تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

تمرين رقم 1

1) بين أن الدالة $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$

2) نعتبر القانون T المعرف بما يلي : $\left(\forall (a,b)\in\mathbb{R}^2\right)\ aTb=a\sqrt{1+b^2}+b\sqrt{1+a^2}$

أ- بين أن f تشاكل من $(\mathbb{R},+)$ نحو $(\mathbb{R},T)$

ب- استنتج بنية $(\mathbb{R},T)$

تمرين رقم 2

1) بين أن $(\forall x>0)(\forall y>0)\ e^{x+y}-e^x-e^y+2>1$

2) نعرف على $I=]0,+\infty[$ القانون T المعرف كما يلي : $\left(\forall (x,y)\in\mathbb{R}^{+*}\times\mathbb{R}^{+*}\right)\ x\,\mathrm{T}y=\ln\left(e^{x+y}-e^x-e^y+2\right)$.

و ليكن f تطبيق معرف من I نحو I بما يلي : $f(x)=\ln(1+x)$

أ- بين أن f تشاكل تقابلي من $(I,\times)$ نحو (I,T)

ب- استنتج بنية (I,T)

تمرين رقم 3

ليكن a من $\mathbb{R}^*$ و نعتبر التطبيق f_a المعرف من $\mathbb{R}^2$ نحو $\mathbb{R}^2$ ب : $\left(\forall (x,y)\in\mathbb{R}^2\right):f_a((x,y))=\left(ax,\frac{y}{a}\right)$

1) بين أن f_a تقابل من $\mathbb{R}^2$ نحو $\mathbb{R}^2$

2) نعتبر المجموعة $E=\{f_a/a\in\mathbb{R}^*\}$ حدد التطبيق $f_a\circ f_b$ لكل (a,b) من $\mathbb{R}^*\times\mathbb{R}^*$ أستنتج أن $\circ$ قانون داخلي في E

3) ليكن h التطبيق المعرف من $\mathbb{R}^*$ نحو E بما يلي : $\left(\forall a\in\mathbb{R}^*\right)\ h(a)=f_a$

أ- بين أن h تشاكل من $(\mathbb{R}^*,\times)$ نحو $(E,\circ)$

ب- استنتج بنية $(E,\circ)$ و حدد عنصرها المحايد

تمرين رقم 4

نعتبر في حلقة المصفوفات $\left(\mathrm{M}_2(\mathbb{R}),+,\times\right)$ المجموعة $E=\left\{M_a=\begin{pmatrix}e^a & 0\\ ae^a & e^a\end{pmatrix}/\ a\in\mathbb{R}\right\}$

1) بين أن $(E,\times)$ جزء مستقر في $\left(\mathrm{M}_2(\mathbb{R}),\times\right)$

2) نعتبر التطبيق φ المعرف بما يلي : $\begin{matrix}\varphi\ \mathbb{R}\to E\\ x\to M_x\end{matrix}$

أ- بين أن f تشاكل من $(\mathbb{R},+)$ إلى $(E,\times)$

ب- استنتج بنية $(E,\times)$

ج- بين أن كل مصفوفة M_a من E تقبل مقلوبا M_a^{-1} ثم حدد M_a^{-1}

3) نضع $F=\{M_p\in E\ /\ p\in\mathbb{Z}\}$

أ- بين أن $(F,\times)$ زمرة جزئية من الزمرة $(E,\times)$

ب- بين أن $M_p^n=M_{np}$ لكل p , n من $\mathbb{Z}$

ج- ليكن a , b عددين من $\mathbb{Z}$ و نضع $H=\left\{M_a^n\times M_b^m\ /\ (m,n)\in\mathbb{Z}^2\right\}$

ج1) بين أن $(H,\times)$ زمرة جزئية من الزمرة $(F,\times)$

ج2) ليكن c عدد من $\mathbb{Z}$ بين أن : $M_c\in H\Leftrightarrow a\wedge b\,|\,c$

ج3) بين أن $H=F\Leftrightarrow a\wedge b=1$

$$\left[\ f \text{ تشاكل من } (E,*) \text{ نحو } (F,T)\ \right]\Leftrightarrow\left[\ \left(\forall (x,y)\in E^2\right):f(x*y)=f(x)Tf(y)\ \right]$$