التمرين الأول :

أحسب النهايات التالية

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+1}}{x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2\sqrt[3]{x^3+1}+1}{3x+\sqrt{x^2+1}-2}$	$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2\sqrt{x}-x-1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}}$
$\lim\limits_{x\to2}\left(x^2-5x+6\right)\tan\left(\dfrac{\pi}{4}x\right)$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\cos(2x)\,\sin\left(\dfrac{3}{x^2}\right)$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin\left(\pi\sqrt{x+1}\right)}{x}$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^2+1}-\sqrt{3x+4}$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x+\sqrt[3]{1-x^3}\right)$	$\lim\limits_{x\to-\infty}x^2E\left(\dfrac{4}{x}\right)$
$\lim\limits_{x\to+\infty}x^2\sin\left(\dfrac{E(x)}{x^2}\right)$	$\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}\dfrac{\arctan\left(\sqrt[3]{x-1}+x\right)-\dfrac{\pi}{4}}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}\left(\arctan\left(\sqrt[3]{x+1}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right)$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt[4]{x^2+3}-\sqrt{x-1}\right)$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt[4]{x^2-1}}-\dfrac{x}{\sqrt[4]{x^2+1}}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[4]{x^4+x^2}-\sqrt[4]{x^4-3x^2}}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}$

التمرين الثاني :

أحسب ما يلي $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[4]{x}\left(\sqrt[4]{x+2\sqrt{x}}-\sqrt[4]{x+1}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\arctan(3x)-\arctan(2x-1)\right)$

$$\lim_{x\to+\infty}x^2\left(\arctan(x+1)-\arctan x\right)$$

التمرين الثالث :

ليكن $n\geq 2$. نعتبر الدالة $f_n(x)=\dfrac{\left(1-x^2\right)^n}{(1-x)\left(1-x^2\right)\times\ldots\ldots\times\left(1-x^n\right)}$

أ- بين أن $\lim\limits_{x\to1}f_n(x)=\dfrac{2^n}{n!}$

ب- بين أنه إذا كان n فردي فإن $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{1-x^2}{1-x^n}=0$ و إذا كان n زوجي فإن $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{1-x^2}{1-x^n}=\dfrac{2}{n}$

ج- استنتج أن $\lim\limits_{x\to-1}f_n(x)=0$

التمرين الرابع :

نعتبر الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-2\cos x+1}$

1) بين أن $f(x)\geq x+1$ $\left(\forall x\in\mathbb{R}^+\right)$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\cos x}{x}$ و استنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$

التمرين الخامس :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2+1}-2}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-1-x+\dfrac{x^2}{2}}{x^3}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-1-x}{\sqrt[3]{1-3x}-1+x}$

$\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}\dfrac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^3+1}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^4+1}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[4]{x^4+2x^3}-\sqrt[3]{x^3-x^2}$

التمرين السادس :

ليكن m و a عددان حقيقيان . نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-mx+2}{x+1} & ;\quad x>-1 \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{3-x}+a}{x-2} & ;\quad x\leq-1 \end{cases}$$

1) حدد النهاية $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x)$ تبعا لقيم العدد m

2) حدد m و a كي تكون الدالة f متصلة في النقطة -1

التمرين السابع :

لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ وبحيث : $f(0) \neq 0$ و $f(x+y) = f(x)f(y)$ $\left(\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2\right)$

1) بين أن الدالة f موجبة و حدد $f(0)$

2) نفترض أن f متصلة في النقطة 0 . بين أن الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$

التمرين الثامن :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي : $g(x) = 2x + E(x)$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$

2) ليكن k عدد من $\mathbb{Z}$. أدرس اتصال الدالة g في النقطة k

3) أدرس اتصال g على $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ ثم أرسم المنحنى في المجال $[-2,3]$

التمرين التاسع :

نعتبر الدالة h المعرفة بما يلي : $h(x) = E(x) + (x - E(x))^2$

1) حدد النهايتين $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} h(x)$

2) أدرس اتصال الدالة h على كل من $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$

3) أرسم المنحنى على المجال $[-3,2]$

التمرين العاشر :

✍ نضع $f(x) = x^3 + 2x - 1$

أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α و أن $0 < \alpha < 1$

ب- حدد تأطيرا للعدد α سعته $0,25$

ج- أنجز جدول إشارة $f(x)$

✍ بين أنه يوجد عدد β من المجال $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ بحيث $\frac{1-\sin\beta}{\beta} = 1$

✍ لتكن f دالة متصلة على $[0,1]$ وبحيث $f(0) = 0$ و $f(1) = 1$ بين أن $f(\alpha) = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ $\left(\exists \alpha \in \left]0,1\right[\right)$

✍ بين أن المعادلة $\cos x = x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ ثم قارن α و $\frac{\pi}{4}$

التمرين الحادي عشر :

لتكن f دالة متصلة على المجال $[0,1]$ وبحيث $f(0) = f(1)$

1) بين أن $f(\alpha) = f\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)$ $\left(\exists \alpha \in \left[0,\frac{1}{2}\right]\right)$

2) ليكن n عدد طبيعي بحيث $n \geq 3$. بين أن $f(\beta) = f\left(\beta + \frac{1}{n}\right)$ $\left(\exists \beta \in \left[0,1-\frac{1}{n}\right]\right)$

التمرين الثاني عشر :

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية : أ) $\arctan x - 2\arctan\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

ب) $2\arctan x = \arctan\frac{2x}{1-x^2}$ ج) $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{4-x} = 1$