التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{2\sin x - \sin 2x}{x^2} & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0 = 0$

التمرين الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{x|x-1|+2}{x+1}$$

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0 = 1$

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2}{a} E\left(\dfrac{b}{x}\right) & ; \quad x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$

1) بين أن $\left|\dfrac{f(x)}{x} - \dfrac{b}{a}\right| \leq \left|\dfrac{x}{a}\right| \quad (\forall x \in \mathbb{R}^*)$

2) استنتج أن f قابلة للاشتقاق في النقطة $x_0 = 0$

التمرين الرابع

1) باستعمال قابلية الاشتقاق أحسب النهايتين التاليتين :

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \frac{3x - \pi\sin x}{6x-\pi} \quad \text{و} \quad \lim_{x\to 0} \frac{(2-x)^n - (2+x)^n}{x}$$

2) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في نقطة a أحسب النهاياتين

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(a+3h) - f(a-2h)}{h}$$

و $$\lim_{h\to 0} \frac{2f(a-h) + f(a+h) - 3f(a)}{h}$$

3) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في النقطة 2

و بحيث $f(2) = -2 \;;\; f'(2) = 1$

أحسب النهاية $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{2\sqrt{4x+1} + 3f(x)}{x-2}$

4) لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = \dfrac{x^2+a}{bx+1}$

حدد العددين a , b كي يقبل منحنى الدالة f من النقطة $I(0,2)$

مماسا يوازي $(\Delta)\, 2x + y - 1 = 0$

التمرين الخامس

نعتبر الدالتين $f \;;\; g$ بحيث :

$$f(x) = \arctan\frac{x}{x+2} - \arctan\frac{x-2}{x}$$

$$g(x) = \arctan\frac{2}{x^2}$$

1) حدد D_f و D_g ثم أحسب $f'(x) \;;\; g'(x)$

2) استنتج العلاقة التي تربط الدالتين $f \;;\; g$

التمرين السادس

نعتبر الدالة $f(x) = \arctan\left(\dfrac{2x}{1-x^2}\right)$

أ- حدد D_f و احسب نهايات الدالة f

ب- أحسب الدالة $f'(x)$ استنتج تبسيطا ل $f(x)$

التمرين السابع

لتكن f دالة متصلة على $[0,1]$,

و $f(x) \neq 0 \quad \forall x \in]0,1[$

وقابلة للاشتقاق على $]0,1[$ و بحيث : $f(1) = 0$

بين أن : $\dfrac{-2}{c} = \dfrac{f'(c)}{f(c)} \;:\; \exists c \in]0,1[$

التمرين الثامن

لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق مرتين على $[a,b]$

و بحيث يوجد ثلاث أعداد $x_1 \;;\; x_2 \;;\; x_3$ من $[a,b]$

مع $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

بين أن : $f''(\alpha) = 0 \quad (\exists \alpha \in]a,b[)$

التمرين التاسع

f و g دالتان متصلتان على $[a,b]$ و قابلتين للاشتقاق

على المجال $]a,b[$ و بحيث $g'(x) \neq 0 \;/\; \forall x \in]a,b[$

1) بين أن $g(a) \neq g(b)$

2) نعتبر الدالة φ المعرفة على $[a,b]$ كما يلي :

$\varphi(x) = f(x) - f(a) - K(g(x) - g(a))$ و $K \in \mathbb{R}$

أ- حدد العدد K كي يكون $\varphi(b) = 0$

ب- استنتج أن : $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)} \;/\; \exists c \in]a,b[$

3) تطبيق : أحسب $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{x - \sin x}{x^3}$ و $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\arctan x - x}{x^3}$

التمرين العاشر

لتكن f و g دالين متصلتين على $[a,b]$ و قابلتين

للاشتقاق على المجال $]a,b[$ و بحيث :

$|f'(x)| \leq g'(x) \;/\; (\forall x \in]a,b[)$

نضع : $h(x) = f(x) - g(x)$ و $k(x) = f(x) + g(x)$

1) أدرس رتابة كل من الدالتين $h \;;\; k$

2) استنتج أن : $|f(b) - f(a)| \leq g(b) - g(a)$

تطبيق : بين أن $\arctan\dfrac{1}{2} - \arctan\dfrac{1}{8} \leq \dfrac{3}{8}$