## التمرين الأول

$$\lim_{x\to-2}\frac{x^2-x-6}{x^3+8} \quad ، \quad \lim_{x\to+\infty} x+\sqrt{x^2-x} \quad ، \quad \lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+2}+2x \quad ، \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{\sqrt{x+1}-3}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-x+2}-x \quad ، \quad \lim_{x\to1}\frac{x+\sqrt{x+3}-3}{\sqrt{x}-x} \quad ، \quad \lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x^2-5}-\sqrt{x+1}}{\sqrt{4-x}-1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin 3x}{2x} \quad ، \quad \lim_{\substack{x\to0\\x>0}}\frac{\sqrt{\tan x}-\sqrt{\sin x}}{x^2\sqrt{x}} \quad ، \quad \lim_{x\to\frac{1}{2}}\left(2x^2-3x+1\right)\tan\left(\pi x\right) \quad ، \quad \lim_{x\to0}\frac{x}{3}E\left(\frac{2}{x}\right)$$

$$\lim_{\substack{x\to0\\x>0}}\sqrt{x}\,E\left(\frac{1}{x}\right) \quad ، \quad \lim_{x\to0}\frac{1-\cos x\sqrt{\cos 2x}}{x^2} \quad ، \quad \lim_{x\to-2}\frac{2\sqrt{2-x}-\sqrt{x+3}-3}{\sqrt{1-4x}-\sqrt{x+11}}$$

## التمرين الثاني

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x\sin\left(\frac{1}{x}\right) & ; \quad x<0 \\ f(0)=0 & \\ f(x)=\frac{\tan x-\sin x}{x^2\sqrt{x}} & ; \quad x>0 \end{cases}$$

1) بين أن $f$ متصلة على يسار $x_0=0$

2) هل الدالة $f$ متصلة في النقطة $x_0=0$ ؟

## التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=xE\left(\frac{1}{x}\right) & ; \quad x<0 \\ f(0)=0 & \\ f(x)=\frac{x-E(x)}{\sqrt{x}} & ; \quad x>0 \end{cases}$$

1) بين أن $f$ متصلة على يمين $x_0=0$

2) هل الدالة $f$ تقبل تمديدا بالاتصال في النقطة $x_0=0$ ؟

## التمرين الرابع

نعتبر الدالة $x\neq0$ ; $f(x)=x\sqrt{\left(1+E\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2+1}$ و $f(0)=1$

1) بين أن $\sqrt{x^2+1}\leq f(x)\leq\sqrt{2x^2+2x+1}$ $\left(\forall x\in\mathbb{R}^{+*}\right)$ ثم استنتج أن $f$ متصلة على يمين $x_0=0$

2) هل الدالة $f$ متصلة في النقطة $x_0=0$ ؟

## التمرين الخامس

1) لتكن $f$ دالة متصلة على $[0,1]$ و بحيث $f(1)\geq 0$ بين أن : $(\exists c\in ]0,1[)\ :1-c=c^2f(c)$

2) لتكن $f$ دالة متصلة من $[0,1]$ نحو $[0,1]$ بين أن: $(\exists\beta\in[0,1])\ :f(\beta)+f(1-\beta)=2\beta$

3) لتكن $f$ دالة متصلة على $[a,b]$ و لتكن $x_1,x_2,...x_n$ n عنصر من المجال $[a,b]$

بين أن: $(\exists\alpha\in[a,b]):\ f(\alpha)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n}f(x_k)$

4) لتكن $f$ دالة متصلة على $\mathbb{R}$ وبحيث : $(\exists a\in\mathbb{R}):(f\circ f)(a)=a$ بين أن $f$ تقبل على الأقل نقطة صامدة

## التمرين السادس

1) أحسب النهايات التالية : $\lim_{x\to0^+}\frac{\arctan\sqrt{x^2+x}}{x}$ ، $\lim_{x\to2^+}(x-2)\arctan\frac{1}{x-2}$

$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}\left(\arctan x-\frac{\pi}{2}\right)$ ، $\lim_{x\to1}\frac{\arctan x-\frac{\pi}{4}}{x-1}$ و استنتج $\lim_{x\to1}\frac{x\arctan x-\frac{\pi}{4}}{x-1}$

2) أ- بين أن : $\arctan\frac{1}{2}+\arctan\frac{1}{3}=\frac{\pi}{4}$ و أحسب $b=\arctan\frac{1}{5}+\arctan\frac{2}{3}$

ب- بين أن $\arctan\frac{1}{7}+2\arctan\frac{1}{3}=\frac{\pi}{4}$ و $\arctan\frac{1}{5}+\arctan\frac{1}{2}+\arctan\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}$

3) أ- بين أن : $2\arctan\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)+\arctan x=\frac{\pi}{2}$

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\arctan x+\arctan 2x=\frac{\pi}{4}$

ج- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^+)\ \arctan(x+1)-\arctan x=\arctan\frac{1}{x^2+x+1}$ ثم بسط التعبير $\sum_{k=1}^{k=n}\arctan\frac{1}{k^2+k+1}$

## التمرين السابع

أحسب النهايات التالية : $\lim_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{x-1}-1}{\sqrt{x-1}-1}$ ، $\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt[3]{3x+4}-\sqrt{2+x}}{x+1}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[4]{x+1}+2}{\sqrt[4]{x+3\sqrt{x}}}$

$\lim_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^3+3x^2}-\sqrt[3]{x^3+1}$ ، $\lim_{x\to-\infty}\sqrt[3]{x^2+1}+3x$ ، $\lim_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt[3]{x^3+1}\right)$

$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt[4]{x}-1}{2\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}-1}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x^2-1}}{\sqrt[6]{x}-\sqrt{x-1}}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}}\sqrt[12]{x}$ ، $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{x-1}$