تمارين حول الحسابيات

تمارين حول الحسابيات

التمرين (1)

1) أ- حدد باقي قسمة العدد 2018 على 11

ب- استنتج باقي قسمة العدد $2018+2^{2018}$ على 11

2) ليكن p عددا طبيعيا . نعتبر الأعداد الطبيعية $A_n=2^n+p$ و نضع $d_n=A_n\wedge A_{n+1}$

أ- بين أن $d_n \mid 2^n$

ب- أدرس زوجية العدد A_n

ج- استنتج $\left(2^{2018}+2019\right)\wedge\left(2^{2019}+2019\right)$

التمرين (2)

A) 1) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $673x-2018y=1 \quad (I)$

أ- حدد حلا خاص للمعادلة (I) ثم استنتج مجموعة حلول المعادلة (I)

ب- بين أن 3 هو العدد الطبيعي الذي يحقق $673x_0\equiv 1\ [2018]$ و $1\le x_0<2018$

2) بين أنه إذا كان a عدد نسبي أولي مع 2018 فإن $a^{2016}\equiv 1\ [2018]$ (نعطي العدد 1009 أولي)

B) نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}$ المعادلة $x^{2015}\equiv 673\ [2018] \quad (II)$

1) ليكن x حلا للمعادلة (II)

بين أن $x\wedge 2018=1$ و استنتج ان $673x\equiv 1\ [2018]$

2) ليكن x عددا بحيث $673x\equiv 1\ [2018]$. بين ان x حلا للمعادلة (II)

3) استنتج أن $x\equiv 3\ [2018]$ هي مجموعة حلول المعادلة (II)

التمرين (3)

ليكن p عدد اولي أكبر من أو يساوي 3 . نعتبر في المجموعة $\mathbb{N}^2$ المعادلة $2x-py=1 \quad (I)$

1) تحقق أن $\left(\frac{p+1}{2},1\right)$ حلا للمعادلة (I) ثم حدد مجموعة حلول المعادلة (I)

2) أ- حل في المجموعة $\mathbb{N}$ المعادلة $x^p+x-1\equiv 0\ [p] \quad (II)$

ب- نفترض ان $p=1009$. بين أن $x\equiv 505\ [2018]$ أو $x\equiv 1514\ [2018]$

التمرين (4)

I) 1) علما أن $1439\times 237-2018\times 169=1$ بين ان $1439\wedge 2018=1$

2) حدد في $\mathbb{Z}^2$ مجموعة حلول المعادلة $1439x-2018y=1 \quad (E)$

II) نعتبر في المجموعة $\mathbb{N}$ المعادلة $x^{1007}\equiv 237\ [2018] \quad (F)$

1) ليكن x حلا للمعادلة (F) و نضع $d=x\wedge 2018$

أ- بين ان $d \mid 237$ ثم استنتج أن $d=1$

ب- بين أن $x^{1008}\equiv 1\ [2018]$ (نعطي العدد 1009 أولي)

ج- استنتج أن $237x\equiv 1\ [2018]$

2) ليكن x عددا طبيعيا بحيث $237x \equiv 1 \quad [2018]$

حدد $x \wedge 2018$ ثم أثبت أن x حلا للمعادلة (F)

3) استنتج أن مجموعة حلول المعادلة (F) هي الأعداد الطبيعية x بحيث $x \equiv 1439 \quad [2018]$

التمرين (5)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}$ المعادلة $[2018] \quad 2x^{2016} - x - 1 \equiv 0 \quad (E)$

1) ليكن x حلا للمعادلة (E)

أ- بين أن $x \wedge 2018 = 1$ و استنتج ان $x^{2016} \equiv 1 \quad [2018]$ (نعطي العدد 1009 أولي)

ب- بين ان $x \equiv 1 \quad [2018]$

2) حدد مجموعة حلول المعادلة (E)

التمرين (6)

(I) 1) علما أن $1439 \times 237 - 2018 \times 169 = 1$ بين ان $1439 \wedge 169 = 1$

2) حدد في $\mathbb{Z}^2$ مجموعة حلول المعادلة $1439x - 2018y = 1 \quad (A)$

(II) نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}$ المعادلة $[1439] \quad x^{1437} \equiv 169 \quad (B)$

1) ليكن x حلا للمعادلة (B) و نضع $d = x \wedge 1439$

أ- بين أن $d \mid 169$ و استنتج أن $d = 1$

ب- بين ان $169x \equiv 1 \quad [1439]$ (العدد 1439 أولي)

2) ليكن x عددا بحيث $169x \equiv 1 \quad [1439]$. بين ان x حلا للمعادلة (B)

3) استنتج أن $x \equiv 2018 \quad [1439]$ هي مجموعة حلول المعادلة (B)

التمرين (7)

نعطي العدد 2017 أولي . نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $2018x - 2017y = 5 \quad (E)$

1) ليكن (x,y) حلا للمعادلة (E)

أ- بين أن $x \equiv 5 \quad [2017]$ و $y \equiv 5 \quad [2018]$

ب- بين أن $x^{2016} \equiv 1 \quad [2017]$ و $y^{2016} \equiv 1 \quad [2018]$ ($2018 = 2 \times 1009$ هو تفكيك العدد إلى عوامل اولية)

2) علما ان $(5,5)$ حل خاص للمعادلة (E) حدد مجموعة حلول المعادلة (E)

3) نضع $a_n = 5 + 2017 \times 2018^n$ و $b_n = 5 + 2018^{n+1}$ و $d_n = a_n \wedge b_n$

أ- حدد القيم المكنة للعدد d_n

ب- بين أن $d_n = 1$

ج- بين ان $a_n^4 \equiv 1 \quad [5]$ و $b_n^4 \equiv 1 \quad [5]$ ثم استنتج ان $25 \mid (a_n^4 - 1)(b_n^4 - 1)$

د- استنتج رقمي الوحدات و العشرات للعدد $(a_n^4 - 1)(b_n^4 - 1)$ (في نظمة العد ذات الأساس 10)