تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

الثانية علوم رياضية

الوطني الاستدراكي 2017

التمرين 1 : 4,5ن

نذكر أن $(\mathbb{C},+,\times)$ جسم تبادلي و أن $(M_2(\mathbb{R}),+,\cdot)$ فضاء متجهي حقيقي و أن $(M_2(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة واحدية غير تبادلية و غير كاملة .

نضع : $I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ و $J=\begin{pmatrix}0 & -3\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ و $M(x,y)=\begin{pmatrix}x & -3y\\ y & x\end{pmatrix}$ لكل (x,y) من $\mathbb{R}^2$

و $E=\{M(x,y)\ /\ (x,y)\in\mathbb{R}^2\}$

1. بين أن E فضاء متجهي جزئي من $(M_2(\mathbb{R}),+,\cdot)$ بعده 2 — 0,75
2. أ) بين أن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$ — 0,5
   ب) بين أن $(E,+,\times)$ حلقة واحدية و تبادلية — 0,75
3. نضع $E^*=E\setminus\{M(0,0)\}$ و نعتبر التطبيق φ من $\mathbb{C}^*$ نحو E^* المعرف بما يلي :

$$\forall (x,y)\in\mathbb{R}^2\quad \varphi(x+iy)=M\left(x,\frac{y}{\sqrt{3}}\right)$$

   أ) بين أن φ تشاكل تقابلي من $(\mathbb{C}^*,\times)$ نحو $(E^*,\times)$ — 0,75
   ب) استنتج أن $(E^*,\times)$ زمرة تبادلية . — 0,5
   ج) بين أن : $\varphi(3^{1008}\sqrt{3}i)=J^{2017}$ ثم حدد مقلوب المصفوفة J^{2017} في $(E^*,\times)$ — 0,75
4. بين أن $(E,+,\times)$ جسم تبادلي. — 0,5

التمرين 2 : 3 ن

يحتوي كيس على $2n$ كرة (n من $\mathbb{N}^*$) ، منها n كرة بيضاء و n كرة سوداء. جميع الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس.

تقتضي لعبة سحب كرة واحدة من الكيس و تسجيل لونها و إعادتها إلى الكيس ثم سحب كرة أخرى من نفس الكيس و تسجيل لونها كذلك .

قانون اللعبة هو كما يلي :

- إذا كان لون الكرتين المسحوبتين أبيض ، نربح 20 نقطة
- إذا كان لون الكرتين المسحوبتين أسود ، نخسر 20 نقطة
- إذا كانت الكرتان المسحوبتان مختلفتي اللون ، يكون الربح منعدم .

1. أحسب احتمال ربح 20 نقطة و احتمال خسارة 20 نقطة و احتمال تحقيق ربح منعدم — 0,75
2. نعيد اللعبة السابقة خمس مرات
   أ) أحسب احتمال ربح 100 نقطة — 0,5
   ب) أحسب احتمال ربح 40 نقطة — 1
3. خلال لعبة واحدة ، نعتبر المتغير العشوائي X الذي يأخذ فقط القيم -20 عند الخسارة و 0 عندما يكون

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

الربح منعدما و $+20$ عند الربح	
أ) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X	0,5
ب) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X	0,25

التمرين 3 : 2,5 **ن**

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $O,\vec{e}_1,\vec{e}_2$	
لتكن M نقطة لحقها العدد العقدي غير المنعدم z و M' النقطة التي لحقها $z'=\frac{1}{2}\left(z+\frac{1}{z}\right)$	
1. حدد العدد العقدي z لكي تكون النقطتان M و M' منطبقتين .	0,5
2. نفترض أن M تخالف النقطتين A و B لحقيهما على التوالي 1 و -1	
بين أن : $\frac{z'+1}{z'-1}=\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^2$	0,5
3. ليكن Δ واسط القطعة AB	
بين أن : إذا كانت M تنتمي إلى Δ فإن M' تنتمي إلى Δ	0,75
4. لتكن Γ الدائرة التي أحد أقطارها AB	
بين أن : إذا كانت M تنتمي إلى Γ فإن M' تنتمي إلى المستقيم AB	0,75

التمرين 4 : 10 **ن**

<u>الجزء الأول</u> :	
لتكن f الدالة العددية المعرفة على $I=0,+\infty$ بما يلي :	
$f\ 0=1$ و $\forall x\in 0,+\infty \quad f\ x=\frac{Arc\tan\ x}{x}$	
1. بين أن f متصلة على المجال I	0,5
2. أ) ليكن x من I بين أن : $\forall t\in 0,x \quad \frac{1}{1+x^2}\leq\frac{1}{1+t^2}\leq 1$	0,5
ب) بين أن : $\forall x\in 0,+\infty \quad \frac{x}{1+x^2}\leq Arc\tan\ x\leq x$	0,5
ج) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0	0,75
3. أ) علما أن f قابلة للاشتقاق على المجال $0,+\infty$ ، أحسب $f'\ x$ لكل x من $0,+\infty$	0,5
ب) أدرس تغيرات الدالة f على المجال I	0,25

<u>الجزء الثاني</u> :	
لتكن g الدالة العددية المعرفة على $I=0,+\infty$ بما يلي :	
$g\ 0=1$ و $\forall x\in 0,+\infty \quad g\ x=\frac{1}{x}\int_0^x f\ t\ dt$	
1. أ) بين أن : $\forall x\in 0,+\infty \quad f\ x\leq g\ x\leq 1$	0,5
ب) بين g قابلة للاشتقاق على اليمين في 0	0,75

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

2. بين أن الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $0,+\infty$ و أن $\forall x\in 0,+\infty \quad g' x =\frac{1}{x} f x -g x$	0,75
3. بين أن الدالة g تناقصية على المجال I	0,25
4. أ) بين أن : $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}\int_1^x f t dt=0$ (لاحظ أن : $\forall x\in 0,+\infty \quad 0<Arc\tan x<\frac{\pi}{2}$)	0,75
ب) أحسب $\lim_{x\to+\infty} g x$	0,5

الجزء الثالث :	
1. بين أن المعادلة $g x =x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $0,1$	0,75
2. أ) تحقق أن : $\forall x\in 0,+\infty \quad 0\le 1-f x \le\frac{x^2}{1+x^2}$ (يمكن استعمال السؤال 2. ب) الجزء الأول)	0,5
ب) بين أن $\forall x\in 0,+\infty \quad \left g' x \right \le\frac{1}{2}$	0,75
3. لتكن $u_n _{n\ge0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0\in\mathbb{R}^+$ و $u_{n+1}=g u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$	
أ) بين أن $\forall n\in\mathbb{N} \quad \left u_{n+1}-\alpha\right \le\frac{1}{2}\left u_n-\alpha\right $	0,75
ب) بين أن المتتالية $u_n _{n\ge0}$ متقاربة	0,75