Inisse Groupe scolaire 2016-2017

Matière: Mathématiques
Evaluation 3
1 Session

Le 05/01/2017
2 Bac - SM-
Durée: 2h00

Exercice 1 $g(0)=1$ et $g(x)=\frac{1-e^{-x}}{x}$ si $x>0$

I)
1 - Mq $\forall x\in\mathbb{R}$ $e^x \geq x+1$
2 - Determiner le tableau de variation de g
3 - On pose $h(x)=1-x+\frac{x^2}{2}-e^{-x}$, $\forall x\in\mathbb{R}^+$
a - Mq $\forall x\in\mathbb{R}^+$, $0\leq h''(x)\leq x$
b - En deduire que $0\leq h(x)\leq\frac{x^3}{6}$
c - " " la derivabilité de g en 0 à droite

II) on considère la fonction : $f(x)=\frac{e^{-x}-e^{-2x}}{x}$ si $x>0$ et $f(0)=1$
1 - Mq f est continue en 0 à droite.
2 - a) Verifier que $\forall x\in\mathbb{R}^+$, $f(x)=2g(2x)-g(x)$.
b) Etudier la derivabilité de f en 0 à droite.
3 - a) Mq $\forall x>0$, $f'(x)=\frac{e^{-2x}}{x^2}\left(2x+1-(x+1)e^x\right)$
b) Determiner le Tableau de variation de f
4 - Construire "C_f".

Exercice 2 $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}$, $\begin{cases}F(x)=\frac{1}{x}\int_{x^2}^{2x^2}f(t)\,dt, & x\neq 0\\ F(0)=0\end{cases}$

1 - a - Mq f et F sont impaires.
b - Donner le T.V de f.
c - Determiner l'equation de la tangente de C_f en 0 et representer C_f
d) - Verifier que $\forall x\in\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{e^x}{e^x+1}-\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$
et Calculer l'aire de la partie du plan limitée par C_f, l'axe des abscisses et les droites $x=0$ et $x=\ln 2$
(on prend $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$)

2 - a - Mq $x f(x^2)\leq F(x)\leq x f(2x^2)$, $\forall x>0$
b - En deduire que F est continue et derivable en 0 à droite
c - Calculer $\lim_{x\to+\infty}F(x)$ et $\lim_{x\to+\infty}(F(x)-x)$ et interpreter geometrique le dernier resultat.