

(4) نضع $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} (1+j)^k$ لكل عدد طبيعي n

بين أن $S_n = e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i(n-1)\frac{\pi}{3}}$ ثم حدد قيم n كي يكون $S_n = 0$

التمرين الرابع :

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) U_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{k}{3^k}$

(1) أ- أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$

ب- بين أن $2^k \geq k$ ($\forall k \in \mathbb{N}^*$) و استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة

(2) أ- بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}^*) U_n = \frac{1}{3} \left(U_n - \frac{n}{3^n} \right) + \sum_{k=1}^{k=n} \left(\frac{1}{3} \right)^k$

ب- بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{3^n} = 0$ و استنتج أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \frac{3}{4}$

التمرين الخامس :

ليكن n عددا من \mathbb{N}^* و نعتبر الدالة العددية F_n المعرفة على

$[0, +\infty[$ بما يلي : $F_n(x) = x^n + 9x^2 - 4$

(1) أ- بين أن المعادلة $F_n(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا U_n

ب- حدد U_1 ; U_2

ج- بين أن $0 < U_n < \frac{2}{3}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$)

(2) أ- بين أن $F_{n+1}(x) < F_n(x)$ ($\forall x \in]0, 1[$)

ب- أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$ و استنتج أنها متقاربة

(3) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n^n$ و استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين الأول :

ليكن θ من $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$ حدد حسب قيم العدد θ الشكل المثلثي لكل

من العددين : $Z_1 = \frac{1}{1+i \tan \theta}$ و $Z_2 = i + \tan \theta$

التمرين الثاني :

نضع $f(z) = z^3 + (1-i)z^2 + 2(1+i)z - 8i$

(1) بين أن المعادلة $f(z) = 0$ تقبل حلا تخيليا z_0 يتم تحديده

(2) أ- حدد الأعداد العقدية a, b, c بحيث :

$$f(z) = (z+2i)(az^2 + bz + c)$$

ب- حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة $f(z) = 0$

(3) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر

النقط (O, \vec{u}, \vec{v}) : $A(1+i)$; $B(-2i)$; $C(-2+2i)$

أحسب العدد $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC

التمرين الثالث :

(1) نضع $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ أكتب j^2 ; j^3 و $1+j$ على الشكل الأسى

(2) لتكن $a ; b ; c$ أعداد عقدية بحيث $a + bj + cj^2 = 0$

بين أن $|a-b| = |b-c| = |c-a|$

(3) حدد الرمز الأسى لكل من $(1+j)^2$