الثانوية التأهيلية ابن الياسمين	فرض محروس4 13-01-2011	2ب ع ر	ذ هدار

ن14,5 *تمرين1*

نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على IR بمايلي: $\boxed{f_n(x)=3x^n e^{-x^2}-1 \;\; ; \; n\in IN^*}$

A) نفترض في هذا الجزء أن: $n=1$

ن1 (1 احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x)$ واعط تأويلا هندسيا للنتيجتين .

ن1 **2) أ-**احسب $f_1'(x)$ لكل x من IR .

ن1 ب- أنشئ جدول تغيرات الدالة f_1 على IR.

ن1 (3 احسب $f_1''(x)$ لكل x من IR، ثم ادرس تقعر منحنى الدالة f_1.

ن0,5 (4 حدد معادلة المماس (Δ) لمنحنى الدالة f_1 في النقطة $A(0,-1)$

ن1 (5 ادرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) ومنحنى الدالة f_1

ن1 (6 أنشئ منحنى الدالة f_1 في معلم متعامد وممنظم .

B) نفترض في كل ما يلي أن $n\geq 2$.

ليكن C_n منحنى الدالة f_n في معلم متعامد وممنظم

ن0,5 (1 احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$.

ن 1 (2 أنشئ جدول تغيرات الدالة f_n على IR^+.

ن0.5 (3 أدرس الوضع النسبي للمنحنيين C_n و C_{n+1} في IR^+ .

ن1 (4 استنتج أن جميع المنحنيات C_n تمر من نقطتين ثابتتين يجب تحديدهما.

ن1 (5 أ- بين أن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلين مختلفين u_n و v_n في IR^+ بحيث: $0<u_n<1<v_n$.

ن0,5 ب-احسب النهاية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

ن1 ج - بين أن : $f_{n+1}(u_n)=u_n-1 \;\; ; \; \forall n\in IN^*$ ثم استنتج أن: $f_{n+1}(u_n)\leq 0 \;\; ; \; \forall n\in IN^*$

ن1 ت- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة.

و - نعتبر الدالة العددية g_n المعرفة على $]0;+\infty[$ بمايلي : $g_n(x)=\ln 3+n\ln x-x^2$

ن0,5 i . بين أن: $\forall x>0 \;\; : g_n(x)=0 \Leftrightarrow f_n(x)=0$

ن 1 ii . استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ن5,5 *التمرين الثاني :*

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=\ln x-\arctan x$

ن1,5 (1 بين أن المعادلة $f(x)=n\pi \;\; ; \; n\in IN$ تقبل حلا وحيدا x_n في المجال $]0;+\infty[$.

ن0,5 (2 أ- تحقق من أن : $e^{n\pi}<x_n \;\; ; \; \forall n\in IN$

ن0,5 ب- استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n=+\infty$

ن1,5 (3 تحقق أن : $\ln\dfrac{x_n}{e^{n\pi}}=\arctan x_n \;\; ; \; \forall n\in IN$ و استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{x_n}{e^{n\pi}}=\sqrt{e^{\pi}}$

ن1,5 (4 تحقق أن : $\ln\left(\dfrac{x_n}{x_{n+1}}\right)=\arctan x_n-\arctan x_{n+1}-\pi \;\; ; \; \forall n\in IN$ و استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{x_n}{x_{n+1}}\right)$