

سلسلة 1	البنيات الجبرية	السنة 2 ببكالوريا علوم رياضية
	<p><b>تمرين 1 :</b> لـ كل <math>(x, y) \in IR^2</math> نـ ضـعـ : <math>x * y = \ln(\exp(x) + \exp(y))</math> ( يـ رـمـزـ لـ دـالـةـ الـأـسـ النـبـيـرـيـ )</p> <p>1) بين أن * تبادلي و تجميعي      2) بين أن * لا يـقـبـلـ أيـ عـنـصـرـ مـحـاـيدـ فـيـ <math>IR</math>      3) بين أن : <math>\forall n \in IN^* \underbrace{x * x * \dots * x}_{n \text{ fois}} = \ln(n) + x</math> : <math>\ln(n) + x = \ln(n + e^x)</math></p> <p>4) بين أن : <math>[0; +\infty[</math> جـزـءـ مـسـتـقـرـ مـنـ <math>(IR, *)</math>      5) بين أن : <math>]-\infty; 0[</math> لـ يـسـ جـزـءـ مـسـتـقـرـاـ مـنـ <math>(IR, *)</math></p>	
	<p><b>تمرين 2 :</b> لـ كل <math>E</math> نـ ضـعـ : <math>x * y = x + y - 2xy</math> حيث <math>E = ]-\infty; \frac{1}{2} \cup \frac{1}{2}; +\infty[</math></p> <p>1) بين أن * قـانـونـ تـرـكـيـبـ دـاخـلـيـ      2) بين أن * تـبـادـلـيـ و~ تـجـمـيـعـيـ      3) هل * يـقـبـلـ عـنـصـرـاـ مـحـاـيدـاـ فـيـ <math>E</math> ؟      4) بين أن : <math>\forall n \in IN^* \underbrace{x * x * \dots * x}_{n \text{ fois}} = \frac{1}{2}(1 - (1 - 2x)^n)</math></p>	
	<p><b>تمرين 3 :</b> لـ كل <math>E</math> حيث <math>(x, y) \in E^2</math> نـ ضـعـ : <math>xTy = x y - x - y + 2</math> حيث <math>E = ]-\infty; 1 \cup 1; +\infty[</math></p> <p>1) تـحـقـقـ أـنـ : <math>\forall x \in IR \quad xTy = (x - 1)(y - 1) + 1</math>      2) بين أن <math>T</math> قـانـونـ تـرـكـيـبـ دـاخـلـيـ      3) بين أن <math>T</math> تـبـادـلـيـ و~ تـجـمـيـعـيـ      4) بين أن <math>T</math> يـقـبـلـ عـنـصـرـاـ مـحـاـيدـاـ فـيـ <math>E</math>      5) بين أن كل عـنـصـرـ <math>x</math> مـنـ <math>E</math> يـقـبـلـ مـمـاثـلـاـ بـالـنـسـبـةـ لـلـقـانـونـ <math>T</math>      6) بين أن جـمـيـعـ عـنـصـرـاـ مـجـمـوعـةـ <math>E</math> مـنـظـمـةـ      7) بين أن المجال <math>[1; +\infty[</math> جـزـءـ مـسـتـقـرـ بـالـنـسـبـةـ لـلـقـانـونـ <math>T</math></p>	
	<p><b>تمرين 4 :</b> لـ كل <math>(x, y) \in ]-1; 1[^2</math> نـ ضـعـ : <math>xTy = \frac{y - x}{1 - xy}</math></p> <p>1) بين أن <math>T</math> قـانـونـ تـرـكـيـبـ دـاخـلـيـ      2) هل <math>T</math> تـبـادـلـيـ ؟ تـجـمـيـعـيـ ؟</p>	
	<p><b>تمرين 5 :</b> لـ كل <math>(x, y) \in ]-1; 1[^2</math> نـ ضـعـ : <math>xTy = \frac{x + y}{1 + xy}</math></p> <p>1) بين أن <math>T</math> قـانـونـ تـرـكـيـبـ دـاخـلـيـ و~ أنه تـبـادـلـيـ و~ تـجـمـيـعـيـ      2) بين أن <math>T</math> يـقـبـلـ عـنـصـرـاـ مـحـاـيدـاـ فـيـ <math>E</math>      3) بين أن كل عـنـصـرـ <math>x</math> مـنـ <math>] -1; 1 [</math> يـقـبـلـ مـمـاثـلـاـ بـالـنـسـبـةـ لـلـقـانـونـ <math>T</math>  <math>f : ] -1; 1 [ \rightarrow IR</math>      4) نـعـتـبـرـ التـطـبـيقـ : <math>x \mapsto \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)</math></p> <p>أ) بين أن <math>f</math> تـشـاكـلـ مـنـ <math>(IR, +)</math> نحو <math>(T, +)</math>      ب) بين أن التـشـاكـلـ <math>f</math> تـقـابـلـيـ و~ حـدـدـ تـقـابـلـهـ العـكـسـيـ      ج) اـحـسـبـ بـدـلـلـاتـ <math>n</math> و~ <math>a \in IN^*</math> التـعـبـيرـ : <math>a_n = \underbrace{aTaT\dots Ta}_{n \text{ fois}}</math> حيث <math>a \in ] -1; 1 [</math></p>	