تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

الامتحان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريا
الدورة العادية 2004

مادة الرياضيات
مسلك العلوم الرياضية أ و ب
المعامل 10
مدة الإنجاز : أربع ساعات

استعمال الحاسبة الغير القابلة للبرمجة مسموح به

التمرين الأول : (3,0 ن)

① ليكن n عددا صحيحا طبيعيا .

0,50 ن (أ) بين أنه إذا كان n عددا فرديا فإن $n^2 \equiv 1[8]$.

0,50 ن (ب) بين أنه إذا كان n عددا زوجيا فإن $n^2 \equiv 0[8]$ أو $n^2 \equiv 4[8]$.

② ليكن a و b و c أعداد صحيحة طبيعية فردية .

0,50 ن (أ) بين أن $a^2+b^2+c^2$ ليس مربعا كاملا.

0,50 ن (ب) بين أن : $2(ab+bc+ac) \equiv 6[8]$.

(لاحظ أن : $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$)

0,50 ن (ج) استنتج أن : $2(ab+bc+ac)$ ليس مربعا كاملا .

0,50 ن (د) بين أن $(ab+bc+ac)$ ليس مربعا كاملا.

التمرين الثاني : (3,0 ن)

لتكن E مجموعة المصفوفات التي تكتب على شكل : $M_a = \begin{pmatrix} a & \frac{1}{\sqrt{3}}\left(a-\frac{1}{a}\right) \\ 0 & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$

و F مجموعة المصفوفات المعرفة بما يلي : $N_a = \begin{pmatrix} a & \frac{1}{\sqrt{3}}\left(a-\frac{1}{a}\right) \\ -a\sqrt{3} & -a \end{pmatrix}$

0,50 ن ① (أ) بين أن : $M_a \times M_b = M_{ab}$; $(\forall (a,b) \epsilon \mathbb{R}^{*2})$.

0,50 ن (ب) ليكن φ التطبيق المعرف من $\mathbb{R}^*$ نحو E بما يلي : $\varphi(a) = M_a$.

بين أن : φ تشاكل من $(\mathbb{R}^*,\times)$ نحو $(E,\times)$.

0,50 ن (ج) استنتج البنية الجبرية لـ $(E,\times)$.

0,50 ن ② (أ) بين أن $N_a \times N_b = M_{\frac{b}{a}}$; $(\forall (a,b) \epsilon \mathbb{R}^{*2})$.

0,50 ن (ب) نضع $G = E \cup F$ ، بين أن : $(G,\times)$ زمرة .

0,50 ن (ج) هل $(G,\times)$ زمرة تبادلية ؟

تم تحميل هذا الملف من موقع Telemidi.com

التمرين الثالث : (3,5 ن)

0,75 ن ① حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 + z + 1 = 0$.

② لكل عدد عقدي z حيث : $z = e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ نضع : $z' = \dfrac{1}{z^2 + z + 1}$

مع : $-\pi \leq \theta \leq \pi$ و $\theta \neq \dfrac{2\pi}{3}$ و $\theta \neq \dfrac{-2\pi}{3}$

0,75 ن أ) تحقق أن : $1 + z + z^2 = z(1 + z + \bar{z})$.

0,75 ن ب) احسب معيار و عمدة z' بدلالة θ .

0,75 ن ج) نضع : $z' = x + iy$ حيث $(x, y) \epsilon \mathbb{R}^2$.

بين أن : $x^2 + y^2 = (1 - 2x)^2$.

0,50 ن د) استنتج أن M ذات اللحق z' تنتمي إلى هدلول يتم تحديد مركزه و رأسيه و مقاربيه .

التمرين الرابع : (10 ن)

(I) نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي : $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{x}$

0,50 ن ① أحسب نهايات f عند محدات مجموعة تعريفها $\mathcal{D}_f$.

0,50 ن ② أدرس تغيرات الدالة f .

③ ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

0,50 ن أ) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(\mathscr{C})$.

0,25 ن ب) أنشىء $(\mathscr{C})$.

(II) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_{n+1} = {u_n}^2 f(u_n) = u_n e^{-u_n} \quad ; \quad (\forall n \epsilon \mathbb{N}) \\ u_0 = 1 \end{cases}$

0,25 ن ① بين أن : $e^x \geq x + 1$; $(\forall x \epsilon \mathbb{R})$.

0,25 ن ② استنتج أن : $x^2 f(x) \leq \dfrac{x}{x+1}$; $(\forall x > 0)$

0,50 ن ③ أ) باستعمال البرهان بالترجع بين أن : $0 < u_n \leq \dfrac{1}{n+1}$; $(\forall n \epsilon \mathbb{N})$

0,75 ن ب) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها.

④ نضع من أجل كل عنصر n من $\mathbb{N}^*$: $v_n = \sum_{k=0}^{n-1} u_k$

0,75 ن أ) بين أن : $v_n = \ln\left(\dfrac{1}{u_n}\right)$; $(\forall n \epsilon \mathbb{N}^*)$

0,50 ن ب) حدد نهاية المتتالية (v_n) .

تم تحميل هذا الملف من موقع Telamidi.com

(***III***) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$(\forall x>0)\ ;\ F(x)=\int_{x^2}^{4x^2} f(t)\,dt \qquad \text{و} \qquad F(0)=2\ln 2$$

0,25 ن ① (أ) تحقق أن : $(\forall x>0)\ ;\ \int_{x^2}^{4x^2}\frac{1}{t}dt=2\ln 2$

0,50 ن (ب) باستعمال نتيجة السؤال ① من الجزء الثاني بين أن : $(\forall t>0)\ ;\ -t<e^{-t}-1\leq 0$.

0,50 ن ② (أ) بين أن : $(\forall x>0)\ ;\ -3x^2\leq F(x)-2\ln 2\leq 0$.

0,25 ن (ب) استنتج أن F متصلة و قابلة للإشتقاق على اليمين في 0.

0,25 ن ③ (أ) بين أن $f(t)<e^{-t}$; $(\forall t\geq 1)$.

0,50 ن (ب) استنتج النهاية التالية : $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$

0,75 ن ④ (أ) بين أن F قابلة للإشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و احسب $F'(x)$.

0,50 ن (ب) اعط جدول تغيرات الدالة F .

0,50 ن (ج) أنشىء $(\mathscr{C}_F)$ في معلم متعامد ممنظم .

⑤ لتكن G الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $G(x)=\int_{x}^{4x} e^{-t}\ln t\,dt$

0,50 ن (أ) بين أن : $(\forall x>0)\ ;\ G(x)=F\left(\sqrt{x}\right)-e^{-4x}ln(4x)+e^{-x}ln(x)$.

0,50 ن (ب) أحسب النهاية التالية : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}(e^{-x}-e^{-4x})\ln x$

0,25 ن (ج) استنتج : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} G(x)$