السنة 2 بكالوريا علوم رياضية	المتتاليات العددية	سلسلة 2

تمرين 1 : نعتبر المتتالية : $u_n = \frac{2^n}{n!}$ حيث $n \in IN$

1) تحقق أن : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2}{n+1}$ ثم استنتج أن : $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2}$ لكل $n \geq 3$

2) بين أن : $u_n \leq u_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$ لكل $n \geq 3$

3) حدد : $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n$

تمرين 2 : نعتبر المتتالية : $u_n = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \ldots + \frac{1}{n^2}$ لكل $n \in IN^*$

1) ادرس رتابة u_n

2) تحقق أن: $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$ لكل $k \in IN_{-\{0,1\}}$

3) استنتج أن: $\forall n \in IN_{-\{0,1\}}\ u_n < 2 - \frac{1}{n}$

4) بين أن u_n متقاربة.

تمرين 3 : نعتبر المتتالية : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}\ ; n \geq 0 \end{cases}$

1) ادرس رتابة u_n

2) بين أن u_n غير مكبورة (استعمل برهانا بالخلف)

3) استنتج ؟

تمرين 4 : نعتبر المتتالية : $u_n = 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots + \frac{1}{n!}$ لكل $n \in IN^*$

1) ادرس رتابة u_n

2) بين أن : $k! \geq 2^{k-1}$ لكل $k \in IN^*$

3) استنتج أن u_n متقاربة.

تمرين 5 : نعتبر المتتالية : $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}$ لكل $n \in IN^*$

1) ادرس رتابة u_n

2) تحقق أن : $S_{2n} - S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{2n}$ لكل $n \in IN^*$ ثم استنتج أن : $S_{2n} - S_n \geq \frac{1}{2}$

3) بين أن: $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n = +\infty$

4) نضع $p_n = S_{2n} - S_n$ ، بين أن p_n متقاربة.