصال دالة على مجال باستعمال اتصال الدوال الاعتيادية وخاصيات العمليات على الدوال المتصلة؛ - تحديد صورة قطعة أو مجال (محدود أو غير محدود) بدالة متصلة وبدالة متصلة ورتيبة قطعا؛ - تطبيق مبرهنة القيم الوسيطية في إثبات وجود حلول بعض المعادلات أو في دراسة إشارة بعض التعابير...؛ - استعمال طريقة التفرع الثنائي (*la dichotomie*) في تحديد قيم مقربة لحلول المعادلة $f(x)=\lambda$ أو تأطير حلولها؛ - تطبيق مبرهنة القيم الوسيطية ومبرهنة الدالة التقابلية في حالة دالة متصلة ورتيبة قطعا؛	- يتم اعتماد التعريف التالي: نقول إن دالة f متصلة في نقطة x_0 إذا كان $\lim_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$ ؛ - يكون هذا الجزء مناسبة لضبط تعريف نهاية دالة في نقطة من خلال ممارسة بعض الأنشطة وأمثلة خاصة والتذكير بالخاصيات الأساسية (وحدانية النهاية، إذا وجدت، العمليات على النهايات...) ينحصر استعمال تعريف النهاية في البرهنة على بعض الخاصيات الواردة في البرنامج وممارسة بعض الأنشطة بهدف الاستئناس به أكثر دون أن يكون هدفا للبرنامج؛ - نقبل أن صورة قطعة بدالة متصلة هي قطعة وأن صورة مجال هو أيضا مجال ثم نستنتج مبرهنة القيم الوسيطية؛ - إن اعتماد جدول تغيرات دالة في استنتاج خاصياتها أو بعض النتائج المرتبطة بها أمر ينبغي تطويره لدى التلاميذ؛ - يتم تقديم مبرهنة الدوال العكسية تم تطبيقها في حالات خاصة واعتمادها في تقديم الدوال $x \to \sqrt[n]{x}$ والدالة $x \to Arc\tan(x)$ - يتم التركيز خصوصا على الدالة $x \to Arc\tan(x)$ أما الدالتان $x \to Arc\sin(x)$ و $x \to Arc\cos(x)$ فتعتبران خارج المقرر؛

2. 2. الاشتقاق ودراسة الدوال

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
1. الاشتقاق - الاتصال والاشتقاق؛ - اشتقاق مركب دالتين قابلتين للاشتقاق؛ - مشتقة الدالة العكسية لدالة قابلة للإشتقاق ورتيبة قطعا على مجال؛ - مشتقات الدوال $x \to \sqrt[n]{x}$ و $x \to Arc\tan(x)$ ؛ **2. الدوال الأصلية** - الدوال الأصلية لدالة متصلة على مجال؛ - تعريف وخاصيات؛ **3. الدوال اللوغاريتمية والدوال الأسية**	- التمكن من حساب مشتقات الدوال؛ - تحديد رتابة دالة؛ - تحديد إشارة دالة انطلاقا من جدول تغيراتها أو من تمثيلها المبياني؛ - دراسة دوال لاجذرية ودوال مثلثية ودوال مركبة وتمثيلها مبيانيا؛ - تحديد رتابة الدالة العكسية لدالة قابلة للإشتقاق ورتيبة قطعا على مجال وتمثيلها مبيانيا. - تحديد العدد المشتق في نقطة للدالة العكسية لدالة؛ - استعمال صيغ الاشتقاق لتحديد الدوال الأصلية لدالة على مجال؛	- يتم التذكير بمفهوم الاشتقاق وتطبيقاته من خلال أنشطة متنوعة تبرز الأهمية التي يكتسيها في الدراسة الموضعية والشاملة للدوال المقررة وخاصة في التقريب المحلي لدالة وفي دراسة منحى تغيرات دالة على مجال وتحديد المطاريف ودراسة إشارة دالة أو متفاوتة جبرية على مجال أو تقعر منحنى دالة عددية... ويكون مناسبة للتذكير بالخاصية المميزة لدالة ثابتة أو رتيبة قطعا على مجال؛ - من خلال دراسة أمثلة لدوال حدودية ودوال جذرية ودوال لاجذرية ودوال مثلثية تتم صيانة مكتسبات التلاميذ حول الاشتقاق وحساب النهايات وعناصر تماثل منحنى دالة ودراسة الفروع اللانهائية وتحديد مقاربات منحنى وحل بعض المعادلات والمتراجحات مبيانيا وتقريب دالة بدالة تآلفية؛ يتم بهذه المناسبة التطرق إلى المعادلات اللاجذرية من خلال معالجة بعض النماذج؛ - تدرج الكتابة التفاضلية $dy = f'(x)\,dx$ المعتمدة في مادة الفيزياء؛ - يتم حساب مشتقة مركب دالتين قابلتين للاشتقاق ومشتقة الدالة العكسية؛ - تعتبر دراسة الدوال من الشكل $x \to \sqrt[n]{u(x)}$ حيث $(n \geq 3)$ و $u(x)$ دالة موجبة، خارج البرنامج وينبغي الاقتصار على تحديد مشتقاتها؛

3.1. دالة اللوغاريتم النبيري: - تعريف وخصائص جبرية؛ - الرمز $\ln$ ودراسة الدالة $x \to \ln(x)$؛ - المشتقة اللوغاريتمية لدالة؛ - الدوال الأصلية للدالة: $x \to \dfrac{u'(x)}{u(x)}$؛ **3.2.** دالة اللوغاريتم للأساس a: - تعريف وخاصيات؛ - دالة اللوغاريتم العشري؛ **3.3.** الدالة الأسية النبيرية: - تعريف وخصائص جبرية؛ - الرمز $\exp$ ودراسة الدالة $x \to \exp(x)$؛ - العدد e والكتابة e^x؛ - الدوال الأصلية للدالة $x \to u'(x)\,e^{u(x)}$؛ **3.4.** الدالة الأسية للأساس a - تعريف وخاصيات؛ - مشتقة الدالة $x \to a^x$؛	- التمكن من الحساب على اللوغاريتمات؛ - التمكن من حل معادلات ومتراجحات ونظمات لوغاريتمية؛ - معرفة اللوغاريتم العشري وتطبيقاته (خاصة في حل المعادلات من نوع $10^x = a$)؛ - التمكن من النهايات اللوغاريتمية الأساسية وتطبيقها؛ - التمكن من دراسة وتمثيل دوال تحتوي صيغها على الدالة اللوغاريتمية النبيرية؛ - التمكن من حل معادلات ومتراجحات ونظمات أسية نبيرية؛ - التمكن من نهايات الدالة الأسية النبيرية الأساسية وتطبيقها؛ - التمكن من دراسة وتمثيل دوال تحتوي صيغها على الدالة الأسية؛	- تعتبر النهايات السابقة حول الدالة اللوغاريتمية والدالة الأسية النبيرية؛ بالإضافة $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^n}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^n}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} x^n \ln x$ حيث $(n \in \mathbb{N}^*)$ نهايات أساسية؛ - تستعمل الدوال اللوغاريتمية والأسية في حل مسائل متنوعة؛
4. **مبرهنة التزايدات المنتهية** – مبرهنة رول؛ مبرهنة التزايدات المنتهية؛ متفاوتة التزايدات المنتهية؛ - الخاصية المميزة لدالة ثابتة أو تزايدية قطعا على مجال؛	- التمكن من دراسة وتمثيل دوال تحتوي صيغها على الدالة الأسية النبيرية ودالة اللوغاريتم النبيري؛	
5. **المعادلات التفاضلية** - المعادلة التفاضلية: $y' = ay + b$ - المعادلة التفاضلية: $y'' + ay' + by = 0$	- التمكن من التأويل الهندسي لمبرهنة رول ومبرهنة التزايدات المنتهية ومتفاوتة التزايدات المنتهية؛	- لكل عدد a موجب قطعا لدينا $a^b = e^{b\ln a}$؛

- يتم التركيز على تطبيقات مبرهنة رول ومبرهنة التزايدات المنتهية ومتفاوتة التزايدات المنتهية في تأطير وإكبار وإصغار التعابير الجبرية ودراسة المتتاليات العددية؛ - ينبغي التركيز على التأويلات الهندسية لمختلف المبرهنات والخاصيات الواردة في هذه الفقرة لتدعيم دقة البراهين المقدمة وتصبح هندسية بدل استنتاجات جبرية فقط. - حل المعادلة $y'=ay+b$ وتوظيفها في وضعيات من مواد التخصص؛ - حل المعادلة $y''+ay'+by=0$ وتوظيفها في وضعيات من مواد التخصص - يقبل الحل العام للمعادلة التفاضلية $y''+ay'+by=0$.	- تطبيق هذه المبرهنات على المتتاليات العددية من نوع $u_{n+1}=f(u_n)$ أو في تأطير التعابير والصيغ الجبرية أو الأعداد الحقيقية؛ - حل المعادلة $y'=ay+b$ - حل المعادلة $y''+ay'+by=0$ - حل معادلات تفاضلية تؤول في حلها إلى حل إحدى المعادلتين السابقتين؛	

2. 3. الحساب التكاملي

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- تكامل دالة متصلة على قطعة $[a,b]$؛ التأويل الهندسي؛ - الدالة الأصلية $x \to \int_a^x f(t)\,dt$ ؛ - التكامل والعمليات (الخطانية، علاقة شال...)؛ - التكامل والترتيب: * التكامل والقيمة المطلقة؛ * القيمة المتوسطة لدالة متصلة على قطعة؛ * مبرهنة المتوسط : $\exists\, c\in [a,b],\ \int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$ ؛ - تقنيات حساب التكامل: استعمال الدوال الأصلية؛ طريقة المكاملة بالأجزاء؛ طريقة تغيير المتغير ...؛ - تطبيقات حساب التكامل: حساب المساحات؛ حساب الحجوم؛	- توظيف تقنيات حساب التكامل في حساب تكامل دالة - التمكن من حساب مساحة الحيز المحصور بين منحنيين ومستقيمين موازيين لمحور الأفاصيل؛ - التمكن من حساب حجم المجسم المولد بدوران منحنى دالة حول أحد محوري المعلم؛ - تطبيق حساب التكامل في إثبات بعض المتفاوتات وإعطاء تقريبات؛ - دراسة الدوال من نوع $x \to \int_a^{u(x)} f(t)\,dt$. - تأطير تكامل بمتتاليتين باستعمال طريقة المستطيلات (في حالة الدوال الرتيبة). - تحديد نهايتي المتتاليتين: $u_n = \frac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n} f(a+k\frac{b-a}{n})$ و $v_n = \frac{b-a}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(a+k\frac{b-a}{n})$ (حيث f دالة متصلة على المجال $[a,b]$)؛ - دراسة دوال ومتتاليات معرفة بتكامل.	- ينبغي تقديم تكامل دالة على قطعة انطلاقا من مفهوم دالة أصلية لدالة متصلة؛ - يتم الربط بين تكامل دالة متصلة وموجبة على مجال $[a;b]$ ومساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=a$ و $x=b$ من خلال دراسة حالة دالة ثابتة ثم دالة تآلفية ثم دالة تآلفية على مجالات ومتصلة ليتم تعميم النتيجة على الدوال المتصلة والموجبة على مجال؛ - يتم التركيز على تقنيات حساب التكامل وتقنيات تأطير تكامل ...؛ - يسمح التكامل بالبرهان على وجود الدوال الأصلية للدوال المتصلة على مجال وتوفير تقنيات لتحديدها وعكسيا تسمح معرفة دالة أصلية لدالة بحساب تكاملها وعليه ينبغي أن يبرز هذا التناسق للتلاميذ من خلال تعدد الأنشطة؛ - تعتبر الدوال من النوع $x \to \int_a^x f(x,t)dt$ خارج المقرر؛

الجبر والهندسة

1. الحسابيات

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- نظمات العد في الأساس $b\ (b \geq 2)$؛ - الأعداد الأولية فيما بينها؛ مبرهنة كوص؛ مبرهنة بوزو؛ - حل المعادلة $ax+by=c$: في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ - الموافقة بترديد n (تذكير)؛ - المجموعة $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ؛ العمليات في المجموعة $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ وخاصياتها؛ - المبرهنة الأساسية في الحسابيات؛ - المجموعة $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ في حالة p عدد أولي - مبرهنة فيرما (*petit théorème de FERMAT*)	- توظيف التفكيك إلى عوامل أولية في تحديد المضاعف المشترك الأكبر والقاسم المشترك الأصغر لعددين أو أكثر؛ - كتابة عدد صحيح طبيعي في نظمة العد لأساس معلوم؛ - جمع وجداء عددين في نظمة لأساس معلوم؛ - توظيف الموافقة بترديد n في وضعيات حسابياتية - توظيف مبرهنات (*Gauss*) و (*Bezout*) وفيرما (*Fermat*) في وضعيات حسابياتية؛ - توظيف خوارزمية إقليدس في تحديد القاسم المشترك الأكبر وفي تحديد معاملات بوزو؛ - حل المعادلة $ax+by=c$ في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$؛	- يتم توليف المكتسبات التي سبق التطرق لها في الجذع المشترك العلمي والسنة الأولى من شعبة العلوم الرياضية؛ - ينبغي التركيز على الدقة في البراهين والوضوح في التعبير عند صياغة البرهان؛ - تتم دراسة بعض الخوارزميات (اقليدس، كربال إيراطوسطين *Eratosthène*...) وتطبيقاتها؛ - تتم البرهنة على أن مجموعة الأعداد الأولية غير منتهية؛ - ينبغي دراسة بعض المعادلات الديوفانتية؛ - تطبق مبرهنة فيرما ومبرهنة كوص ومبرهنة بوزو والمبرهنة الأساسية في الحسابيات؛ - تتم معالجة أمثلة من وضعيات التشفير من خلال تمارين للتحسيس بهذا المفهوم؛

2. الأعداد العقدية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- المجموعة $\mathbb{C}$؛ الكتابة الجبرية لعدد عقدي؛ تساوي عددين عقديين؛ الجزء الحقيقي والجزء التخيلي لعدد عقدي؛ مرافق عدد عقدي وخاصياته؛ - العمليات على الأعداد العقدية؛ - المستوى العقدي؛ لحق نقطة؛ لحق متجهة؛ صورة عدد عقدي؛ - معيار عدد عقدي؛ المعيار والمسافة؛ المتفاوتة المثلثية؛ مجموعة الأعداد العقدية التي معيارها واحد $(U,.)$ والدائرة المثلثية؛ – عمدة عدد عقدي غير منعدم؛ - الشكل المثلثي لعدد عقدي؛ الإحداثيات القطبية لنقطة من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد وممنظم؛ زاوية متجهتين وعمدة خارج لحقيهما؛ التأويل الهندسي للكتابتين $\frac{z-a}{z-b}$ و $\frac{z-a}{z'-b}$؛ - الترميز الأسي لعدد عقدي غير منعدم؛ صيغتا أولير صيغة موافر؛ إخطاط وتعميل الحدوديات المثلثية؛ – الجذور من الرتبة n للوحدة؛ الجذور من الرتبة n لعدد عقدي غير منعدم؛ زمرة الجذور النونية للوحدة $(U_n,.)$؛ – المعادلة من الدرجة الثانية بمجهول عقدي واحد ومعاملاتها أعداد عقدية؛ العلاقة بين المعاملات والحلول؛ - الصيغ العقدية للتحويلات الاعتيادية في المستوى: الإزاحة؛ التماثل؛ التحاكي؛ الدوران.	- التمكن من الحساب الجبري على الأعداد العقدية - التأويل الهندسي للتعابير والصيغ العقدية؛ - توظيف الأعداد العقدية في الحساب المثلثي (صيغ التحويل والإخطاط والنشر)؛ - تأويل المفاهيم الهندسية التالية، باستعمال الأداة العقدية: المسافة بين نقطتين، قياس الزوايا، المرجح، استقامية النقط، استقامية وتعامد المتجهات، تداور أربع نقط ...؛ - حل المعادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد؛ - حل معادلات تؤول في حلها إلى حل معادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد؛ - التأويل الهندسي لمجموعة حلول المعادلة $z^n=1$ وحل هذه المعادلة؛ - تحديد الصيغ العقدية للتحويلات الاعتيادية - توظيف الصيغ العقدية للتحويلات الاعتيادية لدراسة وضعيات هندسية؛	- ينبغي التحسيس بضرورة إدخال الأعداد العقدية بشكل مختصر ومركز؛ - نظرا لما يكتسيه التمثيل الهندسي من أهمية في ترسيخ مفهوم العدد العقدي فإن تناوله ينطلق مباشرة مع بداية الفصل ويواكب تقديم جل المفاهيم المقررة لبلورة التأويلات الهندسية لكل من المقابل والمرافق والمعيار والعمدة ومجموع عددين عقديين وجداء عدد عقدي في عدد حقيقي؛ - توظف صيغ التحويل المثلثية وتستعمل الأعداد العقدية في إيجاد بعض صيغ التحويل المثلثية. - ينبغي العمل على جعل التلاميذ قادرين على توظيف الأعداد العقدية كأداة من بين الأدوات الأخرى لحل المسائل الهندسية؛ - يعتبر هذا الفصل مناسبة للتذكير وتوليف أهم النتائج حول التحويلات الاعتيادية في المستوى؛ - تتم معالجة مركب دورانين ومركب دوران وإزاحة ومركب تحاكي وإزاحة ومركب دوران وتحاكي من خلال أمثلة؛

3. حساب الاحتمالات

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- التجارب العشوائية؛ فضاء احتمالي منته؛ فرضية تساوي الاحتمالات؛ - الاحتمال الشرطي؛ استقلالية حدثين؛ استقلالية اختبارين؛ - المتغير العشوائي؛ قانون احتمال متغير عشوائي؛ حالة القانون الحداني؛ - الأمل الرياضي؛ دالة التجزيء؛ المغايرة؛ الانحراف الطرازي؛	- حساب احتمال اتحاد حدثين؛ واحتمال تقاطع حدثين واحتمال الحدث المضاد لحدث؛ - توظيف الاحتمال الشرطي لتحديد احتمال تقاطع حدثين؛ - استعمال النموذج التعدادي المناسب حسب الوضعية المدروسة؛ - التعرف على استقلال حدثين؛ وانسجام حدثين؛ - تحديد قانون احتمال متغير عشوائي. - التعرف على القانون الحداني وتطبيقه في وضعيات من مواد التخصص؛	- ينبغي تجنب أي تقديم نظري لمفهوم الاحتمال؛ - من خلال إعادة تجربة عشوائية بسيطة عددا كبيرا من المرات (رمي قطعة نقدية، سحب كرة من كيس، ...) نتبين استقرار تردد حدث عشوائي ثم تقبل هذه النتيجة؛ ويمكن استعمال الملمس *rand* من الآلة الحاسبة العلمية أو الآلة الحاسبة العلمية القابلة للبرمجة أو البرانم المدمجة في الحاسوب لهذه الغاية؛ - ينبغي الانطلاق من وضعيات ملموسة ومتدرجة تجعل التلاميذ يتدربون تدريجيا على وصف تجارب عشوائية باستعمال لغة الاحتمال؛ - يقدم احتمال حدث انطلاقا من استقرار تردده؛ - يعزز تقديم مفاهيم الاحتمالات بأمثلة متنوعة تغطي مختلف الحالات الممكنة؛ - يطبق الاحتمال في وضعيات متنوعة ذات الارتباط بمواد التخصص؛ - يكون الاحتمال مناسبة للتذكير بأهم النتائج حول التعداد.

4. البنيات الجبرية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
1. قانون التركيب الداخلي: - أمثلة متنوعة: مجموعة الدوال المعرفة على مجال؛ مجموعة الحدوديات التي درجتها أصغر أو تساوي n؛ مجموعتا المصفوفات المربعة $M_2(\mathbb{R})$ و $M_3(\mathbb{R})$؛ المجموعات $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$؛ مختلف مجموعات التحويلات مزودة بعملية التركيب؛ - قانون تركيب داخلي؛ جزء مستقر؛ قانون مستخلص؛ خاصيات قانون تركيب داخلي (التجميعية - التبادلية - العنصر المحايد - العنصر المماثل - الكتابتان na و a^n)؛ - التشاكل والتشاكل التقابلي بين مجموعتين مزودتين بقانوني تركيب داخليين؛ **2. الزمرة:** - الزمرة؛ قواعد الحساب في زمرة؛ زمرة جزئية؛ الخاصية المميزة لزمرة جزئية؛ - تشاكل زمرتين؛ زمرتان متشاكلتان تقابليا؛ صورة زمرة بتشاكل تقابلي؛ **3. الحلقة والجسم:** - الحلقة: تعريف وأمثلة. تطبيقات الحلقة الكاملة؛ - الجسم: تعريف وأمثلة. خاصيات؛ **4. الفضاء المتجهي الحقيقي:** - قانون تركيب خارجي؛ تعريف فضاء متجهي حقيقي؛ قواعد الحساب في فضاء متجهي حقيقي؛ الفضاء المتجهي الجزئي؛ الخاصية المميزة لفضاء متجهي جزئي؛ التأليفات الخطية لأسرة من متجهات في فضاء متجهي حقيقي؛ الارتباط والاستقلال الخطيان؛ أساس فضاء متجهي حقيقي؛ - بعد فضاء متجهي حقيقي؛	- التمكن من تقنيات العمليات على مختلف البنيات الاعتيادية؛ - توظيف بنيات المجموعات الاعتيادية لدراسة بنيات مجموعات أخرى؛ - مقارنة بنيتين جبريتين أو نقل بنية جبرية من مجموعة إلى أخرى باستعمال مفهوم التشاكل والتشاكل التقابلي؛	- الاقتصار على مجموعة الدوال المعرفة على مجال؛ مجموعة الحدوديات التي درجتها أصغر أو تساوي n؛ مجموعة المصفوفات المربعة؛ المجموعات $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$؛ مختلف مجموعات التحويلات مزودة بعملية التركيب؛ - ينبغي التركيز على العمليات الأساسية على المصفوفات المربعة؛ - يتم تقديم مختلف التعاريف معززة بأمثلة اعتيادية؛ - يتم التركيز على الزمرة الجزئية والفضاء المتجهي الجزئي في علاقتهما بالزمر والفضاءات الاعتيادية؛ - ينبغي التعامل مع عدة نماذج من العمليات على مختلف المجموعات الواردة في البرنامج (الأعداد؛ التحويلات؛ المصفوفات؛ التطبيقات؛ $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, U_n...)؛ - يتم تناول بنية $(M_n(\mathbb{R}),+,\times)$ وبنية $(M_n(\mathbb{R}),+,.)$ حيث $n=2,3$؛