

الصفحة	NR 25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة بالفرنسية)
2		
4		

EXERCICE3		Eléments de réponses	Barème
Première partie :			
1-		$(E) \hat{U} (z- m)(z^2 - mz + m^2) = 0$ <p>Les solutions de l'équation (E) sont :</p> $m \text{ et } \frac{1+i\sqrt{3}}{2}m = e^{i\frac{p}{3}}m \text{ et } \frac{1-i\sqrt{3}}{2}m = e^{-i\frac{p}{3}}m$	0.5
2-	a)	On vérifie que $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} = \frac{m}{m^2}$	0.25
	b)	On trouve $z_1 = i\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{3}\frac{\pi\sqrt{3}}{2} - i\frac{1\theta}{2\theta}$	0.5
Deuxième partie :			
1-		Les points O , A et B ne sont pas alignés	0.25
2-	a)	Calcul de p0.5	1
		Calcul de r0.5	
	b)	Calcul de q0.5	0.5
3-		On a $\frac{p-r}{q} = i$ on déduit que : $OQ = PR$0.25	0.5
		et $(OQ)^{\wedge} (PR)$0.25	

EXERCICE4		Eléments de réponses	Barème
Première partie :			
1-		$(x > 0) (\$_{c_x}]x; x+1[) ; \ln(x+1) - \ln x = \frac{1}{c_x}$0.25	0.5
		L'encadrement : $\frac{1}{x+1} < \ln \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x} < \frac{1}{x}$ 0.25	
2-	a)	On a : $\frac{x^2}{1+x} < \frac{f(x)}{x} < x$ donc $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ et donc f est dérivable à droite en 0	0.5
	b)	On a : $\frac{x^2}{1+x} < \frac{f(x)}{x}$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (C)admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées	0.5
3-	a)	f dérivable sur $]0; +\infty [$0.25	0.75
		Calcul de f'(x)0.5	

الصفحة	NR 25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة بالفرنسية)
3 4		

	b)	On a : $\ln_{\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > \ln_{\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > 0$ donc $f'(x) > 0$ et donc la f est strictement croissante	0.5
	c)	Le tableau de variations f	0.25
4-		Calcul de $g'(x)$ 0.5	
	a)	On a : $\ln_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > \ln_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > 0$ donc $g'(x) > 0$ et donc g est strictement croissante0.25	0.75
	b)	g est une bijection de $]0; +\infty[$ vers $]0; +\infty[$ et $1 \in]0; +\infty[$...0.25 Ou utiliser le T.V.I pour l'existence et la stricte monotonie pour l'unicité On vérifie que $g(1) < 1 < g(2)$0.25	0.5
	c)	les solutions de l'équation : $f(x) = x \hat{U} x = 0$ ou $g(x) = 1$	0.5
5-	a)	La représentation de (C)	0.5
	b)	f bijection	0.25
Deuxième partie :			
1-		Réurrence et croissance de f^{-1} et le fait que $f^{-1}(0) = 0$ et $f^{-1}(a) = a$	0.5
2-	a)	$g(]0; a[) =]0; 1[$	0.5
	b)	Pour $0 < x < a$, on a $0 < g(x) < 1$ Puisque $0 < u_n < a$,alors $0 < f(u_n) < u_n$ donc $0 < u_n < f^{-1}(u_n) = u_{n+1}$ donc.....	0.5
	c)	suite croissante et majorée	0.25
3-		Si on pose : $l = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ alors on a $0 < u_0 \leq l \leq a$ car $(n^3 - 1) ; 0 < u_0 \leq u_n < a$ et puisque f^{-1} est continue sur $[0; a]$ (en particulier en l) alors l est solution de l'équation $f^{-1}(x) = x$ et donc $l = a$	0.5
Troisième partie :			
1-	a)	f est positive donc si $0 \leq x \leq 1$ on a $F(x)^3 \geq 0$ et si $x^3 \geq 1$ on a $F(x) \leq 0$	0.5
	b)	F est dérivable sur I car f est continue sur I0.25	0.5

الصفحة	NR 25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة بالفرنسية)
4		

		$et("x \hat{I} I) ; F'(x) = - f(x) \dots\dots\dots 0.25$	
	c)	$("x \hat{I} I) ; F'(x) = - f(x) \neq 0 \text{ et } F'(x) = 0 \hat{U} x = 0$	0.25
2-	a)	On a " $x^3 - 1 ; f(x) = \ln 2$ donc $\int_0^x f(t) dt = (x-1)\ln 2$	0.5
	b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = - \infty$	0.25
3-	a)	Intégration par parties	0.5
	b)	$\int_0^1 \frac{t^3}{t+1} dt = \frac{5}{6} - \ln 2 - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + \ln(1+x)$	0.5
	c)	Calcul de $F(x)$	0.5
		On a $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \frac{5}{24} \dots\dots\dots 0.25$	
	d)	F étant continue à droite en 0 (puisque continue sur I), donc $\int_0^1 f(t) dt = F(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \frac{5}{24} \dots\dots\dots 0.25$	0.5
4-	a)	- Appliquer le théorème ou l'inégalité des accroissements finis à la fonction F sur $[\frac{k}{n}, \frac{2k+1}{2n}]$ Avec $x \in [\frac{k}{n}, \frac{2k+1}{2n}] ; f(\frac{k}{n}) \leq f(x) \leq f(\frac{2k+1}{2n})$	0.5
	b)	On remarque que : $\frac{2k+1}{2n} < \frac{k+1}{n}$	0.5
	c)	$\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n-1} f(\frac{k}{n})$ et $\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n-1} f(\frac{k+1}{n}) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} f(\frac{k}{n})$ sont les Sommes de Riemann associées à la fonction f continue sur le segment $[0,1]$ donc les deux suites $\sum_{k=0}^{k=n-1} \frac{1}{n} f(\frac{k}{n})$ et $\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{n} f(\frac{k}{n})$ sont convergentes et ont même limite qui est $F(0) = \int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{24}$ donc la suite (v_n) est convergente et a pour limite - $\frac{1}{2} F(0) = - \frac{5}{48}$	0.25