التمرين 1: I- ارسم المنحنى (C) الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي: $g(t)=\frac{1}{t}\exp\left(-t^2\right)$

II - نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $F(x)=\int_x^{2x} g(t)dt$ من اجل $x\neq 0$ و $F(0)=\ln 2$

1- أدرس زوجية الدالة F .

2-أ) بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و أن : $F'(x)=\frac{e^{-4x^2}}{x}\left(1-e^{3x^2}\right)$

ب) استنتج منحى تغيرات الدالة F على المجال $]0,+\infty[$

3-أ) بين أن: $e^x\geq 1+x \quad (\forall x\in\mathbb{R})$

ب)استنتج أن: $\frac{1}{t}-t\leq g(t)\leq\frac{1}{t} \quad (\forall t>0)$

ج) بين أن: $\ln 2-\frac{3x^2}{2}\leq F(x)\leq \ln 2 \quad (\forall x>0)$

د) بين أن الدالة F متصلة و قابلة للاشتقاق في 0 .

4- أ) بين أن: $e^{-t^2}\leq e^{-t} \quad (\forall t\geq 1)$

ب)استنتج أن: $F(x)\leq\frac{e^{-x}-e^{-2x}}{x} \quad (\forall x\geq 1)$

ج) حدد نهاية الدالة F عند $+\infty$

5- أ) أعط جدول تغيرات الدالة F على $\mathbb{R}$

ب)ارسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة F

تمرين 2: F الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ ب: $F(x)=\int_0^1\frac{e^t}{t+x}dt$

1) بين أن $\frac{e-1}{1+x}\leq F(x)\leq\frac{e-1}{x}$ $\forall x\in]0,+\infty[$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)$

2) بين أن $F(x)\geq \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ $\forall x\in]0,+\infty[$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to 0^+}F(x)$

3) أ- بين أن: $F(x)=e^{-x}\int_x^{x+1}\frac{e^u}{u}du$

ب- استنتج أن F قابلة للإشتقاق على $]0,+\infty[$ ثم بين أن :

$$F'(x)=-\int_0^1\frac{e^t}{(t+x)^2}dt \qquad \forall x\in]0,+\infty[$$

ج- استنتج أن F تناقصية على $]0,+\infty[$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة F