

Exercice 1 :

Déterminer les fonctions primitives de :

$$f(x) = \sin(x) \cdot \sin(2x) ; g(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + 2}{x^2 + 2x + 2} ; h(x) = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{x+1}}$$

Exercice 2 :

1- Mq $\forall x > 0$ $\frac{3}{4(x+1)^{3/4}} < (1+x)^{3/4} - x^{3/4} < \frac{3}{4 \cdot x^{1/4}}$

2- En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} \right)$

Exercice 3 :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \forall x \geq 0, f_n(x) = \operatorname{Arctan}\left(\frac{x}{n}\right) + 2x - 1$$

1- Mq $\exists! d_n \in \mathbb{R}^+ / f_n(d_n) = 0$ et que $0 < d_n < \frac{1}{2}$

2- Étudier la monotonie de $(d_n)_n$ et en déduire que $(d_n)_n$ est convergente.

3- Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} d_n$

Exercice 4 :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{1 + \ln(x)} & ; x > 0 \text{ et } x \neq e^{-1} \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1- Mq f est dérivable en 0 à droite et interpréter le résultat.

2- Calculer $\lim_{x \rightarrow e^{-1}} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et étudier les branches infinies de f .

3- Calculer $f'(x)$ et dresser de tableau de variation de f .

4- Représenter f dans un repère orthonormé.

5- Soit $(U_n)_n$ une suite définie par $U_0 = \frac{3}{2}$ et $U_{n+1} = f(U_n)$

a- Mq $1 \leq U_n \leq \frac{3}{2}, \forall n \in \mathbb{N}$

b- Étudier la monotonie de (U_n) et en déduire qu'elle est convergente.

c- Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.