التمرين الأول

أحسب ما يلي : $\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{2+\cos x}dx$ $\quad$ $\int_1^2\frac{\sqrt{1+\ln t}}{t}dt$

$\int_0^{\pi}\sin x\sqrt{3-\cos x}\,dx$ $\quad$ $\int_1^{\ln 3}\frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}}dx$

$\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{|\ln y|}{y}dy$ $\quad$ $\int_1^4\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$ $\quad$ $\int_1^e\frac{dx}{x(1+\ln x)}$

التمرين الثاني

باستعمال مكاملة بالجزاء أحسب التكاملات التالية :

$L=\int_e^{e^2}(\ln x)^2dx$ $\quad$ $I=\int_0^1\ln(1+x^2)dx$

$J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin x\,dx$ $\quad$ $K=\int_0^1 x\arctan x\,dx$

$A=\int_0^1 x\ln(1+x)dx$ $\quad$ $B=\int_1^{\ln 2}\frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$

التمرين الثالث :

أحسب ما يلي : $\int_1^4\frac{1}{1+\sqrt{x}}$ ضع $t=1+\sqrt{x}$

$\int_1^e\frac{1}{2x\sqrt{3+\ln x}}dx$ ضع $t=3+\ln x$

$\int_{-1}^1\frac{1}{(3+x)\sqrt{x+2}}$ ضع $t=\sqrt{x+2}$

$\int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}}\frac{t^3\,dt}{(1+t^2)\sqrt{t^2+1}}$ ضع $x=\sqrt{t^2+1}$

$\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{dx}{2+\sin^2x}$ ضع $t=\tan\frac{x}{2}$ و $x\in\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$

التمرين الرابع

1) تحقق أنّ :

$$\forall x\in\mathbb{R}-\{-2,2\}\qquad \frac{x^2}{4-x^2}=-1+\frac{1}{2+x}+\frac{1}{2-x}$$

2) أحسب التكامل $\int_{\frac{1}{2}}^1\frac{x^2}{4-x^2}dx$

3) باستعمال مكاملة بأجزاء احسب :

$$I=\int_{\frac{1}{2}}^1\ln(4-x^2)\,dx$$

التمرين الخامس

نعتبر التكاملين :

$$I=\int_0^{\ln 16}\frac{e^x+3}{e^x+4}dx \quad \text{و} \quad J=\int_0^{\ln 16}\frac{1}{e^x+4}dx$$

1) أحسب التكاملين $I+J$ و $I-3J$

2) استنتج قيمة كل من I و J

التمرين السادس

ليكن n عدد طبيعي غير منعدم . و نضع $I_0=\int_1^e x^2dx$ و $I_n=\int_1^e x^2(\ln x)^n\,dx$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

1) أحسب I_0

2) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب I_1

ب- بين أنّ $I_n\ge 0$ $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$

3) بين أنّ $(I_n)_n$ تناقصية واستنتج أنها متقاربة

4) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أنّ :

$$3I_{n+1}+(n+1)I_n=e^3$$

ب- استنتج قيمة I_2

5) أ- بين أنّ $0\le I_n\le\frac{e^3}{n+1}$ $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$

ب- حدد $\lim_{n\to+\infty}I_n$

التمرين السابع

الجزء (1) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=x^2e^{1-x}$

1) أحسب نهايتي الدالة f

2) أحسب الدالة $f'(x)$ و ضع جدول التغيرات

3) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

4) أرسم المنحنى (C_f)

الجزء (2)

نضع $I_n=\int_0^1 x^ne^{1-x}\,dx$ لكل عدد n من $\mathbb{N}^*$

1) أحسب I

2) أ- حدد العلاقة التي تربط I_{n+1} بالتكامل I_n

ب- استنتج قيمة I_2

3) بين أنّ $\frac{1}{n+1}\le I_n\le\frac{e}{n+1}$ $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$

ثم حدد $\lim_{n\to+\infty}I_n$

التمرين الثامن

نعتبر التكاملين :

$$I=\int_0^{\pi}\cos^4x\,dx \quad ; \quad J=\int_0^{\pi}\sin^4x\,dx$$

أحسب $I+J$ و $I-J$ و استنتج قيم $I\,;J$