04/05/2011
الثانية باك ع-ر
مدة الإنجاز: 2h

مادة الرياضيات
الأسدوس الثاني
مراقبة مستمرة رقم 2

Inisse
Groupe scolaire
2010-2011

التمرين 1 — 8 ن

نضع $f(z)=\dfrac{iz-1}{(z+1)^2}$ حيث $z\in\mathbb{C}-\{-1\}$

1- أ - حدد b من $\mathbb{R}$ بحيث $f(ib)=ib$

ب - استنتج حلول المعادلة $(E): f(z)=z$ في $\mathbb{C}$

2- نرمز لـ z_0 و z_1 و z_2 لحلول (E) بحيث $\operatorname{Re} z_0=0$ و $\operatorname{Re} z_1>\operatorname{Re} z_2$

أ) تحقق أن $z_1=-1+e^{i\frac{11\pi}{6}}$ و $z_2=-1+e^{i\frac{7\pi}{6}}$

ب- استنتج الشكل المثلثي لـ z_1 و z_2

3 - نضع: $z=e^{i\alpha}$ ، $0<\alpha<\pi$

أ- بين أن $\overline{f(z)}=iz\times f(z)$

ب - حدد α بحيث $f(z)+\overline{f(z)}=0$

ج - أكتب $f(z)$ على شكل $re^{i\varphi}$ بحيث $r>0$ و $\varphi\in\mathbb{R}$

4- حدد z بحيث $|z|=1$ و $\operatorname{Re}(f(z))=\frac{1}{2}$

التمرين 2 — 6 ن

نضع: $A=\left\{a+be^{i\frac{2\pi}{3}} \,/\, (a,b)\in\mathbb{Z}^2\right\}$

1- بين أن: $e^{i\frac{4\pi}{3}}\in A$ واستنتج أن "$\times$" ق ت د في A

2- بين أن: $(A,+,\times)$ حلقة تبادلية وواحدية

3- أ - أثبت أن: z يقبل مقلوبا في A ~~هو~~ $|z|=1$

ب - استنتج جميع عناصر A التي تقبل مقلوبا

التمرين 3 — 6 ن

D_2 مجموعة الدوال القابلة للإشتقاق مرتين على $]0,+\infty[$ والتي تحقق:

$$xf''(x)-(x+1)f'(x)+f(x)=0:$$

1- بين أن: $(D_2,+,\cdot)$ فضاء متجهي حقيقي

2- بين أنه إذا كان $f\in D_2$ فإن: $f'''(x)-f''(x)=0$

3- أ- استنتج أنه: يوجد a و b و c من $\mathbb{R}$ بحيث

$$f(x)=ae^{x}+bx+c$$

ب- بين أن $b=c$

ج - إستنتج أن: $\dim D_2=2$