

#### تصريف 1

تكن  $\varphi$  الدالة العددية المعرفة على المجموعة

$$\mathcal{D} = ]-\infty, -1[ \cup ]0, +\infty[$$

$$\forall x \in \mathcal{D} : \varphi(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{1+x}$$

1. أدرس تغيرات الدالة  $\varphi$ ، ثم استنتج أن :

$$\forall x \in \mathcal{D} : \varphi(x) > 0$$

2. باستعمال مبرهنة التزايديات المنتهية، على الدالة  $\ln$  على المجال

$$[x, x+1]$$
، بين من جديد أن :

$$\forall x \in \mathcal{D} : \varphi(x) > 0$$

تكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجموعة

$$\mathcal{D} \cup \{0\}$$
 بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1. أدرس اتصال وقابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في 0.

2. أحسب نهايات  $f$  عند محددات المجموعة  $\mathcal{D} \cup \{0\}$ .

3. أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathcal{D}$ ، ثم أعط جدول تغيرات  $f$ .

4. أنشئ المنحنى  $(\mathcal{C}_f)$ .

5. لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$g(x) = f(-1-x)$$

أ- حدد  $\mathcal{D}_g$  حيز تعريف الدالة  $g$ .

ب- بين أن المنحنيين  $(\mathcal{C}_f)$  و  $(\mathcal{C}_g)$  متماثلان بالنسبة للمستقيم

$$(\Delta) : x = -\frac{1}{2}$$
، معلقاً جوابك.

ج- أنشئ المنحنى  $(\mathcal{C}_g)$  في المعلم السابق.

د- أوجد  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)}$  :  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  :  $f(n) < 1 < g(n)$ .

هـ- استنتج أن :  $\forall n \in \mathbb{N}^* : \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < e < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$

6. أ- بين أن  $f$  تقبل من  $\mathbb{R}^+$  نحو مجال  $J$  ينبغي تحديده.

ب- حل في  $\mathbb{R}^+$  المعادلة  $f(x) = f^{-1}(x)$ .

#### تصريف 2

\* ق ت د معرف بما يلي

$$\forall (x, y) \in \mathbb{Z}^2$$

$$x * y = xy - 3(x+y) + 12$$

1- ادرت التبادلية والتجميعية

$$* \text{ في } \mathbb{Z}$$

2- حدد العنصر المحايد  $*$  في  $\mathbb{Z}$

3- حدد العناصر التي تقبل حماراً

4- بين أن  $[3, +\infty[$  حيز مستقر

$$\text{في } (\mathbb{Z}, *)$$

#### تصريف 3

$$E = \left\{ M(x) = \begin{pmatrix} a^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} / x \in \mathbb{R} \right\}$$

$$a > 0$$

1- بين أن  $E$  حيز مستقر

$$\text{في } (M_3(\mathbb{R}), \times)$$

2- حدد بنيت  $(E; \times)$