

تمرين (6 نقط)

اعتنى بحسن تقديم ورقتك

لتكن f الدالة المعرفة ب: $f(x) = 2 - \sqrt[3]{1-x^3}$ و C_f مبياتها في م.م.

- (1) حدد D_f ثم حدد الفرع اللانهائي ل C_f 1 ن
- (2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يسار 1. 0.5 ن
- (3) أحسب مشتقة f لكل x من $]-\infty, 1[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f . 1 ن
- (4) بين أن f تقابل من $]-\infty, 1[$ نحو مجال J تحدده. 1 ن
- (5) حدد صيغة $f^{-1}(x)$ لكل x من J . 1 ن
- (6) أنشئ $C_{f^{-1}}$ و C_f في نفس المعلم. 1.5 ن

مسألة

الجزء الاول (6نقط)

لتكن φ الدالة المعرفة على $]-1, +\infty[$ ب: $\varphi(x) = \frac{-x}{x^2 + (x+1)^2} + \text{Arctan} \frac{x}{x+1}$

- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} \varphi(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا. 1 ن
- (2) (أ) بين أن الدالة φ قابلة للاشتقاق على $]-1, +\infty[$ وأن $\varphi'(x) = \frac{2x(2x+1)}{(2x^2 + 2x+1)^2}$ 1.5 ن
(ب) ضع جدول تغيرات الدالة φ . 0.5 ن
- (3) (أ) بين أن المعادلة $\varphi(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $]-\infty, 1[\setminus \{0\}$ وأن $-1 < \alpha < -\frac{1}{2}$. 1.5 ن
(ب) استنتج اشارة $\varphi(x)$ على المجال $]-1, +\infty[$. 0.5 ن
- (4) أنشئ C_φ (مبيان الدالة φ) في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) . 1 ن

الجزء الثاني (3نقط)

(1) باستعمال مبرهنة التزايد المتناهية بين أن $\text{Arctan } x < x < \text{Arctan } x + \frac{x}{x^2+1}$ 1 ن

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \text{Arctan } x}{x^2}$ 1 ن

(3) بين أن: $(\forall x \in]-1, 0[); \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \text{Arctan} \frac{x}{x+1} = \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{x+1} - \text{Arctan} \frac{x}{x+1} \right) + \frac{1}{x+1} \\ \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} \text{Arctan} \frac{x}{x+1} = -\frac{x+1}{x} \text{Arctan} \frac{x}{x+1} - \text{Arctan} \frac{x+1}{x} \end{cases}$ 1 ن

الجزء الثالث (5 نقط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة ب: $f(x) = 1 - \frac{1}{x} \text{Arctan} \frac{x}{x+1}; x \in]-1, 0[\cup]0, +\infty[$ و C_f مبياتها في م.م.

- (1) (أ) بين أن f متصلة على $]-1, +\infty[$. 1 ن
(ب) حدد الفرع اللانهائي ل C_f 0.5 ن
- (2) باستعمال السؤال (3) من الجزء الثاني بين أن f قابلة للاشتقاق على يسار 0 و على يمين -1. 1 ن
- (3) بين أن $f'(x) = \frac{\varphi(x)}{x^2}$ 1 ن
- (4) ضع جدول لتغيرات الدالة f ثم انشئ C_f . (ناخذ $f(\alpha) = \alpha = -0.7$). 1.5 ن