LIMITES ET CONTINUITÉ (2)

Exercice (1)

Calculer les limites suivantes

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)\right)}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x-\tan 2x}{x^3}$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^3+2x^2+1}{4x^2+3x+2}\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\cos x-\sqrt[3]{x^2+8}}{\sqrt[3]{x^2+1}-\sqrt{1-x^2}}$	$\lim\limits_{x\to +\infty} x\left(\arctan 2x-\arctan 3x\right)$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-1-x}{\sqrt[3]{1-3x}-1+x}$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arctan\left(\sqrt{1+x}-1-\dfrac{x}{2}\right)}{x^2}$	$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{1-\sin x}{\sin(\cos x)}$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\pi}{2}\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\arctan\left(\dfrac{x}{\sqrt{x}+1}\right)$

Exercice (2)

Montrer que la fonction f admet un prolongement par continuité au point $a=0$

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-3x}-2x}{x^2}$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}\sqrt[3]{1-3x}-1}{x^2}$

Exercice (3)

Soit n un entier naturel tel que $n\geq 2$ et on pose $f_n(x)=\dfrac{\left(\sqrt{\cos x}-1\right)\left(\sqrt[3]{\cos x}-1\right)......\left(\sqrt[n]{\cos x}-1\right)}{x^{2n-2}}$

Calculer $\lim\limits_{x\to 0} f_n(x)$

Exercice (4)

On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-2}{x^2} & ; \quad x\neq 0 \\ f(0)=-\dfrac{1}{4} \end{cases}$

Déterminer D_f puis étudier la continuité de f sur D_f

Exercice (5)

Montrer que : $5\arctan\dfrac{1}{7}+2\arctan\dfrac{3}{79}=\dfrac{\pi}{4}$ et $4\arctan\dfrac{1}{5}-\arctan\dfrac{1}{70}+\arctan\dfrac{1}{99}=\dfrac{\pi}{4}$

Exercice (6)

(1) montrer que : $a-b=\left(a^{\frac{1}{p}}-b^{\frac{1}{p}}\right)\left(a^{\frac{p-1}{p}}+a^{\frac{p-2}{p}}b^{\frac{1}{p}}+......+a^{\frac{1}{p}}b^{\frac{p-2}{p}}+b^{\frac{p-1}{p}}\right)$

(2) on considère la fonction $f(x)=x\left(\left(1-x^{\frac{1}{p}}\right)-1\right)$ calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$