

~ الثانية علوم رياضية ~  
تمرين دراسة الدوال

نص التمرين

$$\begin{cases} f(x) = x^2 \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) & ; x < 0 \\ f(x) = 2\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x^2} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي :

و ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ- بين أن الدالة  $f$  متصلة في الصفر.  
ب- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ- أدرس قابلية اشتقاق  $f$  في الصفر على اليمين ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .  
ب- أدرس قابلية اشتقاق  $f$  في الصفر على اليسار ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

(3) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}^-$  بما يلي :  $g(x) = 2\operatorname{Arc tan}(x) - \frac{x}{1+x^2}$   
أ- أدرس تغيرات الدالة  $g$   
ب- أستنتج إشارة  $g(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}^-$

(4) أ- بين أن  $(\forall x \in \mathbb{R}_*^-) f'(x) = x.g\left(\frac{1}{x}\right)$   
ب- بين أن  $(\forall x \in \mathbb{R}_*^+) f'(x) = \frac{2(1-\sqrt[3]{x})}{3\sqrt[3]{x^2}}$   
ج- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

(5) أ- باستعمال مبرهنة التزايد المتنتهية بين أن :  $(\forall t \in \mathbb{R}_*^-) : t < \operatorname{Arc tan}(t) < \frac{t}{1+t^2}$

ب- استنتج أن :  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{\operatorname{Arc tan}(x) - x}{x^2}$

ج- بين أن المستقيم  $y = x$  :  $(D)$  مقارب مائل ل  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$   
د- أدرس الفرع اللانهائي ل  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$

6) أ- حدد معادلة المماس ل  $(C_f)$  في النقطة ذات الأضصول 8  
ب- أنشئ  $(C_f)$

7) ليكن  $h$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $I = [1, +\infty[$   
أ- بين أن  $h$  تقابل من  $I$  نحو مجال  $J$  يتم تحديده

ب- حدد  $(h^{-1})'(0)$

ج- أنشئ  $(C_{h^{-1}})$  في نفس المعلم السابق

つづく