G : G

Devoir 1

2éme bac sm

Exercice (1)

Calculer les limites suivantes

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{xE(3x)}{x^2 + 4} \qquad \lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} - 3\sin\left(\frac{1}{x}\right) \qquad \lim_{x \to -1} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 7} - 2}{\sqrt{3x + 7} - 2}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - x} + \sqrt{x^2 + x} - 2x \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{x + 3\sin x}{2x - \cos x}$$

Exercice (2)

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = x \sqrt{(E\left(\frac{1}{x}\right))^2 - E\left(\frac{1}{x}\right)} & ; \quad x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

- 1) a) montrer que $\left(\forall x \in \left]0, \frac{1}{2}\right[\right) \sqrt{(1-x)(1-2x)} \le f(x) \le \sqrt{1-x}$
 - b) déduire que f est continue à droite de a = 0
- 2) f est-elle continue au point a = 0

Exercice (3)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1-x^3}{1+x^3}}$

- 1) montrer que $D_f = \left]-1,1\right]$ et calculer $\lim_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f\left(x\right)$
- 2)montrer que f réalise une bijection de]–1,1] vers un intervalle J que l'on précisera
 - 3) déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout élément x de l'intervalle J

Exercice (4)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} - 2}{x^2}$

- 1) montrer que $(\forall x \in [-1,1] \{0\}) f(x) = \frac{1}{x} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{x+1}} \frac{1}{1 + \sqrt{1-x}} \right)$
- 2) déduire que f admet un prolongement par en a = 0 et le définir