

التمرين الأول

حل في \mathbb{R} ما يلي : (1) $\ln(x+2) + \ln(x+3) = \ln 6$ (2) $2\ln(2x-1) - 3\ln(1-x) = 0$ (3) $\ln x + \ln(x+2) = \ln(x^2 - 2x + 2)$ (4) $\ln(x-2) \leq 0$ (5) $\ln(x-2) + \ln\left(\frac{1}{x+1}\right) \geq 0$ (6) $\ln(\ln(x)) < 0$ (7) $\ln|2x+1| \geq 1$

التمرين الثاني

حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات التالية :

(1) $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ (2) $f(x) = \frac{\ln x}{1 - \ln^2 x}$ (3) $f(x) = \sqrt{\ln(x+1)}$ (4) $f(x) = \sqrt{1 + \ln x}$ (5) $f(x) = \ln(\ln(x))$

التمرين الثالث

أحسب النهايات التالية : $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \ln x$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} x (\ln x)^n$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^n}{x}$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{\ln x}$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \ln x - \ln(x+1)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \ln x$

التمرين الرابع

معتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x+1}{x} + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

- حدد D_f و أحسب نهايات f عند محددات D_f
- أحسب المشتقة $f'(x)$ و أدرس تغيرات الدالة f ثم صمم جدول تغيراتها
- أسم المنحنى C_f

التمرين الخامس

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^{+*} بما يلي : $g(x) = \ln(x+1) - \ln x - \frac{1}{x+1}$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) أحسب $g'(x)$ و أنجز جدول التغيرات

(3) استنتج إشارة $g(x)$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي : $f(x) = x(\ln(x+1) - \ln x)$; $x \neq 0$
 $f(0) = 0$

(1) أ- يبي أنه f متصلة على يمينه $x_0 = 0$

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمينه $x_0 = 0$

(2) أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) أحسب المشتقة $f'(x)$ و أدرس تغيرات الدالة f ثم صمم جدول تغيراتها

(4) أ- حل المتراجحة $f(x) \geq x$ ب- أسم المنحنى C_f

(III) لتكن $(U_n)_n$ متتالية بحيث $U_0 \in]0, \frac{1}{e-1}[$

(1) يبي أنه $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 0 < U_n < \frac{1}{e-1}$

(2) أدرس تباينة المتتالية $(U_n)_n$ و استنتج أنها متقاربة ثم أحسب نهايتها