

Exercice 1

On considère le nombre $z = -3 + 3i$

- 1) Déterminer le module et l'argument du nombre z
- 2) déterminer le nombre Z tel que $zZ = 6\sqrt{2} \left(\cos \frac{17\pi}{12} + i \sin \frac{17\pi}{12} \right)$
- 3) en déduire $\cos \frac{17\pi}{12}$ et $\sin \frac{17\pi}{12}$

Exercice 2

On considère les nombres $z_2 = 1 + \sqrt{2} + i$; $z_1 = 1 - i$

- 1) écrire z_1 sous forme trigonométrique
- 2) a) montrer que $z_1 z_2 = \sqrt{2} \overline{z_2}$
b) en déduire que $\arg(z_1) + 2\arg(z_2) \equiv 0 \pmod{2\pi}$
- 3) déduire l'argument du nombre z_2

Exercice 3

On pose $z_1 = (\sqrt{3} + 1) + i(\sqrt{3} - 1)$ et $z_2 = (\sqrt{3} - 1) + i(\sqrt{3} + 1)$

- 1) montrer que $z_1^2 = 4(\sqrt{3} + i)$ et $z_2 = i\overline{z_1}$
- 2) a) écrire $4(\sqrt{3} + i)$ sous forme trigonométrique
b) déduire la forme trigonométrique des nombres z_2 ; z_1
- 3) on considère dans (P) les deux points B , A d'affixes z_2 ; z_1
Calculer $\arg\left(\frac{z_2}{z_1}\right)$ en déduire la nature du triangle OAB

Exercice 4

On considère les nombres $a = 1 - i\sqrt{3}$, $b = 2i$ et $c = 1 + i(2 - \sqrt{3})$

- 1) déterminer la forme trigonométrique de a puis montrer que $\frac{b}{a} = \left[1, \frac{5\pi}{6}\right]$
- 2) montrer que $OACB$ est un losange puis déduire une mesure de $(\overline{OA}, \overline{OC})$
- 3) prouver que $\arg(c) \equiv \frac{\pi}{12} \pmod{2\pi}$ et déterminer $\tan \frac{\pi}{12}$

Exercice 5

On pose $z = 2 + \sqrt{3} + i$

- 1) calculer z^3 puis écrire z^3 sous forme trigonométrique
- 2) en déduire la forme trigonométrique du nombre $z = 2 + \sqrt{3} + i$