تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

تمرين رقم1

نعتبر في $\mathbb{R}$ قانون التركيب الداخلي T المعرف بما يلي : $\left(\forall (x,y)\in \mathbb{R}^2\right)\ xTy = x+y+\frac{1}{2}xy$

1) بين أن T تبادلي و تجميعي
2) حدد العنصر المحايد ث للقانون T
3) حدد العناصر التي تقبل مماثل
4) بين أن $\mathbb{R}-\{-2\}$ جزء مستقر في $(\mathbb{R},T)$
5) حل في المعادلة $xT2=1$

تمرين رقم 2

نعتبر المجموعة $E=\left\{(x,y)\in \mathbb{Z}^2 / x^2-2y^2=1\right\}$ و نعرف على التطبيق T بما يلي :

$\forall (x,y)\in E\ \ \forall (x',y')\in E\quad (x,y)T(x',y')=(xx'+2yy',xy'+x'y)$

1) بين أن T قانون تركيب داخلي في E
2) هل T يقبل عنصر محايد في E ؟

تمرين رقم 3

نضع $J=]-1,1[$ و نعرف القانون T كما يلي : $xTy=\frac{x+y}{1+xy}$

1) بين أن T قانون داخلي في J
2) حدد العنصر المحايد للقانون T
3) هل توجد عناصر تقبل مماثل ؟

تمرين رقم 4

ليكن T القانون المعرف على $\mathbb{R}$ كما يلي : $\left(\forall (x,y)\in \mathbb{R}^2\right)\quad xTy=xy-3(x+y)+12$

1. تحقق أن القانون T تبادلي
2. بين أن القانون T يقبل عنصر محايد يتم تحديده
3. تحقق أن 3 عنصر ماص في $(\mathbb{R},T)$
4. أحسب $(-1T0)T1$ و $-1T(0T1)$ ماذا تستنتج ؟
5. حدد مماثل كل من العناصر : $0\ ;\ -1\ ;\ 2$
4. بين أن كل عنصر يخالف 3 له مماثل و حدده
5. بين أن $aTb=3\Leftrightarrow (a-3)(b-3)=0\quad \forall (a,b)\in \mathbb{R}^2$ و استنتج أن $\mathbb{R}-\{3\}$ جزء مستقر في $(\mathbb{R},T)$

تمرين رقم 5

نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ القانون الداخلي $*$ المعرف بما يلي :

$z*z'=(a+a'+aa')+i(b+b')$ لكل $z=a+ib$ و $z'=a'+ib'$ من $\mathbb{C}$

1) بين أن القانون $*$ تبادلي
2) هل للقانون $*$ عنصر محايد
3) حدد العناصر التي تقبل مماثل
4) نعتبر المجموعة $G=\left\{z\in \mathbb{C}/\ \mathrm{Re}(z)\neq -1\right\}$ بين أن $(G,*)$ زمرة تبادلية
5) لتكن H المجموعة بحيث : $H=\left\{Z=x+i\ln(1+x)\ /\ x>-1\right\}$ بين أن H زمرة جزئية من $(G,*)$

تمرين رقم 6

نضع $F=\mathbb{C}-\{-i\}$. نعتبر القانون T المعرفة كما يلي : $\forall (z,z')\in F^2\quad zTz'=zz'+i(z+z')-1-i$

1) بين أن T قانون تركيب داخلي في المجموعة F
2) نعتبر التطبيق : $\varphi : \left(\mathbb{C}^*,\times\right)\to (F,T)$ ، $z\ \to\ z-i$

أ- بين أن φ تشاكل تقابلي

ب- استنتج بنية (F,T)