السنة 2 بكالوريا علوم رياضية	المتتاليات العددية	سلسلة 1

تمرين 1 : نعتبر المتتاليتين المعرفتين كما يلي : $u_n = \dfrac{\sqrt{n}+1}{2\sqrt{n}}$ و $v_n = n\sqrt{n}$

1) بين باستعمال التعريف أن : $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} u_n = \dfrac{1}{2}$

2) بين باستعمال التعريف أن : $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} v_n = +\infty$

تمرين 2 : حدد نهاية المتتاليات التالية :

$a_n = \left(\dfrac{2}{3}\right)^n + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$ و $b_n = 2007^n - 2008^n$ و $c_n = \dfrac{(-2)^n+1}{5^n+7}$ و $d_n = \dfrac{\sqrt{2^n}+\sqrt{3^n}}{\sqrt{2^n+3^n}}$

$e_n = 1+\dfrac{2}{3}+\dfrac{4}{9}+\dfrac{8}{27}+\ldots+\dfrac{2^n}{3^n}$ و $f_n = \left(\dfrac{2}{3}\right)^n \sin(7^n)$ و $u_n = n-\sin(n^5)$

$v_n = \dfrac{7^n+\sin n}{7^n+\cos(5^n)}$ و $w_n = n^n$ و $x_n = 1+2+3+\ldots+n$

تمرين 3 : نعتبر المتتالية : $u_n = 1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n}}$ لكل $n\in IN^*$

1) بين أن: $\forall n\in IN\ \ \sqrt{n}+\dfrac{1}{\sqrt{n+1}} \geq \sqrt{n+1}$

2) استنتج أن: $\forall n\in IN^*\ \ u_n \geq \sqrt{n}$

3) حدد : $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} u_n$

تمرين 4 : نعتبر المتتالية : $u_n = \dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}$ لكل $n\in IN^*$

1) احسب u_1 و u_2 و u_3

2) بين أن: $\forall n\in IN^*\ \ \dfrac{n}{\sqrt{n^2+n}} \leq u_n \leq \dfrac{n}{\sqrt{n^2+1}}$

3) حدد : $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} u_n$

تمرين 5 : نعتبر المتتالية : $u_n = \dfrac{1}{1\times 2}+\dfrac{1}{2\times 3}+\ldots+\dfrac{1}{n\times(n+1)}$ لكل $n\in IN^*$

1) تحقق أن: $\dfrac{1}{k(k+1)} = \dfrac{1}{k}-\dfrac{1}{k+1}$ لكل $k\in IN^*$

2) استنتج أن : $\forall n\in IN^*\ \ u_n = 1-\dfrac{1}{n+1}$

3) حدد : $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} u_n$

تمرين 6 : حدد نهاية المتتالية : $u_n = \dfrac{E(\pi)+E(2\pi)+E(3\pi)+\ldots+E(n\pi)}{n^2}$ حيث $n\in IN^*$