تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

2bac sm	فرض رقم 2	14-2015

التمرين الأول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=x\arctan x$

(I) 1) أ- أدرس زوجية الدالة f

ب- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

2) أحسب المشتقة $f'(x)$ و بين أن f تزايدية قطعا على المجال $[0,+\infty[$

3) أرسم المنحنى (C_f)

(II) 1) حل في $\mathbb{R}^+$ المتراجحة $f(x)>x$

2) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0=\sqrt{3}$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ U_n\geq\sqrt{3}$ (نعطي $\tan(1)\simeq 1,56$)

ب- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ \dfrac{U_{n+1}}{U_n}\geq\dfrac{\pi}{3}$ و استنتج أن $(U_n)_n$ تزايدية

ج- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ U_n\geq\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^n\sqrt{3}$ و حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

(III) 1) بين أن المعادلة $f(x)=\dfrac{\pi n}{4n+1}$ تقبل في المجال $[0,+\infty[$ حلا وحيدا x_n

2) أدرس رتابة المتتالية $(x_n)_n$

3) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ x_n<1$ و استنتج أن $(x_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

التمرين الثاني :

ليكن n عدد طبيعي بحيث $n>2$.

نعتبر الدالة f_n المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $f_n(x)=x^n-2-n(x-1)$

1) أدرس رتابة الدالة f_n

2) بين ان المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلين a_n و b_n مع $0<a_n<1<b_n$

3) أ- أدرس إشارة الفرق $f_{n+1}(x)-f_n(x)$

ب- استنتج رتابة المتتالية كل من المتتاليتين $(a_n)_n$ و $(b_n)_n$

4) بين أن $(\forall n>2)\ \dfrac{-2}{n}<a_n-1<\dfrac{-1}{n}$ و استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$

5) أ- بين أن $(\forall x>0)\ (\forall n>2)\ (1+x)^n\geq 1+nx+C_n^2x^2$

ب- استنتج إشارة $f_n\left(1+\dfrac{2}{n}\right)$ ثم أن $(b_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

بين أن $\lim\limits_{n\to+\infty}\sin^2\left(\pi\sqrt{n^2+n}\right)=1$